Investigación de Operaciones, Modelado y Optimización

Pedro Piñeyro
Departamento de Investigación Operativa
Instituto de Computación (InCo)

INTRODUCCIÓN A LA INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN

2024

Agenda

- Introducción al enfoque de IO a través de un problema inspirado en una situación real.
- Conceptos y características generales de IO.
- Modelos matemáticos para el apoyo en la toma de decisiones.
- Modelos de Programación Matemática.
- Conceptos generales de Optimización.
- UCs sobre IO, Modelado y Optimización.

Problema: Planteo

- Realizar la distribución de vacunas desde ciertos centros de suministro (orígenes) a los vacunatorios (destinos), ubicados ambos en capitales departamentales.
- ¿Cuál es el objetivo?
- ¿Qué condiciones se deben cumplir?
- ¿Qué información necesito?
- ¿Cómo lo puedo resolver?
- ¿Cómo se aplica la solución obtenida?

Problema: Descripción y objetivo

- Distribución de vacunas desde diferentes orígenes a diferentes destinos, **minimizando los costos de transporte**.
- Se debe **cumplir con las necesidades de vacunas** de cada destino (demanda de vacunas).
- Cada origen dispone de una **cantidad limitada vacunas** (oferta de vacunas).
- Los costos dependen de las cantidades a entregar y de las distancias a recorrer.
- Otras suposiciones: capacidad y vehículos suficientes, la oferta total es suficiente, ….

Problema: Datos

- Centros de distribución: Montevideo y Flores.
- Vacunatorios: Montevideo, Canelones, Flores, Florida, Maldonado, Lavalleja y San José.
- Cantidad estimada de población objetivo de cada departamento involucrado.
- Distancia entre centros de distribución y capitales departamentales.
- Costo por kilómetro recorrido y cantidad de vacunas: $1 por vacuna y kilometro.

Problema: Datos (cont.)

Distancias (km)	Flores	Montevideo	*Pob.Obj.*
Canelones	151	**46**	364131
Flores	**0**	188	17535
Florida	126	**98**	46934
Lavalleja	276	**122**	41171
Maldonado	**301**	309	115010
Montevideo	188	**0**	923376
San José	95	**93**	75816
Oferta	300000	1300000	

FACULTAD DE INGENIERIA

Ingeniería de Producción

Problema: Solución

- Cumplir con toda la demanda de cada departamento desde el centro de distribución más cercano.

	Flores	Montevideo	*Pob.Obj.*
Canelones		364131	364131
Flores	17535		17535
Florida		46934	46934
Lavalleja		41171	41171
Maldonado	115010		115010
Montevideo		923376	923376
San José		75816	75816
Oferta	300000	1300000	
Holgura			
Costo	**$68,041,318**		

Problema: Solución

- Cumplir con toda la demanda de cada departamento desde el centro de distribución más cercano.

	Flores	Montevideo	*Pob.Obj.*
Canelones		364131	364131
Flores	17535		17535
Florida		46934	46934
Lavalleja		41171	41171
Maldonado	115010		115010
Montevideo		923376	923376
San José		75816	75816
Oferta	300000	1300000	
Holgura	167455	-151428	
Costo	**$68,041,318**		

No se respeta la oferta de los centros

Problema: Solución (cont.)

- Tomar la solución anterior y reasignar poblaciónes de los centros con holgura negativa.

	Flores	Montevideo	*Pob.Obj.*
Canelones		364131	364131
Flores	17535		17535
Florida		46934	46934
Lavalleja		41171	41171
Maldonado	115010		115010
Montevideo		923376	923376
San José		75816	75816
Oferta	300000	1300000	
Holgura	167455	-151428	
Costo	**$68,041,318**		

Problema: Solución (cont.)

- Tomar la solución anterior y reasignar poblaciónes de los centros con holgura negativa.

	Flores	Montevideo	*Pob.Obj.*
Canelones		364131	364131
Flores	17535		17535
Florida	46934		46934
Lavalleja	41171		41171
Maldonado	115010		115010
Montevideo		923376	923376
San José	75816		75816
Oferta	300000	1300000	
Holgura	3534	12493	
Costo	**$75,847,436**		

Problema: Solución (cont.)

- Tomar la solución anterior y reasignar poblaciónes de los centros con holgura negativa.

