

Ejercicio 1 (Ecuaciones) Indicar si las siguientes ecuaciones son verdaderas para todo valor de las variables reales x e y :

1. $\sqrt{x^2} = x$

4. $\frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3} = \frac{2x^3+3x^2}{x^5}$

7. $\frac{2}{4+x} = \frac{1}{2} + \frac{2}{x}$

2. $\sqrt{x^2+4} = |x| + 2$

5. $\frac{16+x}{16} = 1 + \frac{x}{16}$

8. $(x^3)^4 = x^7$

3. $\frac{x}{x+y} = \frac{1}{1+y}$

6. $\frac{1}{x^{-1}+y^{-1}} = x + y$

9. $6 - 4(x + y) = 6 - 4x - 4y$

Ejercicio 2 (Ecuaciones polinomiales) Resolver en \mathbb{R} las siguientes ecuaciones y expresarlas de forma factorizada si es posible:

1. $x^2 + 9x - 10 = 0$

7. $-x^2 + 2x - 1 = -2x^2 + x - 3$

2. $x^2 + 9 - 6x = 0$

8. $x^2 + 6x - 1 = (x - 1)(x + 7)$

3. $2x^2 - 50 = 0$

9. $x^3 + 27 = 0$

4. $-2x^2 = 8x$

10. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$

5. $6x^2 + 36x = 0$

11. $x^3 + 3x^2 + x - 1 = 0$

6. $3x^2 + 5x + 1 = 0$

12. $8x^3 + 14x^2 - 5x - 2 = 0$ sabiendo que $\frac{1}{2}$ es raíz.

Ejercicio 3 (Ecuaciones exponenciales y logarítmicas) Resolver las siguientes ecuaciones en \mathbb{R} utilizando las partes anteriores de este ejercicio, y propiedades de las funciones logaritmo y potencia.

1. $\frac{2^{3x+4}}{16^{x^2+1}} = 1$

5. $\frac{1}{3} \log(2x - 1) = \log(5) - \log(3)$

2. $3^{2x-5} = (27)^{x^2-2}$

6. $\log_5(2a + 1) - \log_5(3a) = 0$

3. $\frac{4^{x-1}}{2^{x+2}} = 128$

7. $\log_2(x + 6) = 3$

4. $\left(\frac{9}{4}\right)^{-x^2/2} = \frac{3}{2} \left(\frac{8}{27}\right)^{(x-1)/3}$

8. $\ln(x) + \ln(x + 2) = \ln(x + 8)$

Ejercicio 4 (Ecuaciones con valor absoluto) Resolver las siguientes ecuaciones en \mathbb{R} :

1. $|x + 3| = |2x + 1|$

3. $\left|\frac{2x-3}{x+2}\right| = 3$

2. $|3x + 5| = 1$

4. $\left|\frac{-x+2}{x-3}\right| = |2x - 1|$

Ejercicio 5 (Lenguaje matemático: una variable)

1. ¿Cuál es el número que al restarle su tercio a su doble se obtiene 15?

2. ¿Cuál es el número que al restarle un tercio a su doble se obtiene 15?

3. La suma de tres números impares consecutivos es igual a 99. Hallar la suma del menor y el mayor.

4. Encontrar dos números impares consecutivos tales que su producto sea igual a 195.

5. ¿Cuáles son los dos números naturales consecutivos tales que la suma de sus cuadrados de 113?

6. Un joven conductor de un vehículo interrogado por la policía acerca de su edad, respondió: el doble del cuadrado de la edad que tendré dentro de cuatro años, menos el triple del cuadrado de la edad que tenía hace dos años, es el doble de la edad que tendré dentro de 54 años.

- Determinar la edad del joven al responder la pregunta.
- ¿En qué seccional terminó?

Ejercicio 6 (Lenguaje matemático: más de una variable)

1. Para un evento se encargaron 500 sándwiches con los siguientes gustos: queso, olímpico y atún. Se sabe que la cantidad de sándwiches de queso es el triple que la cantidad de olímpicos y la cantidad de sándwiches olímpicos supera en 25 a la cantidad de los de atún. ¿Cuántos sándwiches hay de cada gusto?
2. Hallar la medida de los lados de un rectángulo cuya área es 8 y cuyo lado menor mide la mitad del lado mayor.
3. El costo de una entrada al cine es de 300 pesos para adultos y es 200 para niños. Si el viernes fueron 250 personas y se recaudaron 65000 pesos. ¿Cuántos adultos y cuántos niños concurrieron ese día al cine?
4. En un estadio hay 3400 personas. Por cada 5 visitantes hay 12 locales. ¿Cuántos locales asistieron?

Ejercicio 7 (Inecuaciones con potencias y radicales) Determinar para qué valores de x se verifican las siguientes inecuaciones.

