Funciones

Matemática 1 – UTU - UdelaR

Bettina Neira – César Piña

Funciones – Estudio analítico

- Dominio
- Ceros y signo
- Límites laterales e infinitos
- Crecimiento y concavidad

Dominio

El dominio de la función es el subconjunto de los números reales donde la función está definida.

- **Funciones polinómicas:** Son aquellas de la forma
  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ ... + a_1 x + a_0, n \in \mathbb{N}, a_i \in \mathbb{R}, i = 1 \ldots n$
  Estas funciones están definidas para todo número real $\Rightarrow \mathbf{D}(\boldsymbol{f}) = \mathbb{R}$

- **Funciones racionales**: Son las funciones que son cociente de dos polinomios
  $\mathrm{P}(x)\ y\ Q(x), f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

Los polinomios están definidos para todos los números reales, al trabajar con un cociente, hay un valor que nunca puede darse, aquel que hace que el denominador de anule, ya que en ese caso el cociente no estaría definido. $\Rightarrow \mathbf{D}(\boldsymbol{f}) = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}; \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}) \neq \mathbf{0}\ \}$

- **Funciones irracionales**: Son aquellas de la forma $f(x) = k.\sqrt[n]{x}\ n \in \mathbb{N}$
  El cálculo del valor dependerá del índice de la raíz

$$D(f)\begin{cases} \mathbb{R} & si\ n\ impar \\ \{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\} & si\ n\ par \end{cases}$$

Dominio

El dominio de la función es el subconjunto de los números reales donde la función está definida.

- **Función exponencial:** Son de la forma
  $f(x) = Ka^x \; a > 0, a \neq 1$ es la base de la exponencial. $K \in \mathbb{R}$ es el coeficiente de la exponencial.
  Estas funciones están definidas para todo número real $\Rightarrow \mathbf{D}(\boldsymbol{f}) = \mathbb{R}$

- **Función logarítmica**: Son de la forma
  $f(x) = \; log_a(x), \; donde \; a > 0 \; es \; la \; base \; del \; logaritmo.$
  El logaritmo neperiano es el más habitual, la base es el número e y se denota
  $log\ (x) \; o \; Ln(x). \Rightarrow \mathbf{D}(\boldsymbol{f}) = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}; \boldsymbol{x} > \mathbf{0}\} = (\mathbf{0}, +\infty) = \mathbb{R}^+$

Ceros y signo

- **Los ceros de una función** indican los puntos donde el gráfico intersecta al eje $\overrightarrow{Ox}$. Para obtener los ceros, se calcula, si es sencillo, $f(x) = 0$

- **El signo de una función** indica cuando el gráfico se encuentra "sobre" o "debajo" del eje $\overrightarrow{Ox}$. Si el signo es positivo, está por encima y si es negativo por debajo.

- **Ordenada al origen.** Consiste en determinar el punto del corte del gráfico con el eje $\overrightarrow{Oy}$. Para eso se calcula si existe $f(0)$

Límites

- **Límites laterales**: Se estudian los límites laterals en los puntos donde la función no es continua, o en los extremos de los intervalos de no existencia.

- **Ramas infinitas.** Estudio del comportamiento de la función para $x \to \pm\infty$.

Crecimiento – Derivada primera

Crecimiento:

- Los ceros de la derivada primera indicant puntos notables que luego del studio del signo pueden ser ***extremos relativos***.
- El signo de la derivada primera indica los intervalos en los cuales la función es creciente (+) o decreciente (-)
- Si es un cero de la derivada primera, $f'(x)$ cambia de signo, se tiene un ***extremo relativo.*** Son los llamados ***Máximos o Mínimos.***

Concavidad – Derivada segunda

Concavidad:

- Los ceros de la derivada segunda indican puntos notables que luego del estudio del signo pueden ser ***puntos de inflexión***.
- El signo de la derivada segunda indica los intervalos en los cuales la función presenta concavidad positiva (+) o negativa (-).
- Si es un cero de la derivada segunda, $f''(x)$ cambia de signo, se tiene un ***punto de inflexión.***