

Exactamente una condición

Sean c_1, c_2, \dots, c_n n condiciones relativas a cierto conjunto A
(cada elemento $a \in A$ puede o no verificar cada condición c_i)

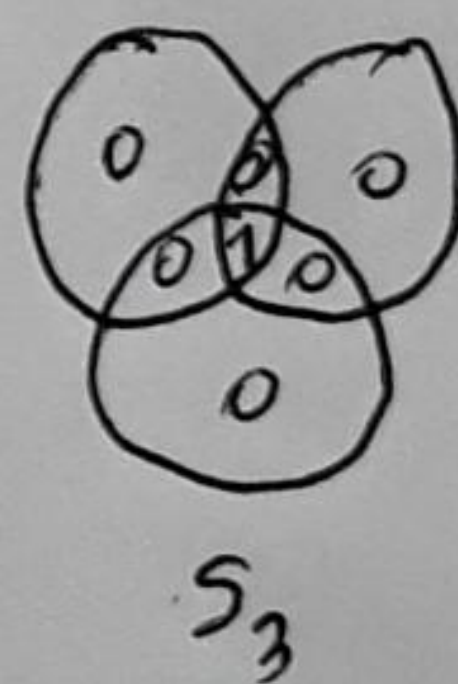
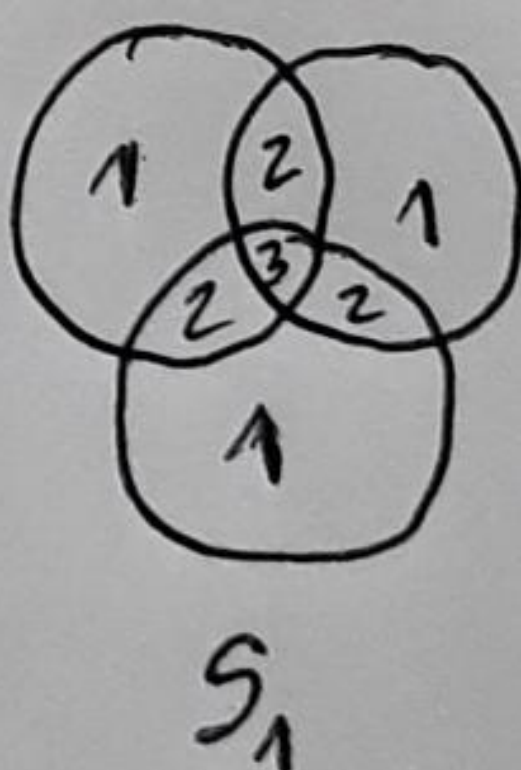
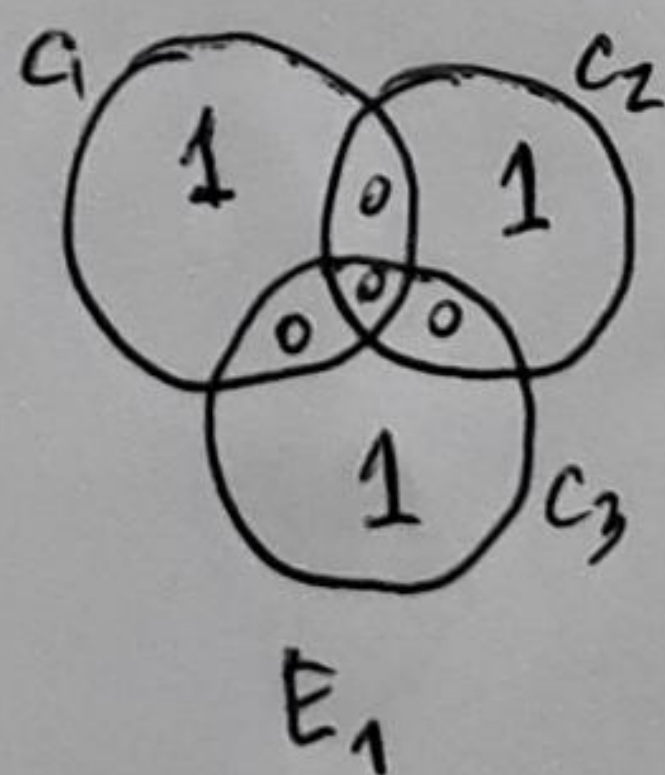
Sea $S_\ell = \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_\ell \leq n} N(c_{i_1} \dots c_{i_\ell})$ $1 \leq \ell \leq n$ (siguiendo las notaciones del P.I.E)

El P.I.E. nos dice como expresar cuantos $a \in A$ no verifican ninguna condición en función de los S_ℓ :

$$\bar{N} = N - S_1 + S_2 - \dots + (-1)^n S_n$$

Ahora queremos expresar cuantos $a \in A$ verifican exactamente una condición en función de los S_ℓ , denotemos ese número por E_1 .

Vamos a deducir E_1 para el caso de 3 condiciones c_1, c_2, c_3 .
Vemos como quedan los diagramas de Venn de multiplicidades:



Queremos expresar E_1 como combinación lineal de S_1, S_2 y S_3 .

Observamos que

$$S_1 - 2S_2 = \begin{array}{c} \text{Venn diagram with counts: } c_1 \text{ only: 1, } c_2 \text{ only: 1, } c_3 \text{ only: 1, } c_1 \text{ and } c_2: -3, c_1 \text{ and } c_3: 0, c_2 \text{ and } c_3: 0, \text{ all three: 1.} \end{array}, \text{ luego } S_1 - 2S_2 + 3S_3 = \begin{array}{c} \text{Venn diagram with counts: } c_1 \text{ only: 1, } c_2 \text{ only: 1, } c_3 \text{ only: 1, } c_1 \text{ and } c_2: 0, c_1 \text{ and } c_3: 0, c_2 \text{ and } c_3: 0, \text{ all three: 1.} \end{array} = E_1$$

Se pueden obtener fórmulas más generales pero no la veremos en el curso.