

Señales y Sistemas

Sistemas de Comunicación

Instituto de Ingeniería Eléctrica



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Sistemas de comunicaciones

- Transmisión de **información**
 - Canal (recurso), espacio, tiempo, ...
- Teoría de la Información (Shannon, 1948)
 - **Límites:** compresión y transmisión
- Sistemas de comunicación
 - Tecnología, costos, protocolos, conocimiento, ...
 - Ruido, errores e interferencia

The Bell System Technical Journal

Vol. XXVII

July, 1948

No. 3

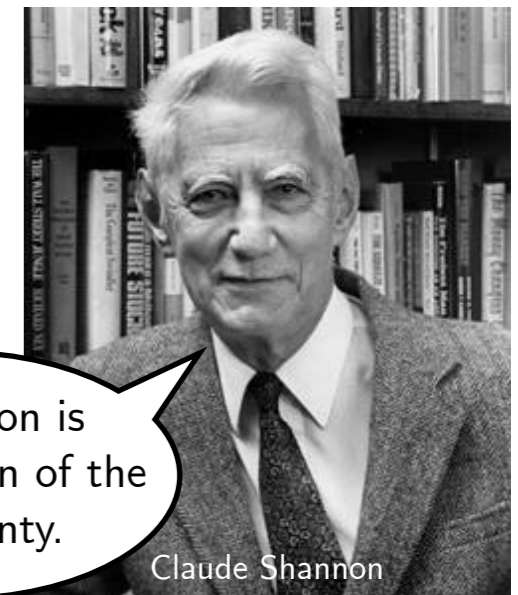
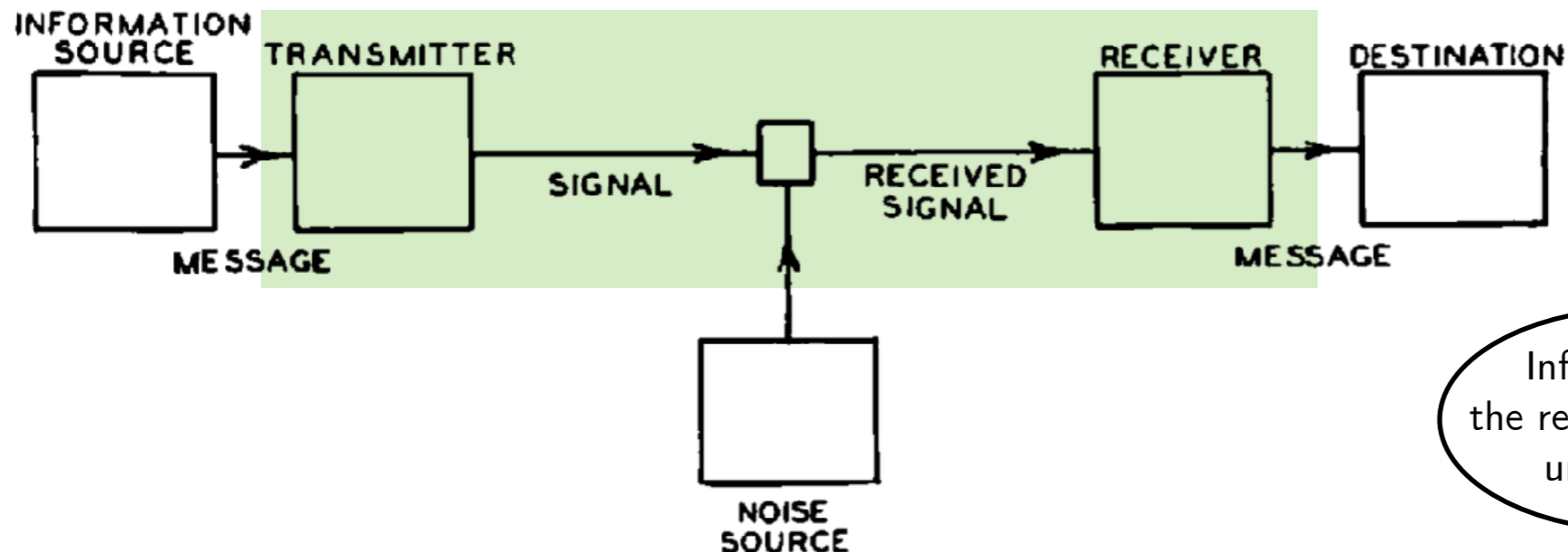
A Mathematical Theory of Communication

By C. E. SHANNON

INTRODUCTION

THE recent development of various methods of modulation such as PCM and PPM which exchange bandwidth for signal-to-noise ratio has intensified the interest in a general theory of communication. A basis for such a theory is contained in the important papers of Nyquist¹ and Hartley² on this subject. In the present paper we will extend the theory to include a number of new factors, in particular the effect of noise in the channel, and the savings possible due to the statistical structure of the original message and due to the nature of the final destination of the information.

The fundamental problem of communication is that of reproducing at one point either exactly or approximately a message selected at another point. Frequently the messages have *meaning*; that is they refer to or are correlated according to some system with certain physical or conceptual entities. These semantic aspects of communication are irrelevant to the engineering problem. The significant aspect is that the actual message is one *selected from a set* of possible messages. The system must be designed to operate for each possible selection, not just the one which will actually be chosen since this is unknown at the time of design.

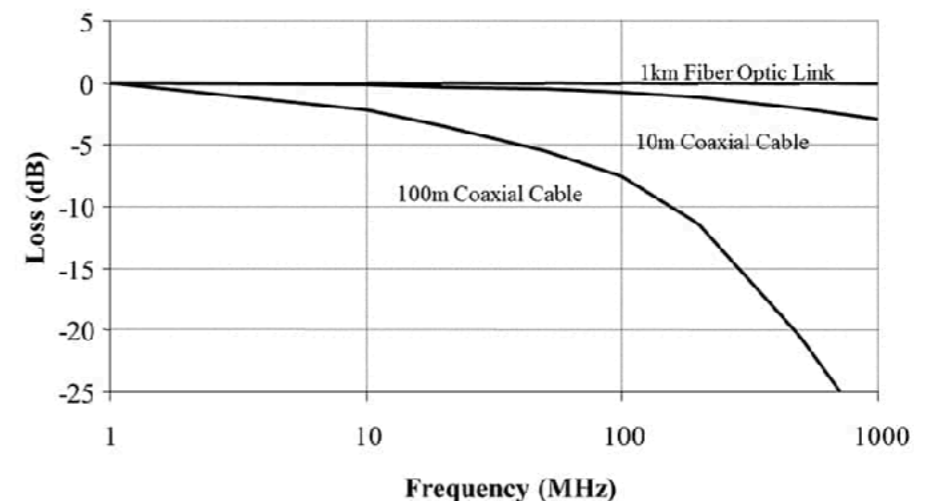


Information is the resolution of the uncertainty.