	Flores	Montevideo	*Pob.Obj.*
Canelones		364131	364131
Flores	17535		17535
Florida	46934		46934
Lavalleja	41171		41171
Maldonado	115010		115010
Montevideo		923376	923376
San José	75816		75816
Oferta	300000	1300000	
Holgura	3534	12493	
Costo	**$75,847,436**		

¿Por qué aumentan los costos?

Problema: Solución (cont.)

- Tomar la solución anterior y reasignar poblaciónes de los centros con holgura negativa.

	Flores	Montevideo	*Pob.Obj.*
Canelones		364131	364131
Flores	17535		17535
Florida	46934		46934
Lavalleja	41171		41171
Maldonado	115010		115010
Montevideo		923376	923376
San José	75816		75816
Oferta	300000	1300000	
Holgura	3534	12493	
Costo	**$75,847,436**		

¿Es ésta la mejor solución posible (óptima)?

FACULTAD DE INGENIERIA

Ingeniería de Producción

Problema: Todo el país

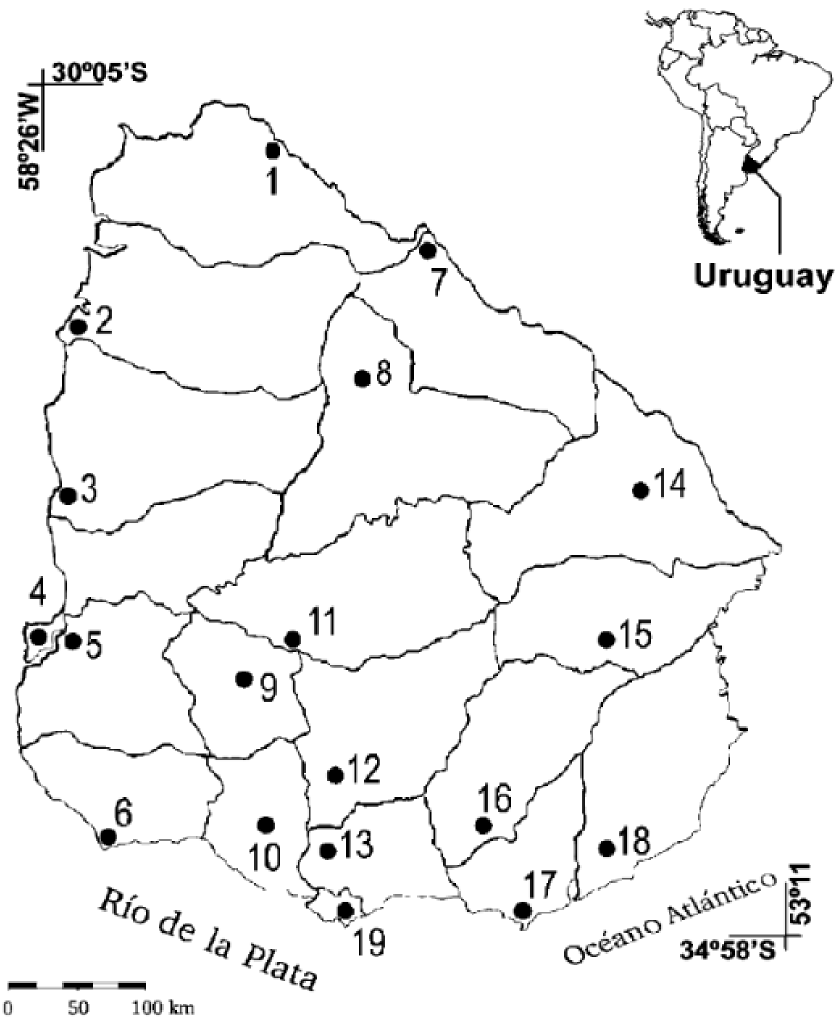


Fig. 1. Mapa del área de estudio mostrando los departamentales y sus capitales (1-19). (1: Artigas, 2: Salto, 3: Paysandú, 4: Río Negro, 5: Mercedes, 6: Colonia del Sacramento, 7: Rivera, 8: Tacuarembó, 9: Trinidad, 10: San José de Mayo, 11: Durazno, 12: Florida, 13: Canelones, 14: Melo, 15: Treinta y Tres, 16: Minas, 17: Maldonado, 18: Rocha, 19: Montevideo.)

