

# Matemática Discreta 1

## Primer Parcial

Jueves 3 de mayo de 2018

El parcial dura tres horas y media, cada ejercicio múltiple opción vale cinco puntos y no se restan puntos.

No está permitido usar calculadora ni "material".

MO1	MO2	MO3	MO4	MO5

## Ejercicios de Múltiple Opción

**Ejercicio Múltiple Opción 1:** La cantidad de elementos del conjunto  $\{f : \{1, 2, \dots, 6\} \rightarrow \mathcal{P}\{1, 2, \dots, 6\} : f \text{ inyectiva}, 1 \notin f(1), 2 \notin f(2)\}$  es:

- A)  $63 \cdot 62 \cdot 61 \cdot 60 \cdot 59$    B)  $16 \cdot 63 \cdot 62 \cdot 61 \cdot 60 \cdot 59$   
C)  $16 \cdot 64 \cdot 62 \cdot 61 \cdot 60 \cdot 59$ .

**Ejercicio Múltiple Opción 2:** Se desea armar la primera fecha de un campeonato de la liga local de basquet. La liga es conformada por nueve equipos, por lo que un equipo deberá tomarse la fecha libre. ¿Cuántas formas hay de armar la fecha, si es relevante al conteo quien es el local y quien es el visitante en cada partido?

- A) 630      B) 1680      C) 15120.

**Ejercicio Múltiple Opción 3:** ¿Cuántas permutaciones de la palabra "PAPELES" no dejan dos letras juntas?

- A) 540      B) 600      C) 660.

**Ejercicio Múltiple Opción 4:** Un cierto tipo de cebollitas tienen un período de maduración a partir del cual generan dos cebollitas más. Se quiera saber si cortando  $K$  cebollitas inmaduras a partir del segundo período, la población se mantiene estable. Suponiendo que se comienza con una plantación de 20 cebollitas inmaduras. Indique la opción correcta:

- A) Existe  $K$  y es menor que 30.  
B) Existe  $K$  y es mayor que 40.  
C) Ninguna de las anteriores.

**Ejercicio Múltiple Opción 5:** Un grupo de tres estudiantes compra una docena de bizcochos cada día. Todos quieren al menos un pan con grasa, y uno de ellos quiere solamente el pan con grasa y dos vigilantes. Si en la panadería hay solo cinco de tres tipo de bizcochos: pan con grasa, vigilantes y comunes salados. ¿Cuál es la menor cantidad de días que deben pasar para para que seguro se repita su pedido?

- A) 9      B) 10      C) 11.

## Ejercicios de Desarrollo

**Ejercicio de Desarrollo 1:** Un juego de azar con dados tiene la siguiente estructura: Se tira un dado cinco veces de forma serial y se van sumando los resultados de las tiradas. Si en una cualquiera de las cinco tiradas se llegara a sacar un 6, dicha tirada queda invalidada (no se toma el resultado) y se exige tirar el dado nuevamente, de la cual se aceptará cualquier resultado, incluso el 6. El jugador gana si y solo si el resultado final es 11. Se quiere hallar la cantidad  $N$  de formas de ganar. Por ejemplo, una forma de ganar sería la sucesión: 1, 1, 1, 3, 5 o la sucesión 1, 1, 6, 1, 3, 5 o la sucesión 1, 1, 6, 6, 6, 1, 2.

a) (1 pto.) Dar un argumento explicando porqué  $N$  es igual al coeficiente de  $x^6$  en la función generatriz:

$$(2 + 2x + 2x^2 + 2x^3 + 2x^4 + x^5)^5.$$

b) (6 ptos.) Hallar  $N$ .

**Ejercicio de Desarrollo 2:**

a)(3 ptos.) Demostrar la fórmula de Stifel:

$$\binom{m}{n} = \binom{m-1}{n} + \binom{m-1}{n-1}.$$

b)(5 ptos.) Demostrar por inducción en  $m$  la fórmula del binomio:

$$(1+x)^m = \sum_{n=0}^m \binom{m}{n} x^n,$$

donde asumimos que  $x^0 = 1$  por definición.

*Aclaraciones hechas en durante el parcial:*  $\mathcal{P}\{1, 2, \dots, 6\}$  es el conjunto de partes de  $\{1, 2, \dots, 6\}$  o sea  $\{S : S \subset \{1, 2, \dots, 6\}\}$ .

Ejercicio MO3, donde dice “no dejan dos letras juntas” debería decir “no dejan dos letras iguales juntas”.

Ejercicio MO4, “estable” significa “acotada”.

Inicialmente (no hay período), hay 20 cebollitas inmaduras, y luego del primer período, las mismas maduran. Las maduras siguen generando dos cebollitas por período.

Ejercicio MO5 en la panadería hay cada vez cinco bizcochos de cada tipo.