Sistemas de comunicaciones

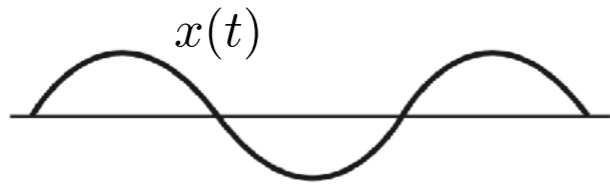
- Transmisión de información (mensajes)
 - incertidumbre
 - modelos aleatorio
 - error
- Propiedad fundamental: modulación con una *portadora* $c(t)$
 - Modular: alterar *alguna propiedad* de una portadora $c(t)$ con el mensaje $x(t)$.
 - $A_c \cos(\omega_c t + \phi_c)$ Amplitud: AM; Frecuencia: FM; Fase: PM
 - $A_c p(t + kT)$ Amplitud: PAM; Posición: PPM; Ancho: PWM
- La modulación también le da **forma al espectro** para poder ser **transmitido** por un **canal no ideal**.

Loss v Frequency Comparison for Fiber & Coaxial Cable



Modulación de portadoras

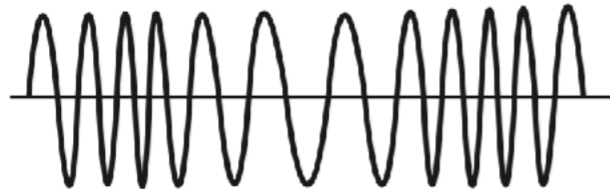
$$A_c \cos(\omega_c t + \phi_c)$$



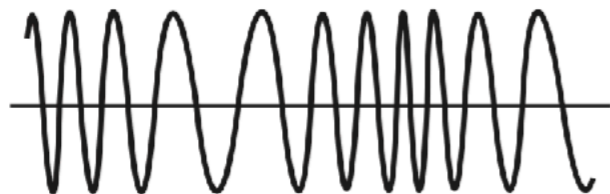
AM



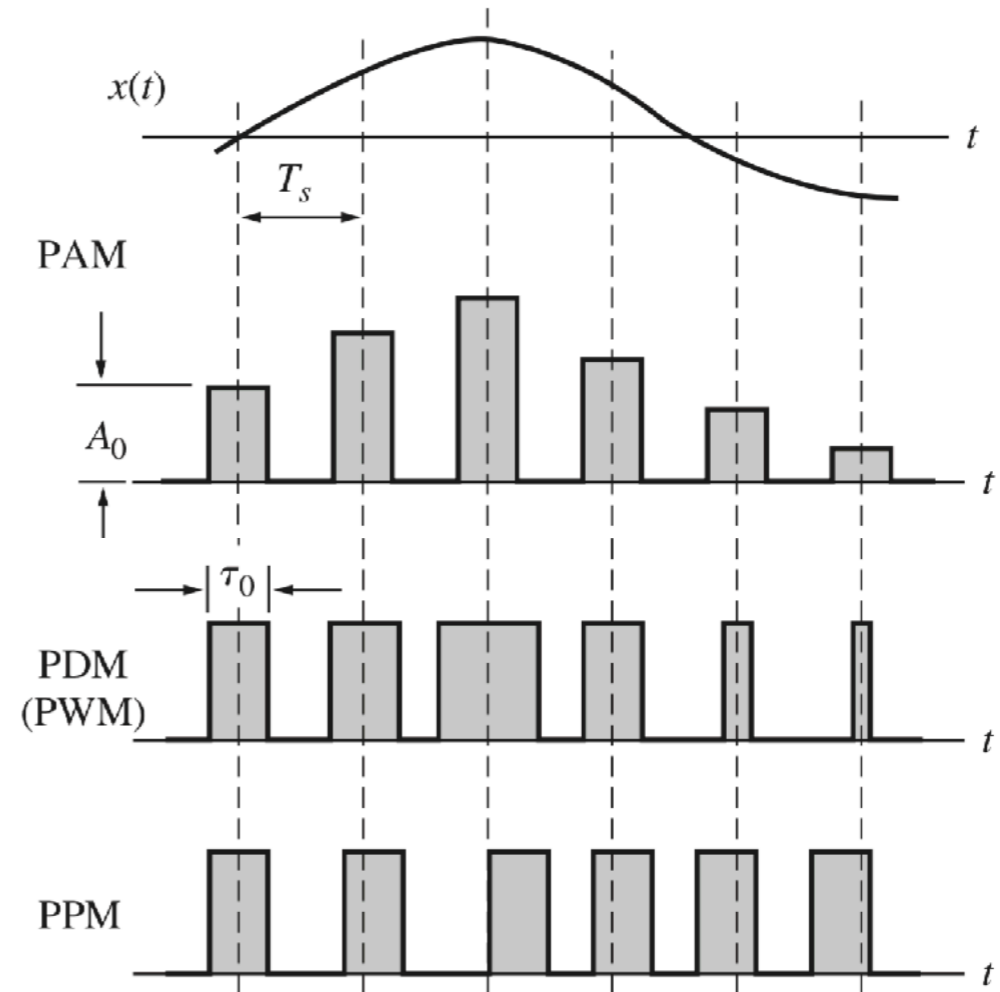
FM



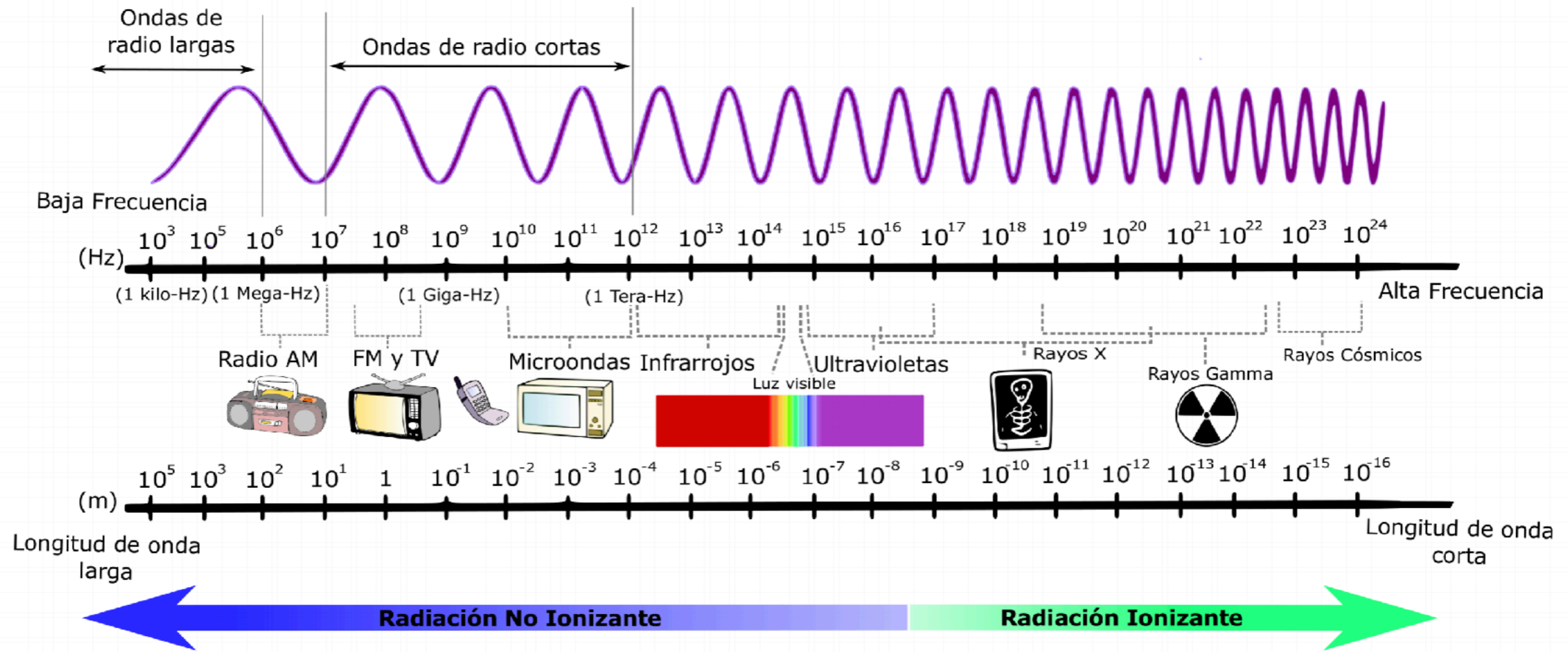
PM



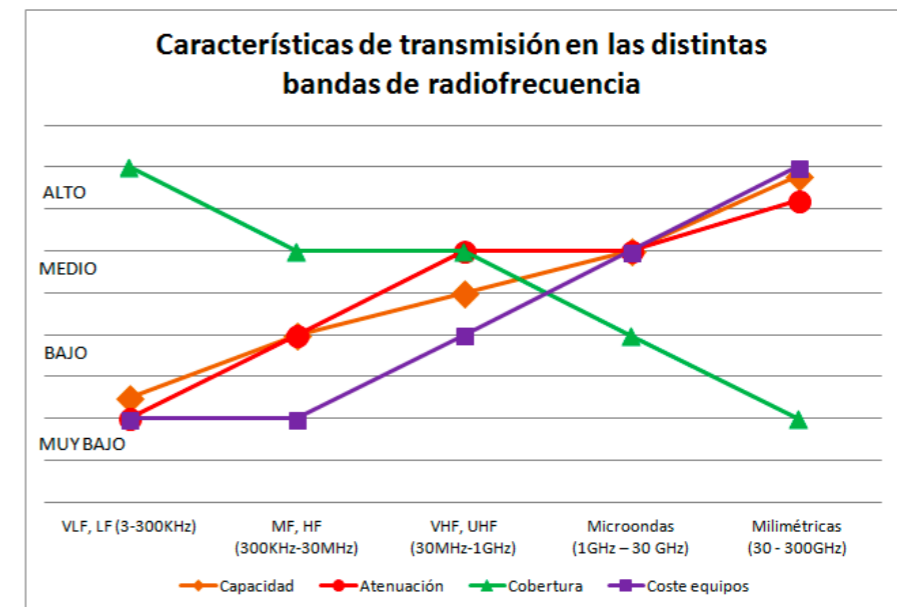
$$A_c p(t + kT)$$



Transmisión inalámbrica: espectro electromagnético