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------|
| 1. $4x - 2 > 3$ | 6. $1 + 5x > 5 - 3x$ |
| 2. $x^2 + 4x + 1 \geq 0$ | 7. $0 \leq 1 - x < 1$ |
| 3. $x(x - 1)(x - 2)(x - 3) < 0$ | 8. $\frac{2-x}{1+x} \leq 0$ |
| 4. $4 - 3x \geq 6$ | 9. $\sqrt{x+4} < x$ |
| 5. $1 - x \leq 2$ | 10. $\sqrt{2x+8} < x+4$ |

1. Sea S_i el conjunto solución de la inecuación $i = 1, \dots, 10$ de la parte anterior: Escribir S_i por extensión y utilizando notación de intervalos y hallar:

a) $S_i \cap S_{i+1}$ con $i = 1, \dots, 9$, b) $S_{i+1} \setminus S_i$ con $i = 1, \dots, 9$, c) S_i^c con i par

Ejercicio 8 (Inecuaciones con valor absoluto) Determinar para qué valores de x se verifican las siguientes inecuaciones.

- | | |
|------------------------|-----------------------------------|
| 1. $ x < 3$ | 6. $ 5x - 2 < 6$ |
| 2. $ x \geq 3$ | 7. $ 2x - 5 < 3x + 4 $ |
| 3. $ x - 4 < 1$ | 8. $x^2 - 5 x + 4 \geq 0$ |
| 4. $ x + 5 \geq 2$ | 9. $3 x - x - 2 > 2$ |
| 5. $ 2x - 3 \leq 0,4$ | 10. $\sqrt{x^2 + 4} \leq x + 2$ |

1. Sea S_i el conjunto solución de la inecuación $i = 1, \dots, 10$ de la parte anterior. Escribir S_i por extensión y utilizando notación de intervalos y hallar:

- a) $S_i \cap S_{i+1}$ con $i = 1, \dots, 9$, b) $S_{i+1} \setminus S_i$ con $i = 1, \dots, 9$, c) S_i^c con i par

Ejercicio 9 (Inecuaciones: un poco más elaboradas) Resolver las siguientes inecuaciones:

1. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} > 0$
2. $\frac{x}{x-1} < \frac{2x+1}{x}$
3. $\sqrt{x^2+1} > 2x-3$
4. $|\log x| > x^2$ (resolver gráficamente)

Ejercicio 10 (Sistemas de inecuaciones) Determinar para qué valores de x se verifican los siguientes sistemas de inecuaciones.

1. $\begin{cases} 1 + 5x > 5 - 3x \\ 0 \leq 1 - x < 1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x^2 + 4x + 1 \geq 0 \\ x(x-1)(x-2)(x-3) < 0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} \sqrt{x+4} < x \\ \sqrt{2x+8} < x+4 \end{cases}$
4. $\begin{cases} (x-2)^2 \geq 4 \\ \sqrt{x-1} \geq 1 \end{cases}$
5. $\begin{cases} \log(x+3) > 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$
6. $\begin{cases} \log_2(x+6) \leq 3 \\ 0 \leq 1 - x < 1 \end{cases}$

Observar que muchas de las expresiones aparecen en los ejercicios anteriores.

Ejercicio 11 (Matemática en la sociedad)

1. La relación entre las escalas de temperatura Celsius (C) y Fahrenheit (F) está dada por la relación $C = \frac{5}{9}(F - 32)$.
 - a) ¿Qué intervalo en la escala Celsius corresponde al rango $[50, 95]$ en la escala Fahrenheit?
 - b) El pronóstico de la aplicación del celular dice que mañana la temperatura estará entre 20 grados y 30 grados Celsius. ¿Entre cuántos grados Fahrenheit estará?
2. El costo de un taxi en Montevideo (tarifa diurna) es el siguiente: la bajada de bandera cuesta 53,05\$ y la ficha cada 100 metros de recorrido cuesta 3,08\$.
 - a) Describir mediante una inecuación la cantidad de kilómetros que se pueden recorrer con 500 pesos.
 - b) ¿Cuál es la máxima cantidad de kilómetros que se pueden recorrer con 500 pesos?
 - c) Si la tarifa nocturna aumenta 20% sobre la tarifa diurna, responder la pregunta anterior para el horario nocturno.

Ejercicio 12 (Ejercicio de pruebas anteriores) Indicar cuáles de los siguientes pares de ecuaciones tienen el mismo conjunto solución:

1. $\frac{1}{2} \log(x+1) - \log(x) = 0$ y $x^2 - x = 1$,
2. $3^{2x^2-2} = 81^{1-x}$ y $x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0$,
3. $\left|\frac{x}{2}\right| = |x-1|$ y $x^3 - x^2 = x + 2$.

En caso de que no tengan el mismo conjunto solución, hallar su intersección.