

## Práctico 7: Relaciones (1<sup>ra</sup> Parte).

Ref. Grimaldi 5.1, 7.1 y 7.2

*Aclaración:* En todos los ejercicios  $R^{-1}$  denota la relación inversa, i.e.  $R^{-1} = \{(x, y) : (y, x) \in R\}$ , y  $\overline{R}$  la relación complementaria, i.e.,  $\overline{R} = \{(x, y) : (x, y) \notin R\}$ .

**Ejercicio 1** Determine si las siguientes relaciones son reflexivas, *irreflexivas* ( $\forall x, (x, x) \notin R$ ), simétricas, antisimétricas, *asimétricas* ( $(x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \notin R$ ) o transitivas en  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ :

a.  $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4)\}$ .

b.  $R = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$ .

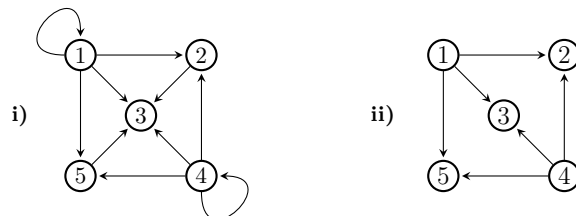
c.  $R = \{(1, 3), (1, 1), (3, 1), (1, 2), (3, 3), (4, 4)\}$ .

d.  $R = \emptyset$ .

e.  $R = A \times A$ .

f. Las relaciones cuyas matrices son i)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , ii)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

g. Para  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  y las relaciones dadas por los grafos dirigidos siguientes



**Ejercicio 2** Considere el conjunto de propiedades  $P = \{\text{reflexiva, simétrica, transitiva}\}$ . Para cada subconjunto  $T$  de  $P$ , exhiba un ejemplo de una relación que satisfaga las propiedades de  $T$  y no satisfaga las de  $P \setminus T$ .

**Ejercicio 3** Sean  $R$  y  $S$  relaciones en un conjunto  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ .

a. Elabore un criterio para decidir si  $R$  es o no *simétrica* basándose en la matriz de  $R$ .

b. Si  $R$  y  $S$  son *simétricas*: ¿lo serán también  $\overline{R}$ ,  $R^{-1}$ ,  $R \circ S$ ,  $R \cup S$ ,  $R \cap S$ ?

c. Ídem a los casos anteriores sustituyendo *simétrica* por *reflexivas*, *irreflexivas*, *antisimétricas*, *asimétricas* y *transitivas*.