Núm. de la banda	Símbolos (en inglés)	Nombre (en inglés)	Rango de frecuencias	Subdivisión métrica correspondiente	Abreviaturas métricas para las bandas
4	VLF	Very low frequency	3 a 30 kHz	Ondas Miriamétricas	B.Mam
5	LF	Low frequency	30 a 300 kHz	Ondas Kilométricas	B.Km
6	MF	Medium frequency	300 a 3 000 kHz	Ondas Hectométricas	B.hm
7	HF	High frequency	3 a 30 MHz	Ondas Decamétricas	B.dam
8	VHF	Very high frequency	30 a 300 MHz	Ondas métricas	B.m
9	UHF	Ultra high frequency	300 a 3,000 MHz	Ondas decimétricas	B.dm
10	SHF	Super high frequency	3 a 30 GHz	Ondas centimétricas	B.cm
11	EHF	Extremely high frequency	30 a 300 GHz	Ondas milimétricas	B.mm
12			300 a 3,000 GHz	Ondas decimilimétricas	B.dmm



Modulación con *portadora* exponencial compleja

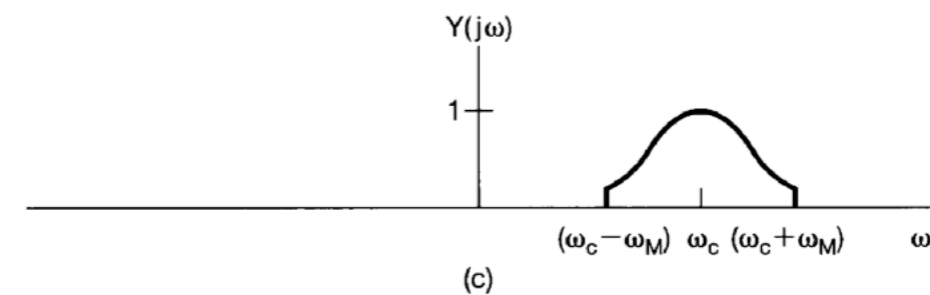
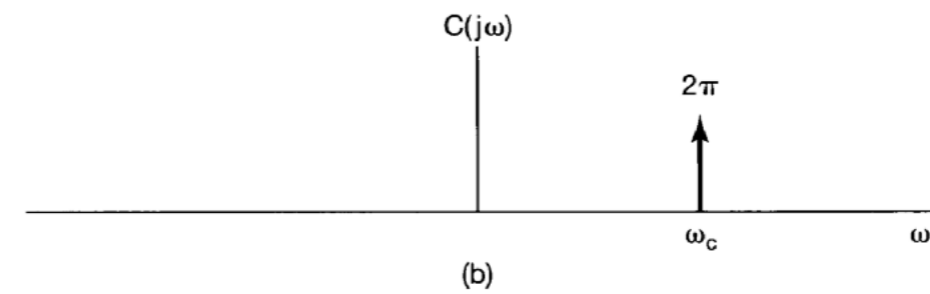
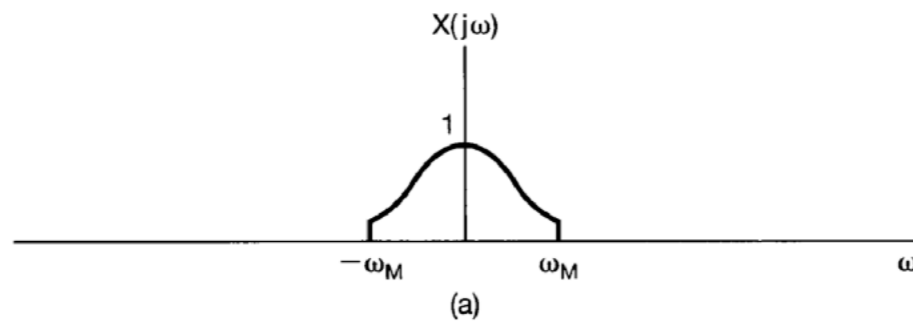
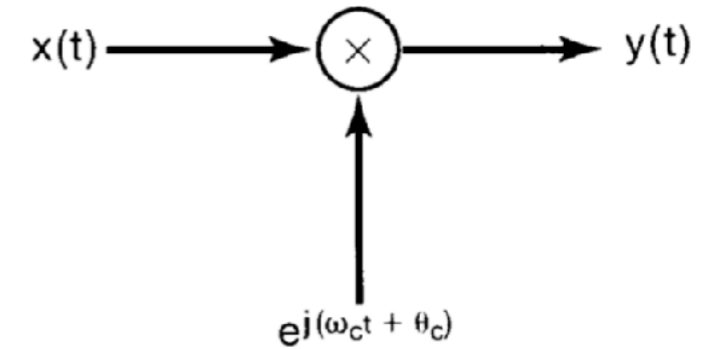
$$y(t) = x(t)c(t) \Rightarrow Y(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * C(j\omega)$$

$$c(t) = e^{j\omega_c t + \theta_c} \quad \leftarrow \text{Portadora (carrier)}$$

