

# Primer parcial de Matemática Discreta 1

Jueves 5 de mayo de 2016.

Nº Parcial	Nombre y apellido	Cédula

*Sugerencia: Sea cuidadoso al pasar las respuestas, lo completado aquí será lo único tenido en cuenta a la hora de corregir.*

## MÚLTIPLE OPCIÓN

1	2	3	4	5

## COMPLETAR

6

*Ejercicio de desarrollo (total 8 puntos).*

Probar por inducción que  $\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{(4i-3)(4i+1)} \right) = \frac{n}{4n+1}, \quad \forall n \geq 1.$

*Los problemas del 1 al 5 son de múltiple opción (total 25 puntos). Correcta: 5 puntos, Incorrecta: -1 punto, sin responder: 0 punto.*

*El problema 6 se responde completando el recuadro. Correcta: 7 puntos, Incorrecta: 0 punto, sin responder: 0 punto.*

1. Sean A y B dos conjuntos finitos con  $|A| = 4$  y  $|B| = n$ . Elija la opción que considere verdadera.

- (A) si  $n = 4$ , hay 256 funciones todas biyectivas.
- (B) si  $n > 4$ , hay  $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (n-i)^4 (-1)^i$  funciones sobreyectivas
- (C) si  $n \leq 4$ , hay  $\sum_{i=0}^n Sob(4, i)$  funciones sobreyectivas y  $n^4 - \sum_{i=0}^n Sob(4, i)$  funciones no sobreyectivas.
- (D) si  $n < 4$ , hay  $n^4$  funciones y no hay funciones sobreyectivas.
- (E) Ninguna de las anteriores.

2. Skipper quiere repartir  $n$  pescados entre Kowalski, Rico y Cabo según el siguiente criterio: darle al menos 10 a Rico, como máximo 2 a Cabo y un número divisible por 3 a Kowalski. Cuál es la función generatriz de la cantidad de formas en que Skipper puede repartir los  $n$  pescados?

- (A)  $f(x) = \frac{x^{10}}{(1-x)^2}$
- (B)  $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2(1-x^3)}$
- (C)  $f(x) = \frac{x^{10}}{(1-x)^2(1-x^3)}$
- (D)  $f(x) = \frac{x^3}{(1-x)^2(1-x^{10})}$
- (E)  $f(x) = \frac{x^2}{(1-x)^3(1-x^{10})}$

3. La figura muestra un arreglo de puntos de  $4 \times 5$ , cada uno del cual se encuentra a 1 unidad

de distancia de su vecino más cercano. Determine el número de triángulos no degenerados (es decir, con área positiva) cuyos vértices son puntos del arreglo dado.



- (A) 256 (B) 746 (C) 1140 (D) 1056 (E) 986

4. El profesor de Matemática Discreta desea sacar una foto de los 5 estudiantes varones y las 9 estudiantes mujeres que hay ese día en la clase. Él quiere que los varones estén en orden decreciente de acuerdo a su estatura (asumiendo que todos tienen estaturas distintas) de izquierda a derecha y las mujeres en orden creciente de acuerdo a su estatura (asumiendo que todas tienen estaturas distintas) de izquierda a derecha. De cuántas maneras puede hacerse esto? (Los varones no tienen que estar juntos y las mujeres tampoco tienen que estar juntas).

- (A) 2002 (B) 2008 (C) 2016 (D) 2020 (E) 1287

5. En un grupo de 100 estudiantes hay 50 que ven Game of Thrones(G) y The Walking Dead(T), 40 que ven G y Breaking Bad(B), 20 que ven T y B, y 15 que ven G, T y B. Cuántos ven exactamente dos series?

- (A) 80 (B) 25 (C) 95 (D) 50 (E) 65

6. Resuelva la siguiente relación de recurrencia:

$$a_{n+2}^2 - 5a_{n+1}^2 + 6a_n^2 = 7n, \quad n \geq 0$$

donde  $a_0 = a_1 = 1$ . *Sugerencia: haga un cambio de variable.*