Fuente: Rossi & Martinez (2013)

Problema: Datos de todo el país

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	Artigas	*	555	611	418	503	435	748	392	435	711	601	325	183	671	207	580	211	503	459
2	Canelones	555	*	145	137	52	268	155	378	237	131	46	332	455	220	450	47	344	282	151
3	Colonia	611	145	*	218	178	207	301	507	176	276	177	286	549	360	404	108	429	427	176
4	Durazno	418	137	218	*	85	201	298	418	170	273	183	229	318	363	348	136	207	424	41
5	Florida	503	52	178	85	*	286	209	329	255	184	98	318	403	274	437	88	292	355	126
6	Fray Bentos	435	268	207	201	286	*	422	622	31	395	309	110	452	483	228	220	341	546	160
7	Maldonado	748	155	301	298	209	422	*	325	391	75	134	487	572	85	605	202	509	212	301
8	Melo	392	378	507	418	329	622	325	*	590	276	387	435	262	285	428	407	204	113	460
9	Mercedes	435	237	176	170	255	31	391	590	*	363	278	110	452	452	228	189	341	415	129
10	Minas	711	131	276	273	184	395	75	276	363	*	122	463	604	132	582	182	484	164	276
11	Montevideo	601	46	177	183	98	309	134	387	278	122	*	378	501	210	496	93	390	286	188
12	Paysandú	325	332	286	229	318	110	487	435	110	463	378	*	342	553	118	285	231	614	190
13	Rivera	183	455	549	318	403	452	572	262	452	604	501	342	*	541	335	473	111	373	359
14	Rocha	671	220	360	363	274	483	85	285	452	132	210	553	541	*	672	272	490	172	366
15	Salto	207	450	404	348	437	228	605	428	228	582	496	118	335	672	*	403	224	534	309
16	San José	580	47	108	136	88	220	202	407	189	182	93	285	473	272	403	*	353	327	95
17	Tacuarembó	211	344	429	207	292	341	509	204	341	484	390	231	111	490	224	353	*	320	248
18	Treinta y Tres	503	282	427	424	335	546	212	113	514	164	286	614	373	172	534	327	320	*	427
19	Trinidad	459	151	176	41	126	160	301	460	129	276	188	190	359	366	309	95	248	427	*

Fuente: viatermal.com

Investigación de Operaciones

- Disciplina para el **apoyo en la toma de decisiones** en sistemas complejos.
- Aplicación del enfoque científico para resolver problemas de gestión que involucran decisiones sobre **cantidades continuas o discretas** (por ej.: binarias para decisions del tipo si/no).
- Determinar la **mejor solución posible** (óptima o cercana) entre un conjunto de alternativas.
- Se apoya en análisis de datos, **modelos matemáticos** y en técnicas de optimización y simulación (análisis cuantitativo).