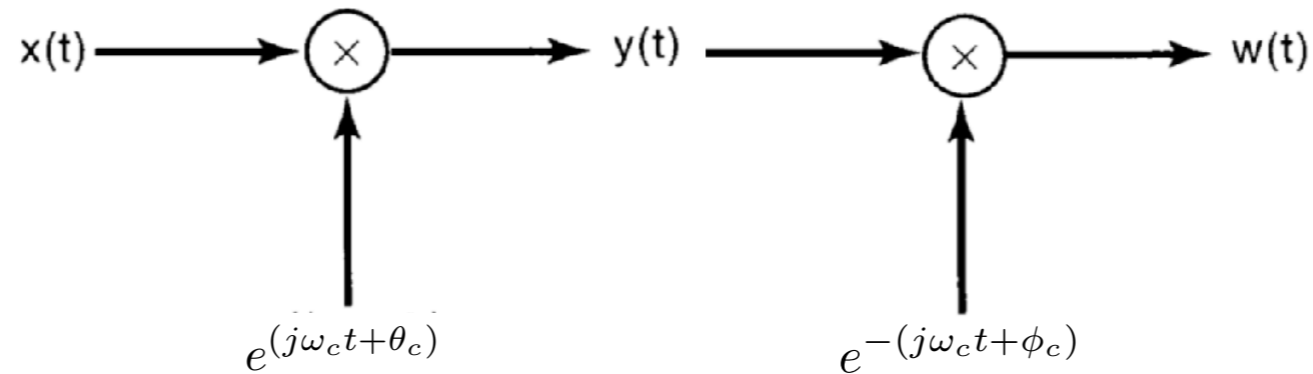
$$y(t) = x(t)c(t) = x(t)e^{j\omega_c t + \theta_c}$$

$$C(j\omega) = 2\pi\delta(\omega - \omega_c)e^{j\theta_c}$$

$$Y(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega)C(j\omega) = X(j\omega - j\omega_c)e^{j\theta_c}$$



Demodulación con *portadora* exponencial compleja



$$w(t) = y(t)e^{-(j\omega_c t + \phi_c)} = x(t)e^{j\omega_c t + \theta_c} e^{-(j\omega_c t + \phi_c)}$$

$$w(t) = x(t)e^{(\theta_c - \phi_c)}$$

- Se recupera la señal original afectada por una atenuación dada por el desfase. Sin desfase ($\theta_c - \phi_c = 0$) recuperamos la señal.
- Duplica el ancho de banda
 - Pasa de transmisión *bandabase* a transmisión *pasabanda*.

Modulación con portadora sinusoidal

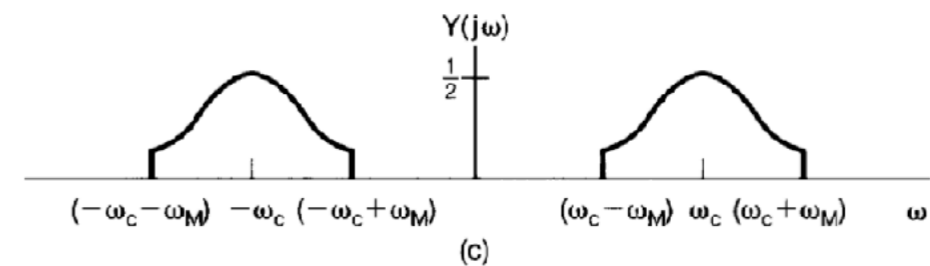
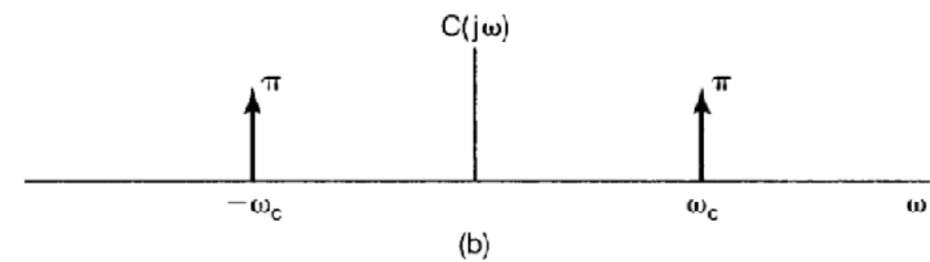
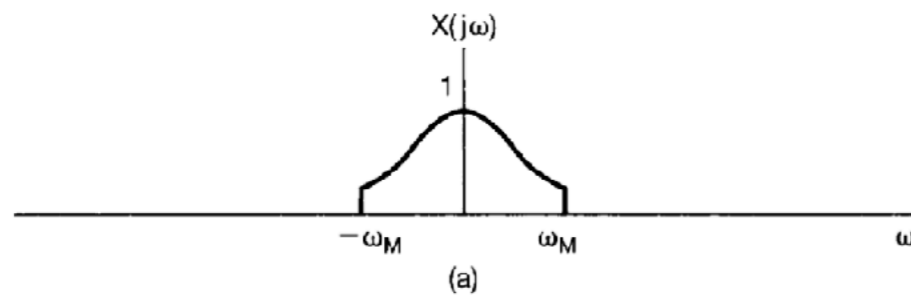
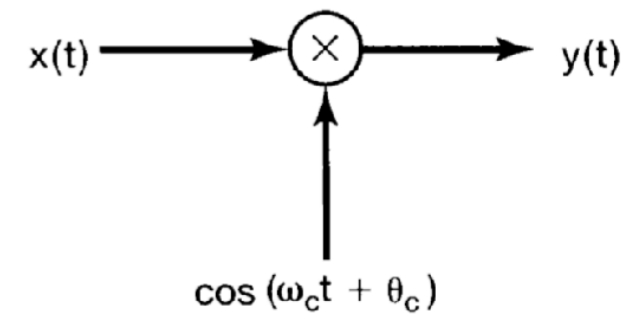
$$y(t) = x(t)c(t) \Rightarrow Y(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * C(j\omega)$$

$$c(t) = \cos(\omega_c t + \theta_c) \quad \leftarrow \text{Portadora (carrier)}$$

$$y(t) = x(t)c(t) = x(t) \cos(\omega_c t + \theta_c)$$

$$C(j\omega) = \pi\delta(\omega - \omega_c)e^{j\theta_c} + \pi\delta(\omega + \omega_c)e^{-j\theta_c}$$

