

**Práctico 4**  
**Principio de Inclusión-Exclusión y Principio del Palomar**

Ref. Grimaldi Secciones 5.5, 8.1 y 8.3

PRINCIPIO DE INCLUSIÓN-EXCLUSIÓN

**Ejercicio 1**

- a. ¿Cuántos enteros entre 1 y 105 inclusive no son divisibles por ninguno de los enteros 3, 5, 7?
- b. (Exam. julio 2000 Ej9) ¿Cuántos enteros entre 1 y 1155 inclusive son múltiplos de 3 pero no son divisibles por ninguno de los enteros 5, 7 y 11?

**Ejercicio 2** De 100 estudiantes, 32 estudian matemática, 20 física, 45 biología, 15 matemática y biología, 7 matemática y física, 10 física y biología, 30 no estudian ninguna de las tres materias.

- a. Encuentre el número de estudiantes que estudian las tres materias.
- b. Encuentre el número de estudiantes que estudian exactamente una de las tres materias.

**Ejercicio 3** ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 19$$

si  $x_i$  es un entero y

- a.  $0 \leq x_i \leq 8$  para todo  $i$ ?
- b.  $0 \leq x_1 \leq 5$ ,  $0 \leq x_2 \leq 6$ ,  $3 \leq x_3 \leq 7$  y  $0 \leq x_4 \leq 8$ ?

**Ejercicio 4** (Exam. diciembre 2009 Ej3)

Se tira un dado 6 veces. Calcule la cantidad de formas en que podemos obtener un número múltiplo de 18 como suma de las 6 tiradas del dado.

**Ejercicio 5** Calcule cuántas permutaciones de los dígitos del número 123456789 cumplen que:

- a. Ningún dígito está en su posición original.
- b. Los pares no están en su posición original.
- c. Los pares no están en su posición natural y la secuencia debe empezar con los dígitos 1, 2, 3, 4 en algún orden.

**Ejercicio 6** ¿De cuántas formas pueden extraerse 9 canicas de una bolsa si hay 3 de cada uno de los siguientes colores: blanco, rojo, azul, negro?

**Ejercicio 7** ¿Cuántos enteros positivos entre 1 y 9.999.999 inclusive tienen a 31 como la suma de sus dígitos?

**Ejercicio 8** ¿Cuántas palabras de 4 letras pueden formarse usando las letras A,B,C,D,E si debe aparecer al menos una vocal?

## PRINCIPIO DEL PALOMAR

**Ejercicio 9** Demuestre que cualquier subconjunto de seis elementos del conjunto  $S = \{1, 2, \dots, 9\}$  debe contener dos elementos cuya suma sea 10.

**Ejercicio 10** Dados cinco puntos de un cuadrado de lado 2, pruebe que deben haber dos que estén a distancia menor o igual que  $\sqrt{2}$ .

**Ejercicio 11** Sea  $f : A \rightarrow B$  una función, donde  $|A| > |B|$ . Demuestre que hay al menos  $\lceil |A| / |B| \rceil$  puntos del dominio que toman el mismo valor.

**Ejercicio 12** (1er Par. setiembre 2009 Ej3)

Se consideran  $n$  puntos en un triángulo equilátero de lado 1. ¿Cuál es el  $n$  mínimo que garantiza que al menos dos de los puntos se encuentran a distancia menor o igual que  $\frac{1}{2}$ ? (Vale colocar puntos sobre los lados del triángulo).

**Ejercicio 13** Demuestre que entre 100.000 personas hay al menos dos que nacieron exactamente al mismo tiempo (hora, minuto y segundo).

**Ejercicio 14** Pruebe que al menos uno de  $m$  enteros consecutivos es divisible por  $m$ .

**Ejercicio 15** (Examen Marzo 2003)

Halle el menor natural  $n$  tal que dados  $n$  dígitos diferentes se puede asegurar que existen dos de ellos cuyos cuadrados diferirán en un múltiplo de 6.

**Ejercicio 16** (Ej 5 Examen de Julio 2004)

Sea un tablero de 141 filas y 8 columnas. Cada cuadradito del tablero se pinta de blanco o de negro de forma tal que cada fila tenga exactamente cuatro cuadraditos pintados de negro. Demuestre que hay al menos tres filas con igual secuencia de colores.