Investigación de Operaciones

Matemática y Estadística

Ciencias de la Computación

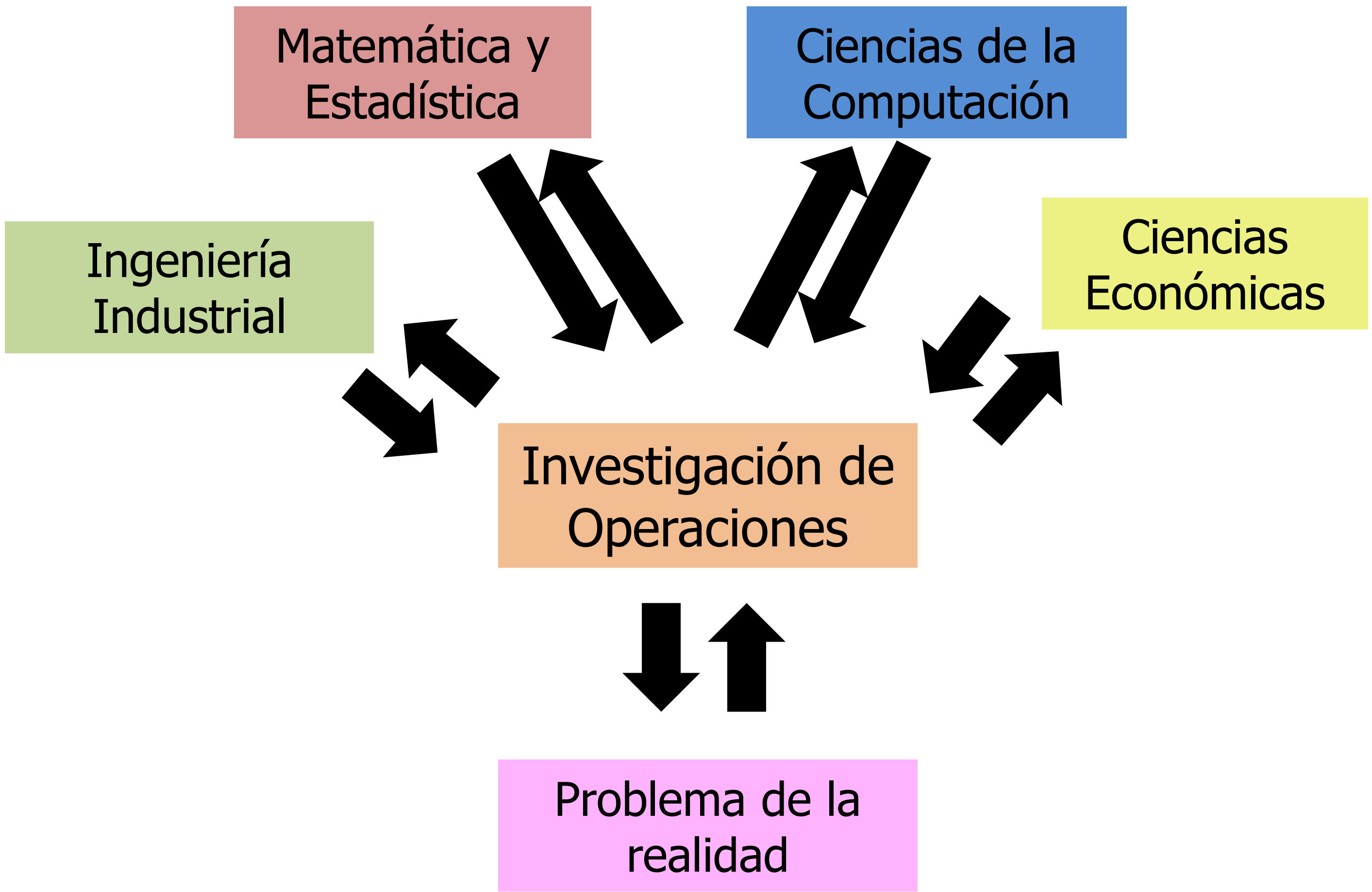
Ingeniería Industrial

Ciencias Económicas

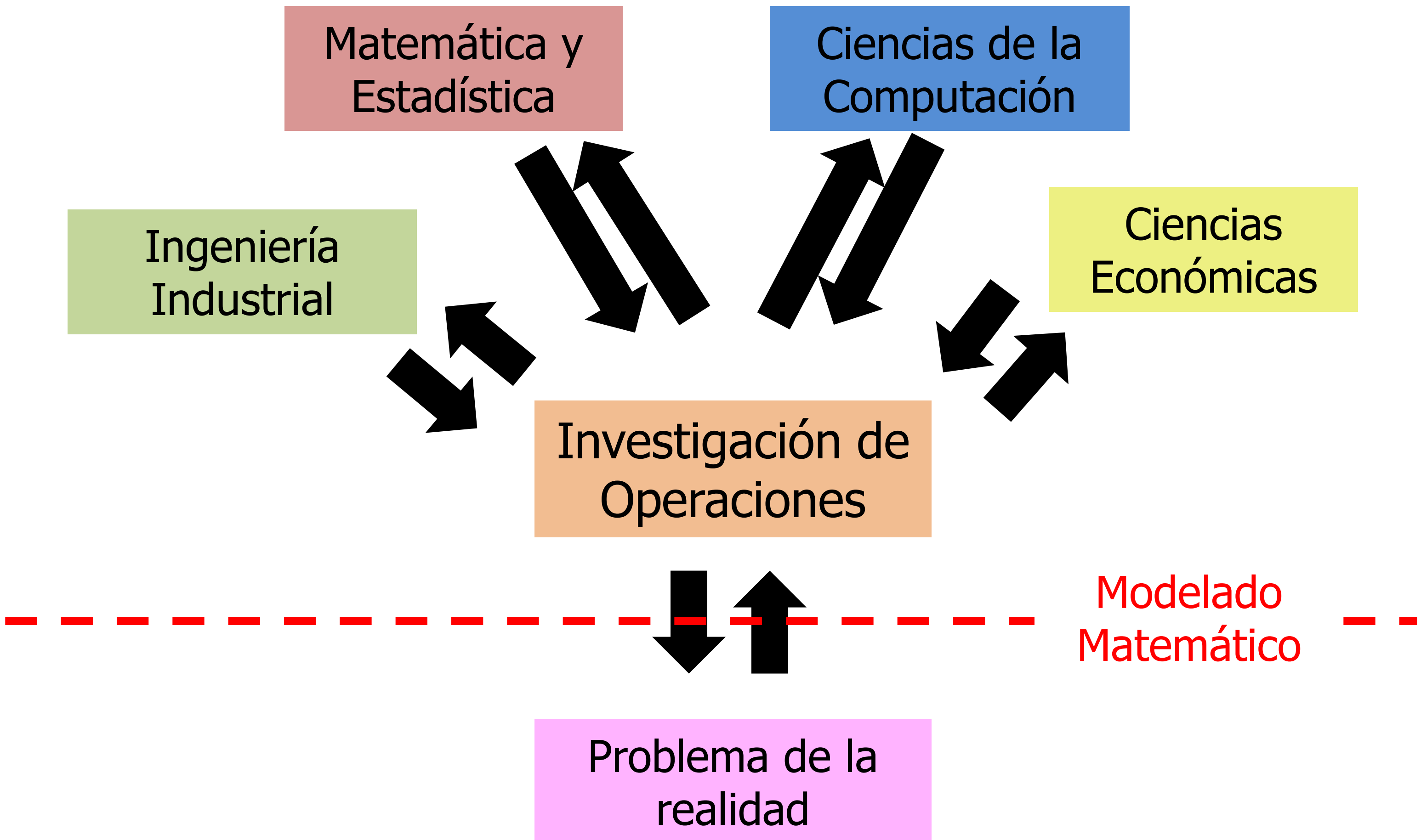
Investigación de Operaciones

Problema de la realidad

Investigación de Operaciones



Investigación de Operaciones



Perspectiva histórica de IO

- Surge formalmente durante la Segunda Guerra Mundial, en el ámbito militar.
- Finalizada la guerra, se comienza a utilizar para problemas en la industria, inicialmente en Inglaterra y Estados Unidos.
- En las décadas de 1980 y 1990 se expande al resto del mundo, gracias al desarrollo de las computadoras.
- Hoy se utiliza en diferentes áreas: producción, logística, economía, salud, deportes, etc.

Enfoque de IO

- Descripción lo más detallada posible del problema a resolver (objetivos, restricciones y suposiciones).
- Elaboración y validación de uno o varios modelos matemáticos.
- Relevamiento y estimación de datos necesarios.
- Experimentación numérica (evaluación del modelo y análisis de resultados).

Enfoque de IO

- Descripción lo más detallada posible del problema a resolver (objetivos, restricciones y suposiciones).
- Elaboración y validación de uno o varios modelos matemáticos.
- Relevamiento y estimación de datos necesarios.
- Experimentación numérica (evaluación del modelo y análisis de resultados).

Enfoque de IO

- Descripción lo más detallada posible del problema a resolver (objetivos, restricciones y suposiciones).
- Elaboración y validación de uno o varios modelos matemáticos.
- Relevamiento y estimación de datos necesarios.
- Experimentación numérica (evaluación del modelo y análisis de resultados).
- Implementación de la solución (lo más difícil).

Ejemplos de aplicación de IO

- Logística y transporte de productos.
- Asignación de recursos/agentes a actividades.
- Programación de tareas en máquinas.
- Diseño de tratamientos de radioterapia.
- Instalación de centros de provisiones para mejorar la respuesta a desastres.
- Líneas de producción (layout, ensamblado, planificación).
- Recolección y gestión de residuos.

Modelos Matemáticos

- **Representación simplificada de la realidad** a través de relaciones entre símbolos y cantidades (ej.: expresiones con variables y parámetros).
- Predecir el comportamiento, encontrar una solución, o la mejor solución posible (optimizar).
- En general es imposible o muy costoso experimentar con el problema real.
- La experimentación con el modelo se realiza con el apoyo de las computadoras, a través de software de optimización (solvers) y/o de simulación.