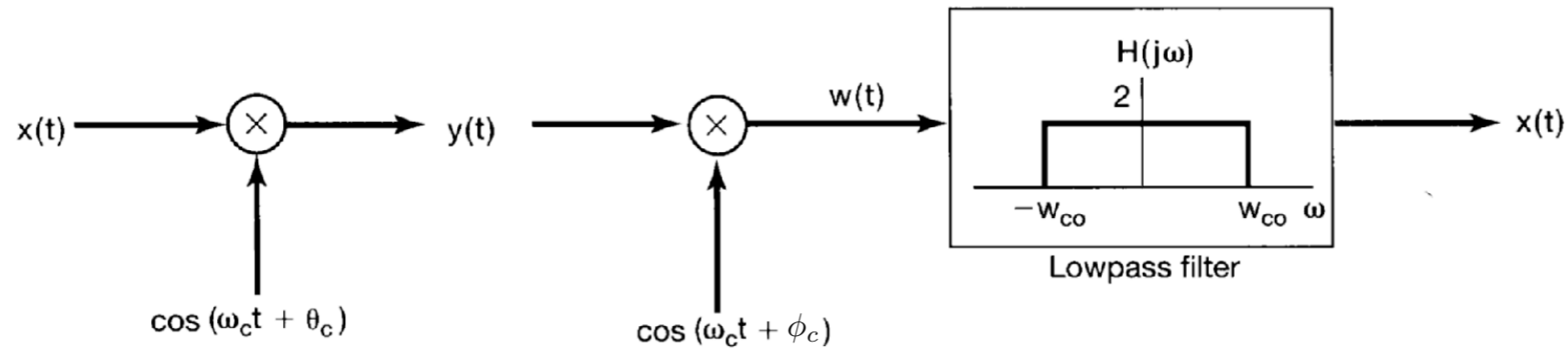
$$Y(j\omega) = 1/2 X(j\omega - j\omega_c)e^{j\theta_c} + 1/2 X(j\omega + j\omega_c)e^{-j\theta_c}$$



$$\omega_c - \omega_M > 0$$

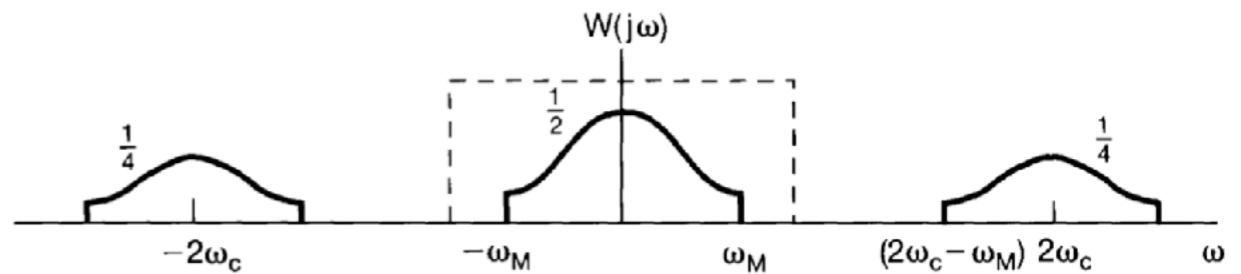
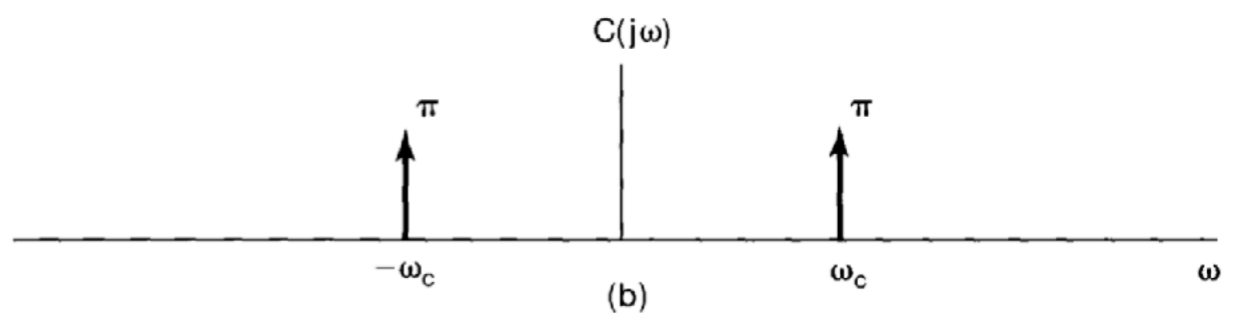
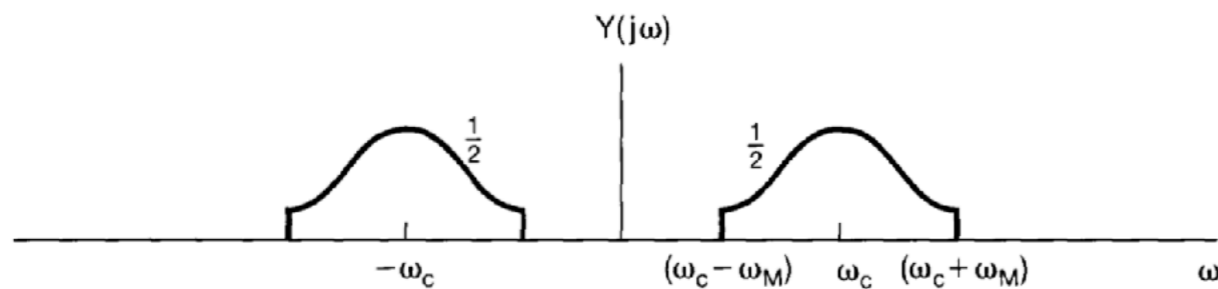
- En la práctica $\omega_c \gg \omega_M$

Demodulación con *portadora* sinusoidal



$$w(t) = y(t) \cos(\omega_c t + \phi_c) = x(t) \cos(\omega_c t + \theta_c) \cos(\omega_c t + \phi_c) = \\ = 1/2 x(t) (\cos(\theta_c - \phi_c) + \cos(2\omega_c t + \theta_c + \phi_c))$$

$$y_r(t) = x(t) \cos(\theta_c - \phi_c)$$



- Se recupera la señal original afectada por una atenuación dada por el desfase. Puede ser 0 ($\theta_c - \phi_c = \pi/2$)
- No distorsión: atenuación y retardo.

