

# Matemática Discreta I

## Examen

Miércoles 16 de diciembre de 2015.

---

Número de examen

Nombre y Apellido

Cédula de Identidad

---

RESPUESTAS				No completar		
1	2	3	4	5	6	7

El examen se aprueba con 60 puntos o más

### EJERCICIOS MÚLTIPLE OPCIÓN (total 40 puntos).

**Correctas: 10 puntos, Incorrectas: -2 puntos, Sin responder: 0 puntos.**

**EJERCICIO 1** Se considera el conjunto  $V = \mathbb{N} \setminus \{0\}$  y la relación de orden parcial:  $xEy \Leftrightarrow x$  divide a  $y$ . Sea  $X$  subconjunto de  $V$  definido como  $X = \{x \in V \mid (x \mid 300) \wedge (x \neq 300)\}$ . Decir cuál de las siguientes afirmaciones es la correcta:

Opciones:

- A)  $X$  no tiene máximo y su supremo, en  $V$ , es 300.
- B)  $X$  no tiene máximo ni supremo.
- C) 150 es el máximo y el supremo de  $X$ .
- D) 300 es el máximo y el supremo de  $X$ .
- E)  $X$  tiene un solo elemento maximal, pero no tiene máximo.

**EJERCICIO 2** Un grupo de amigos se van a comprar a lo sumo 6 helados de chocolate, o frutilla, o menta. ¿Cuántas formas de comprarlos hay?

Opciones: A)  $C_3^{10}$ ; B)  $C_2^8$ ; C)  $C_4^{10}$ ; D)  $C_6^9$ ; E)  $C_4^9$ .

**EJERCICIO 3** Se consideran las relaciones de orden  $\mathcal{R}$  definibles en el conjunto  $A = \{a, b, c, d\}$  que verifican que la cadena más grande y la anticadena más grande tienen, a lo sumo, 3 elementos.

Opciones:

- A) Hay trece o más diagramas de Hasse posibles.
- B) Hay seis diagramas de Hasse posibles que tienen máximo.
- C) Hay dos diagramas de Hasse posibles que tienen mínimo.
- D) Hay nueve diagramas de Hasse posibles.
- E) Hay dos diagramas de Hasse posibles que determinan un orden total.

**EJERCICIO 4** Sean  $a$  y  $b$  dos vértices colgantes (o sea vértices de grado 1) cualesquiera del bipartito completo  $K_{(1,4)}$ . Hallar la cantidad de caminos de largo 100 que inician en  $a$  y terminan en  $b$ .

Opciones: A)  $2^{96}$ ; B)  $2^{97}$ ; C)  $2^{98}$ ; D)  $2^{99}$ ; E)  $2^{100}$ .

---

**EJERCICIOS DE DESARROLLO (total 60 puntos).**

EJERCICIO 5 (20 puntos) Considerar la desigualdad:

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}.$$

Probar la desigualdad para todo natural no nulo.

EJERCICIO 6 (20 puntos)

Sea  $a_n$  la cantidad de tiras formadas por unos y doses cuyas cifras suman  $n$ .

1. Hallar  $a_n$ .
2. Hallar la función generatriz de la parte anterior con  $a_0 = 1, a_1 = 1$ .

EJERCICIO 7 (20 puntos)

Contar la cantidad de palabras (con o sin sentido) que usan todas las letras de la palabra *CHANCHA*, que no tienen dos letras iguales consecutivas.