Modelos Matemáticos

- En muchas ocasiones existe más de un modelo "correcto" para un mismo problema.
- Suposiciones sobre la realidad (simplificación).
- Recolección y análisis de datos (incertidumbre).
- Proceso creativo e iterativo, realizado en equipo.
- Validación para encontrar errores o posibles mejoras del modelo.
- Implementación de la o las soluciones obtenidas.
- Para los problemas de gestión, suelen utilizarse modelos de Programación Matemática, Teoría de Grafos y Simulación, entre otros.

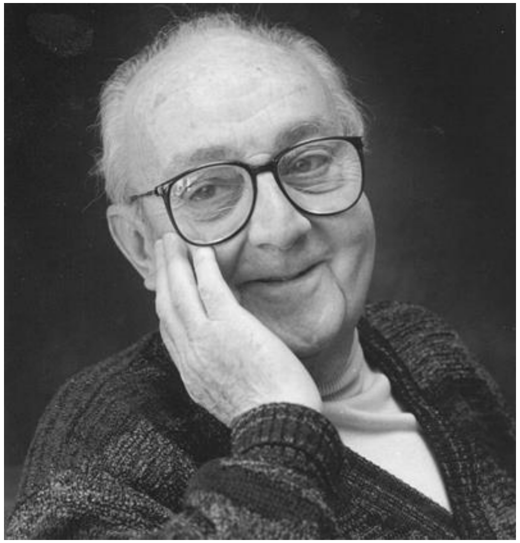
Programación Matemática

- **Modelo matemático de optimización** que consta de:
  - Variables (valores a determinar)
  - Parámetros (valores conocidos)
  - Función objetivo (max, min)
  - Conjunto de restricciones (inecuaciones o ecuaciones y de dominio de las variables)
- Determinar la mejor solución dentro de un conjunto de alternativas posibles (soluciones factibles), ya sea infinito o finito (**optimización combinatoria**).
- Se clasifican según la forma de la función objetivo, las restricciones y el dominio de las variables.

Acerca de los modelos

"Todos los modelos están mal, pero algunos son útiles"

"Sería muy notable si cualquier sistema existente en el mundo real pudiera ser representado exactamente por un modelo simple. Sin embargo, **los modelos construidos astutamente a menudo proporcionan aproximaciones notablemente útiles**."



George E.P. Box (1919 - 2013)
Foto: imstat.org

"Para un modelo de este tipo, no es necesario plantearse la pregunta "¿Es el modelo verdadero?". Si la "verdad" ha de ser la "verdad total", la respuesta debe ser "No". La única pregunta de interés es "**¿Es el modelo esclarecedor y útil?**". "

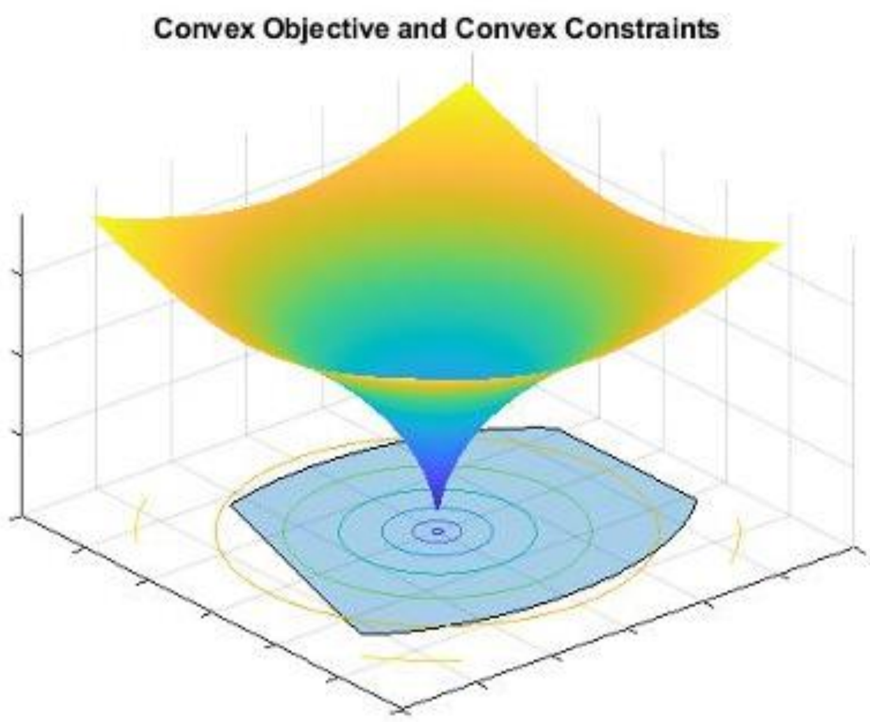
George .E.P. Box (1979): *Robustness in the Strategy of Scientific Model Building*