Modulación

- Modular: alterar alguna propiedad de una **portadora** $c(t)$ a partir de un **mensaje** $x(t)$.

$$A_c \cos(\omega_c t + \phi_c)$$

Amplitud: AM

Frecuencia: FM

Fase: PM

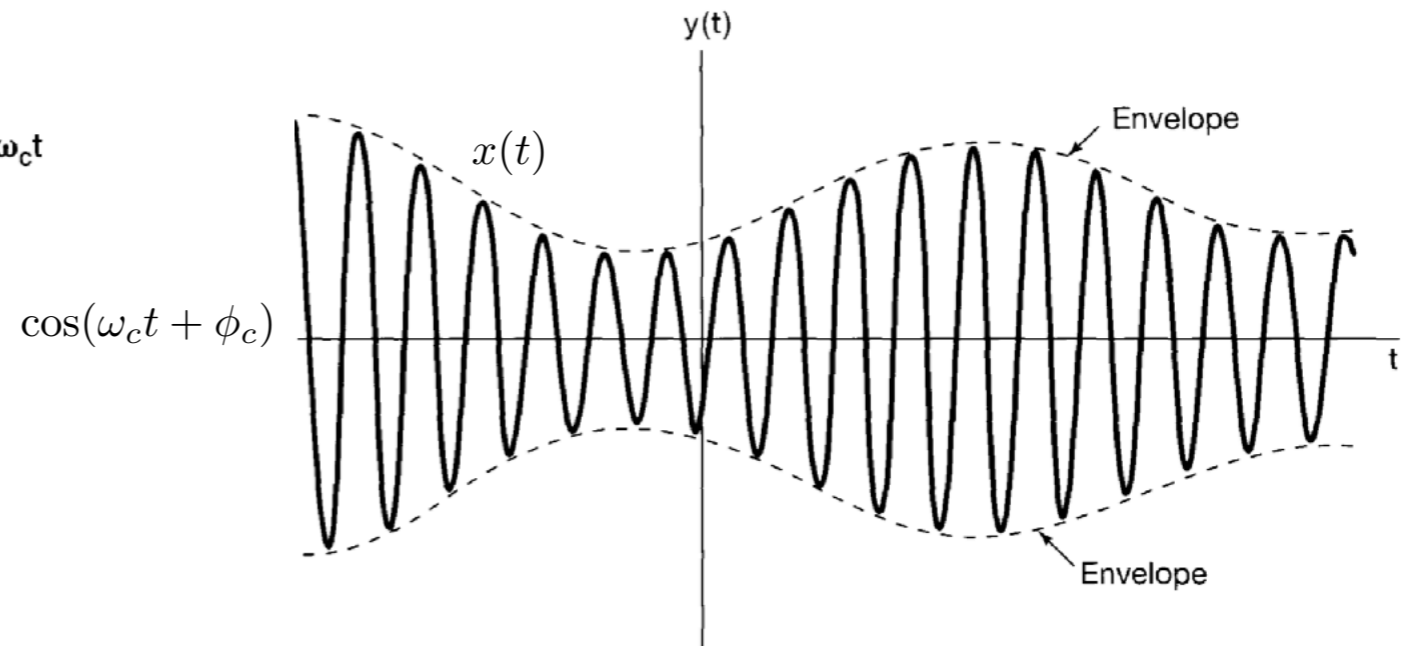
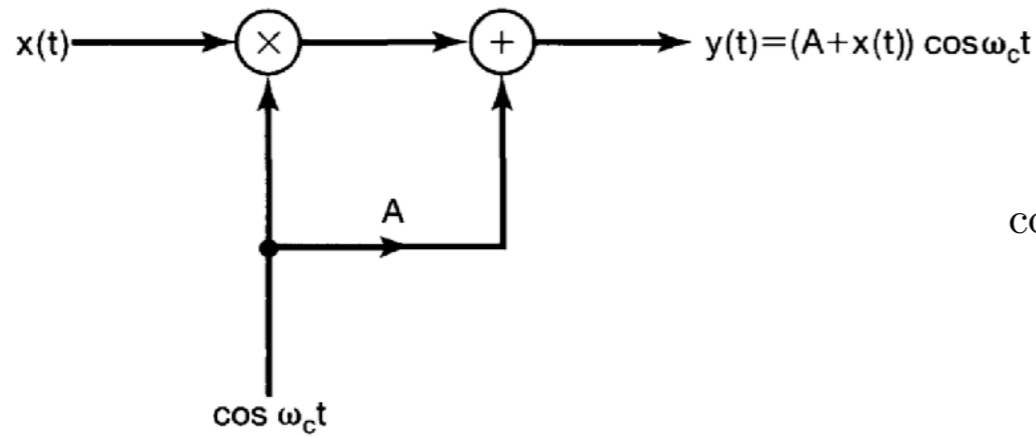
$$A_c p(t + kT)$$

Amplitud: PAM

Posición: PPM

Ancho: PWM

Amplitud Modulada (AM)

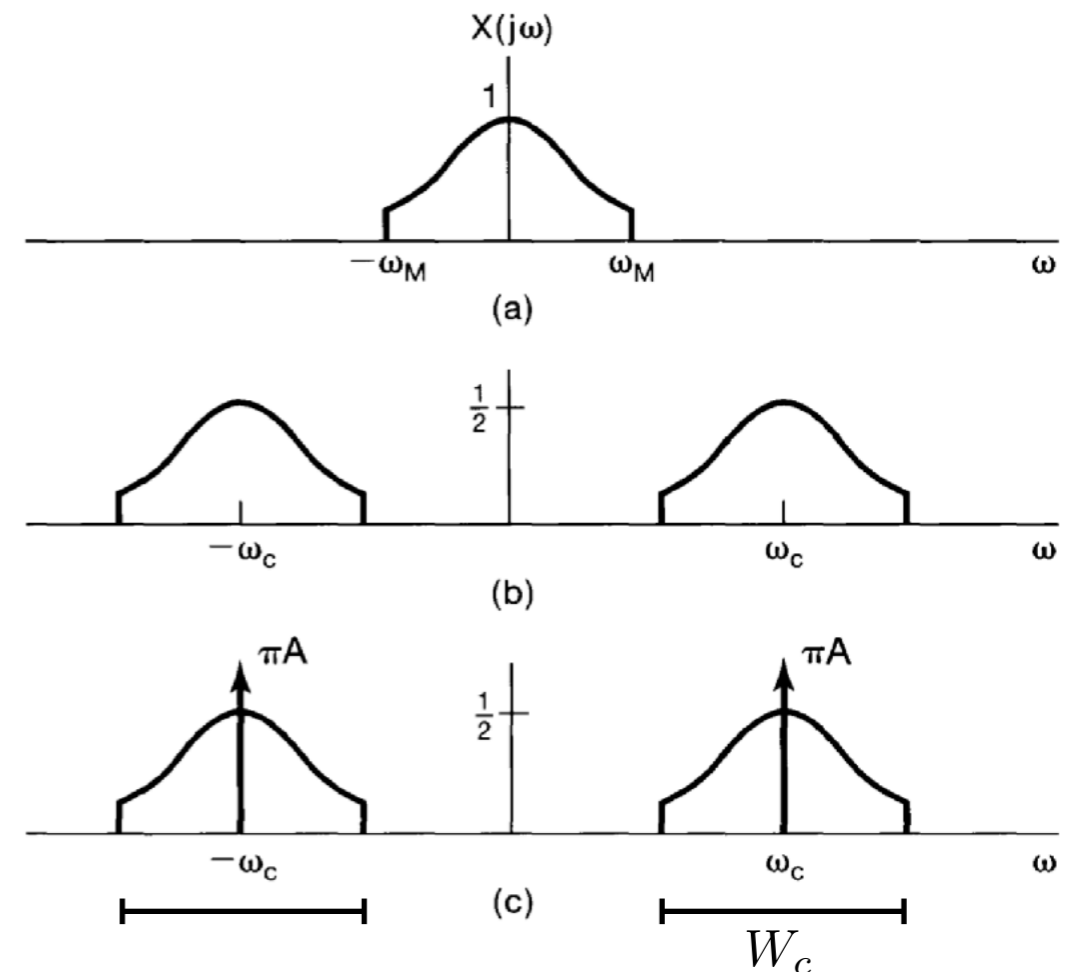


- En general vale (con $|x(t)| \leq 1$):

