

# Primer parcial de Matemática Discreta 1

Miércoles 30 de setiembre de 2015.

Nº Parcial	Nombre y apellido	Cédula

*Sugerencia: Sea cuidadoso al pasar las respuestas, lo completado aquí será lo único tenido en cuenta a la hora de corregir.*

## MÚLTIPLE OPCIÓN

1	2	3

## COMPLETAR

4	5	6

*Ejercicio de desarrollo (total 10 puntos).*

Considerar la desigualdad:  $n\sqrt{n} \geq 2\sqrt{n^2 + 4}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

1. Hallar el menor natural para el cual la desigualdad es válida.
2. Demostrar por inducción completa la desigualdad, a partir de la base inductiva hallada en la parte anterior.

Los ejercicios 1, 2 y 3 son de múltiple opción (total 12 puntos).  
 Correcta: 4 puntos, Incorrecta: -1 punto, sin responder: 0 punto.

Los ejercicios 4, 5 y 6 se responden completando el cuadro correspondiente.  
 Correcta: 6 puntos, Incorrecta o sin responder: 0 puntos (total 18 puntos).

1. Sea  $\mathcal{F} = \{ f : \{0, 1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4\} \}$  sobreyectiva /  $f(i) \neq i, \forall i \in \{2, 3, 4\}$ . Calcular el cardinal de  $\mathcal{F}$ .

- (A) 120 (B) 64 (C) 48 (D) 66 (E) 100

2. Sea  $c_n$  la cantidad de puntos de  $\mathbb{Z}^n$  que es necesario tomar para asegurarse que existen dos de ellos tales que su punto medio también tiene coordenadas enteras. Entonces:

- (A)  $c_2 = 3; c_3 = 7$   
 (B)  $c_2 = 5; c_3 = 7$   
 (C)  $c_2 = 5; c_3 = 9$   
 (D)  $c_2 = 3; c_3$  no se puede determinar  
 (E) No se pueden determinar  $c_2$  ni  $c_3$ .

3. El coeficiente de grado  $i$  del desarrollo en serie de potencias del producto de convolución

$$\left( \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{2^i}{i!} x^i \right) * \left( \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{3^i}{i!} x^i \right)$$

Recordar que el desarrollo de Mac Laurin vale  $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$ .

es:

- (A)  $\sum_{j=0}^i \frac{2^j \times 3^{i-j}}{(i!)^2}$ , (B)  $\frac{2^i + 3^i}{i!}$ , (C)  $\frac{6^i}{(i!)^2}$ , (D)  $\frac{5^i}{i!}$ , (E) Ninguna de las anteriores.

4. Calcular la cantidad de palabras que se pueden formar usando todas las letras de la palabra GALLETITAS que contienen el patrón LL y las vocales en su orden original.

5. Una prueba parcial consta de 7 preguntas con un total de 40 puntos. ¿De cuántas maneras se pueden asignar valores a las preguntas, de tal manera que cada pregunta valga entre 4 y 8 puntos?

6. Seleccionando 2 letras de la palabra RATA y 3 letras de la palabra TIERRA se forman palabras con y sin sentido. ¿Cuántas palabras contienen exactamente dos A?