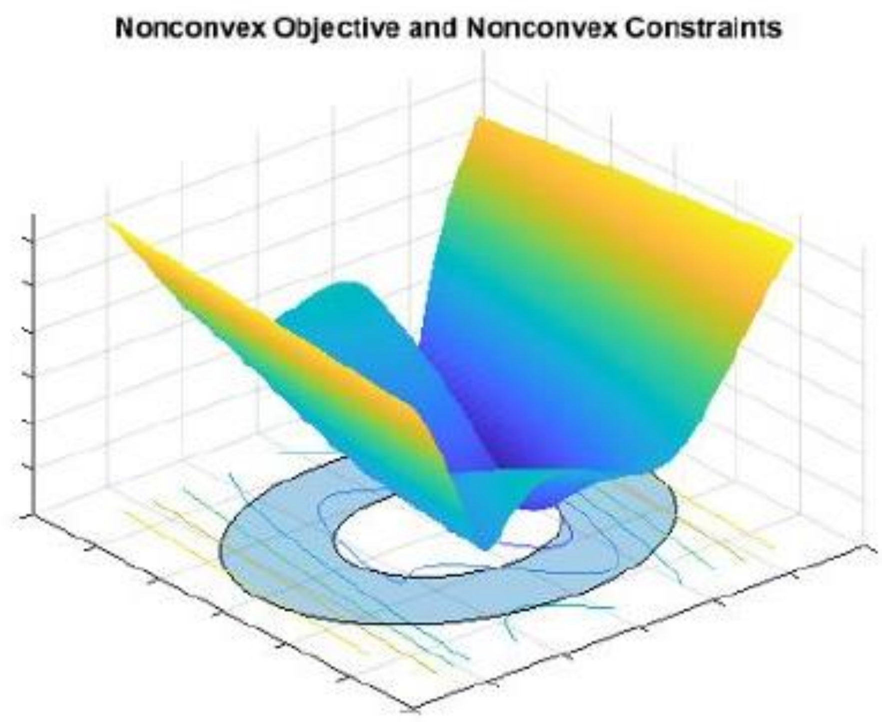
Optimización

- Encontrar la mejor solución posible, de acuerdo a un objetivo (min o max) y a un conjunto de restricciones (ecuaciones, inecuaciones, dominio).
- Métodos de resolución exactos, aproximados o heurísticos.
- Existen programas informáticos que permiten escribir el modelo en un cierto lenguaje, ingresar los datos necesarios y ejecutar un solver (programa para resolver un problema de optimización).
- El método de resolución a utilizar depende en gran medida de las características del modelo.

Optimización Global

- La importancia de la convexidad.