$$y(t) = A_c(1 + \mu x(t)) \cos(\omega_c t + \phi_c) *$$

$$Y(j\omega) = \pi A_c \delta(\omega - \omega_c) + \frac{\mu}{2} X(j\omega - j\omega_c) + \pi A_c \delta(\omega + \omega_c) + \frac{\mu}{2} X(j\omega + j\omega_c)$$

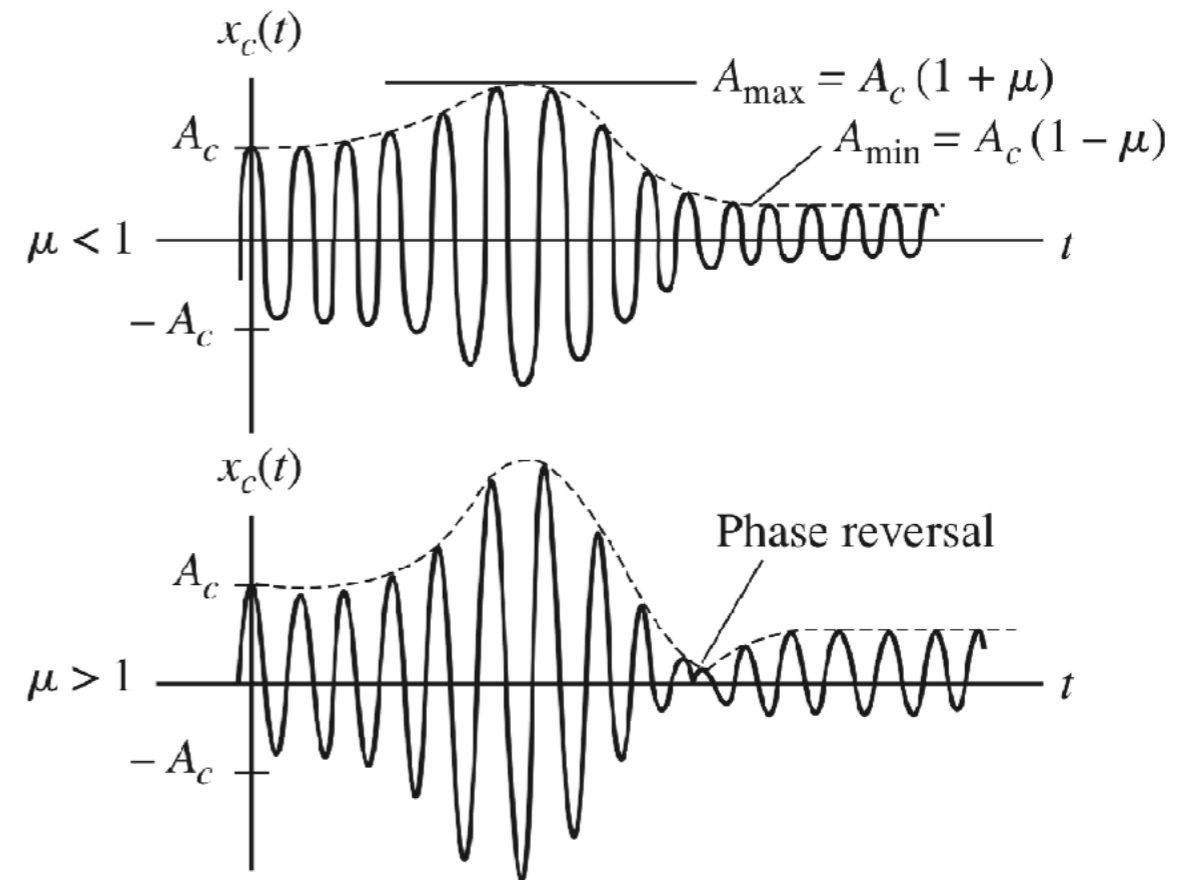
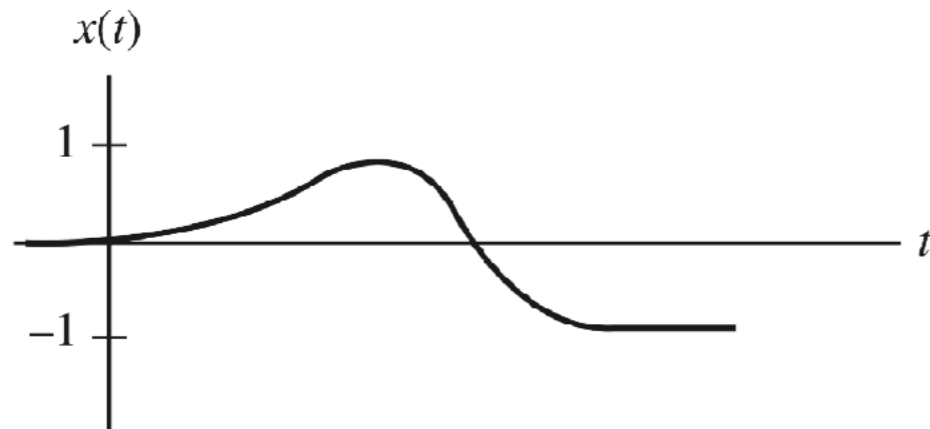
- Ancho de banda: $W_c = 2\omega_M$
- Potencia en la portadora.
- Posibilidad de demodulación simple.



* Esta expresión es equivalente a la dada por el diagrama presentado y del libro, se usa ésta por conveniencia de interpretación.

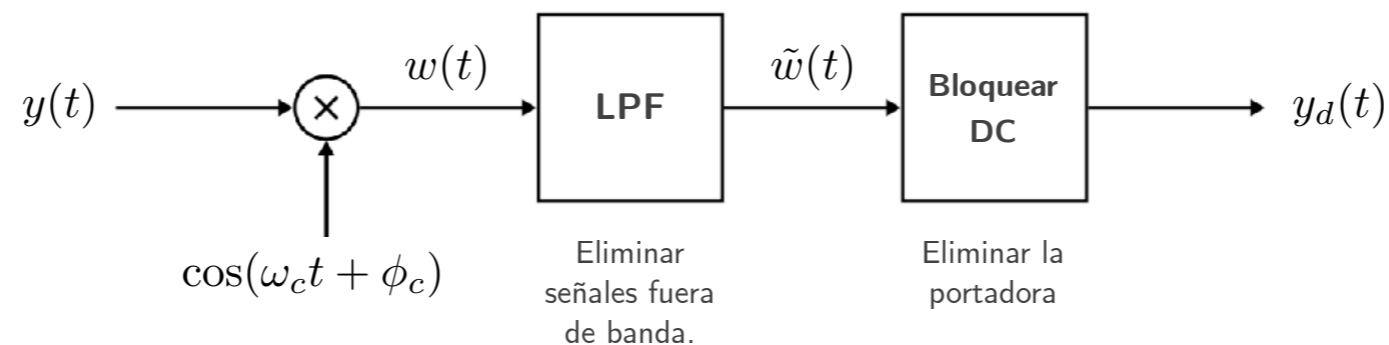
Amplitud Modulada (AM)

$$y(t) = A_c(1 + \mu x(t)) \cos(\omega_c t + \phi_c)$$



- AM-DSB/WC
 - Portadora implica mayor potencia pero envía información de frecuencia y fase (sincronismo).
- La **portadora** es la encargada de llevar el espectro a la banda donde el **canal tiene buena respuesta**.