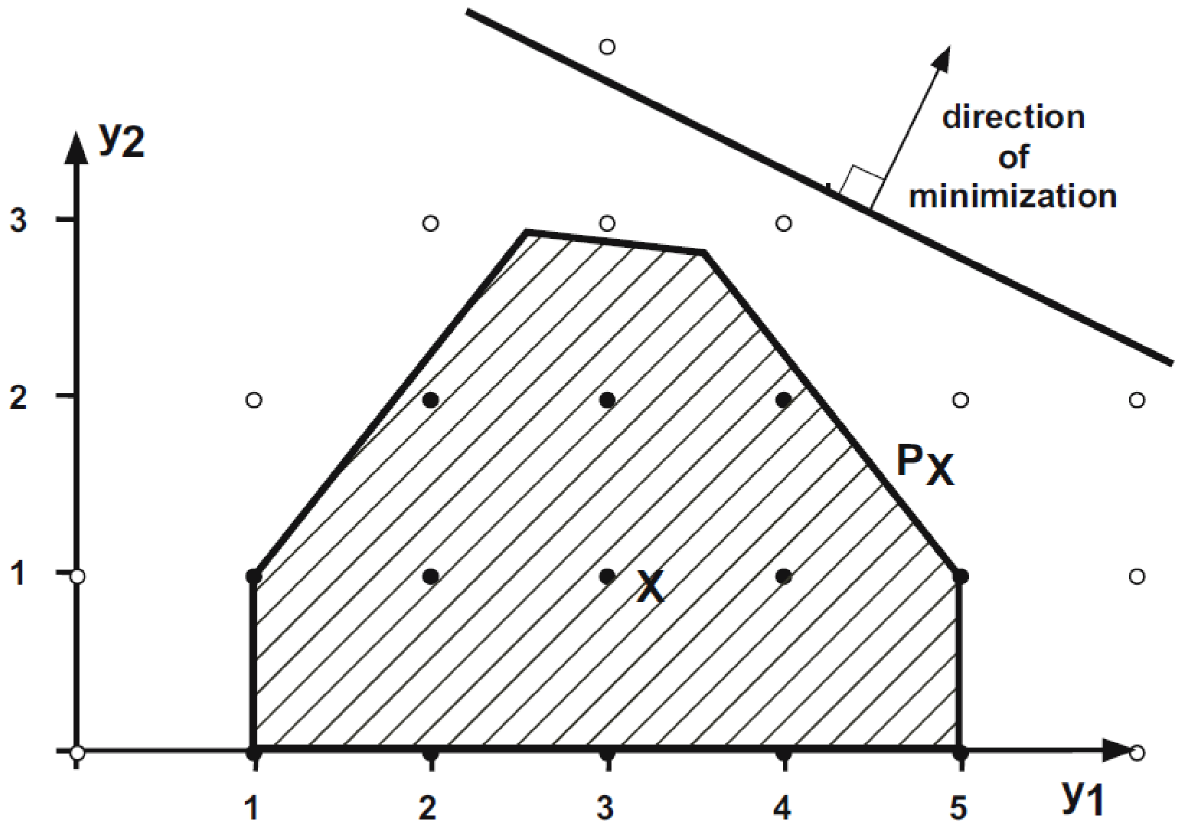




Fuente: https://la.mathworks.com/discovery/convex-optimization.html

Optimización Lineal y Entera

- La importancia de la convexidad.



Fuente: Pochet & Wolsey (2006): *Production Planning by Mixed Integer Programming*

Optimización: Resolución

- **Programación Lineal**: Simplex, Simplex Dual, Interior Point Method, …
- **Programación Entera**: Branch-and-Bound, Cutting Plane Method, Branch-and-Cut, Cut-and-Branch, …, MIP-Heuristics, …
- **Solvers**: CPLEX, Gurobi, GLPK, SCIP, …
- **Lenguajes de modelado**: AMPL, GAMS, OPL, …

Optimización

- La calidad de una solución óptima depende de la calidad de los datos.
- Análisis de sensibilidad (parámetros sensibles) y de post-optimalidad (what-if).
- La solución óptima es del modelo, no de la realidad (apoyo para la toma de decisiones).
- Solución óptima vs solución subóptima.
- Más de una solución óptima.
- En algunas ocasiones optimizar puede no ser lo más importante (ej.: factibilidad).

UCs de IO, Modelado y Optimización

- Modelado Cuantitativo de Problemas de Producción (MCPP).
- Introducción a la Investigación de Operaciones (IIO).
- Optimización de Problemas de Producción (OPP).
- Fundamentos de Programación Entera (FPE).
- Optimización Bajo Incertidumbre (OBI).
- Teoría, Algoritmos y Aplicaciones de Gestión Logística (TAAGL).
- UCs del IMERL.
- Reformulaciones y Algoritmos para Planificación de la Producción (RAPP).

Bibliografía

- Hillier FS, Lieberman GJ (2010): *Introducción a la Investigación de Operaciones*, 9ª edición, McGraw-Hill.
- Box GEP (1979): *Robustness in the Strategy of Scientific Model Building*, en *Robustenss in Statistics*, RL Launer GM Wilkinson (eds), Academic Press.
- Pochet Y, Wolsey LA (2006): *Production Planning by Mixed Integer Programming*, Springer.