Demodulación *síncrona* de Amplitud Modulada (AM)



$$y(t) = A_c(1 + \mu x(t)) \cos(\omega_c t + \phi_c)$$

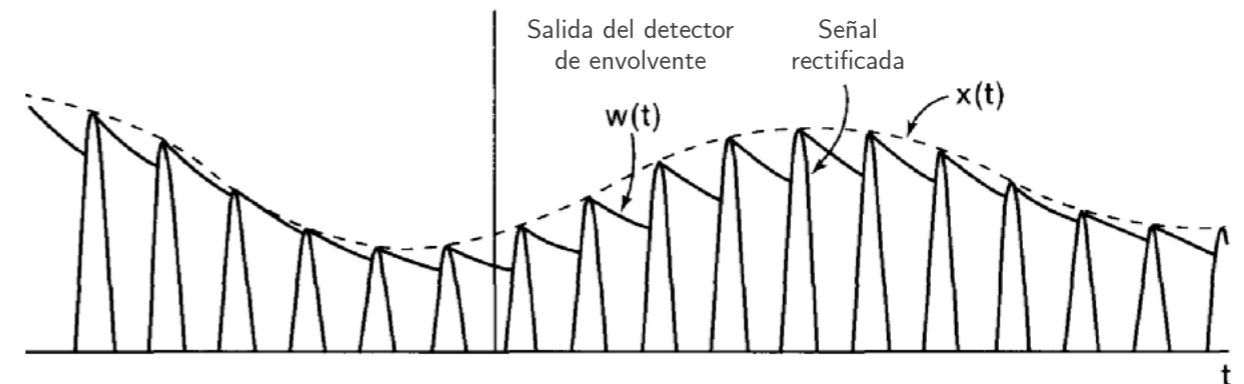
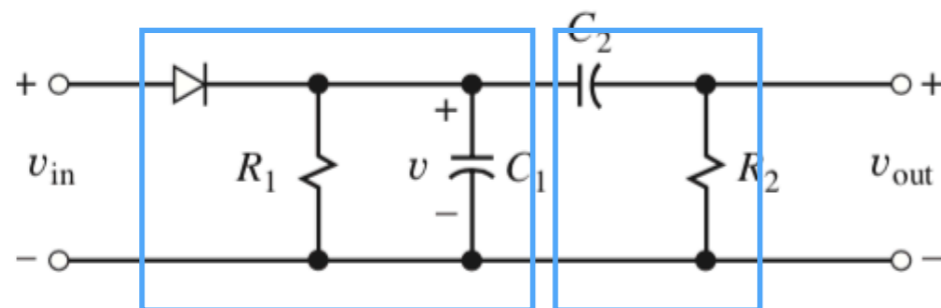
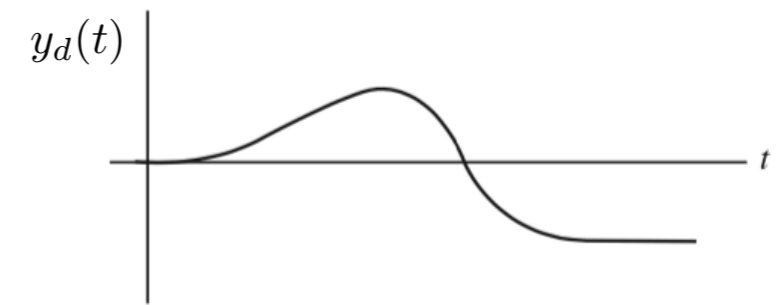
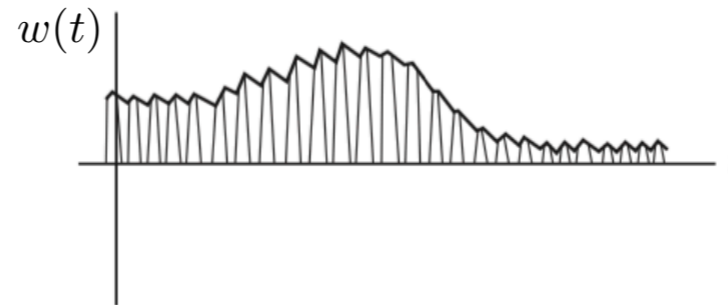
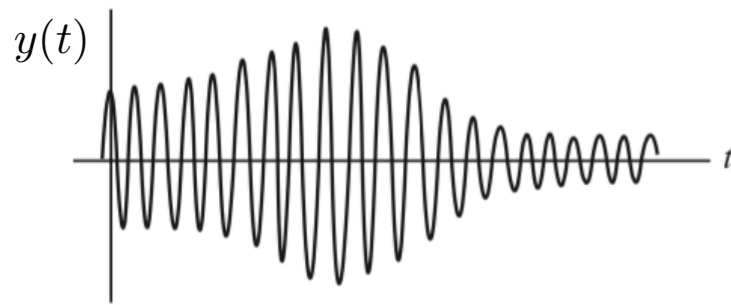
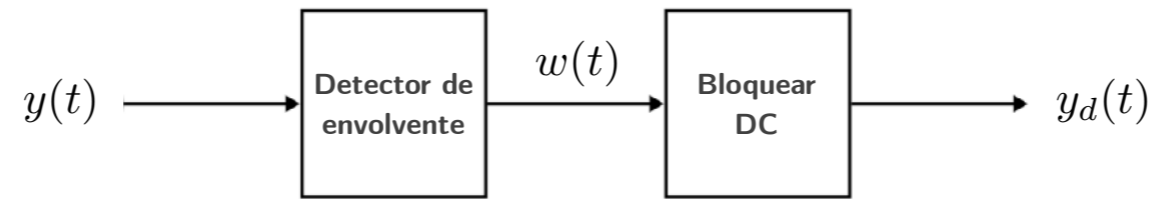
$$w(t) = A_c(1 + \mu x(t)) \cos^2(\omega_c t + \phi_c) = A_c(1 + \mu x(t)) \frac{1}{2}(1 + \cos(2\omega_c t + 2\phi_c))$$

$$\tilde{w}(t) = \frac{1}{2} A_c(1 + \mu x(t))$$

$$y_d(t) = \frac{1}{2} A_c x(t)$$

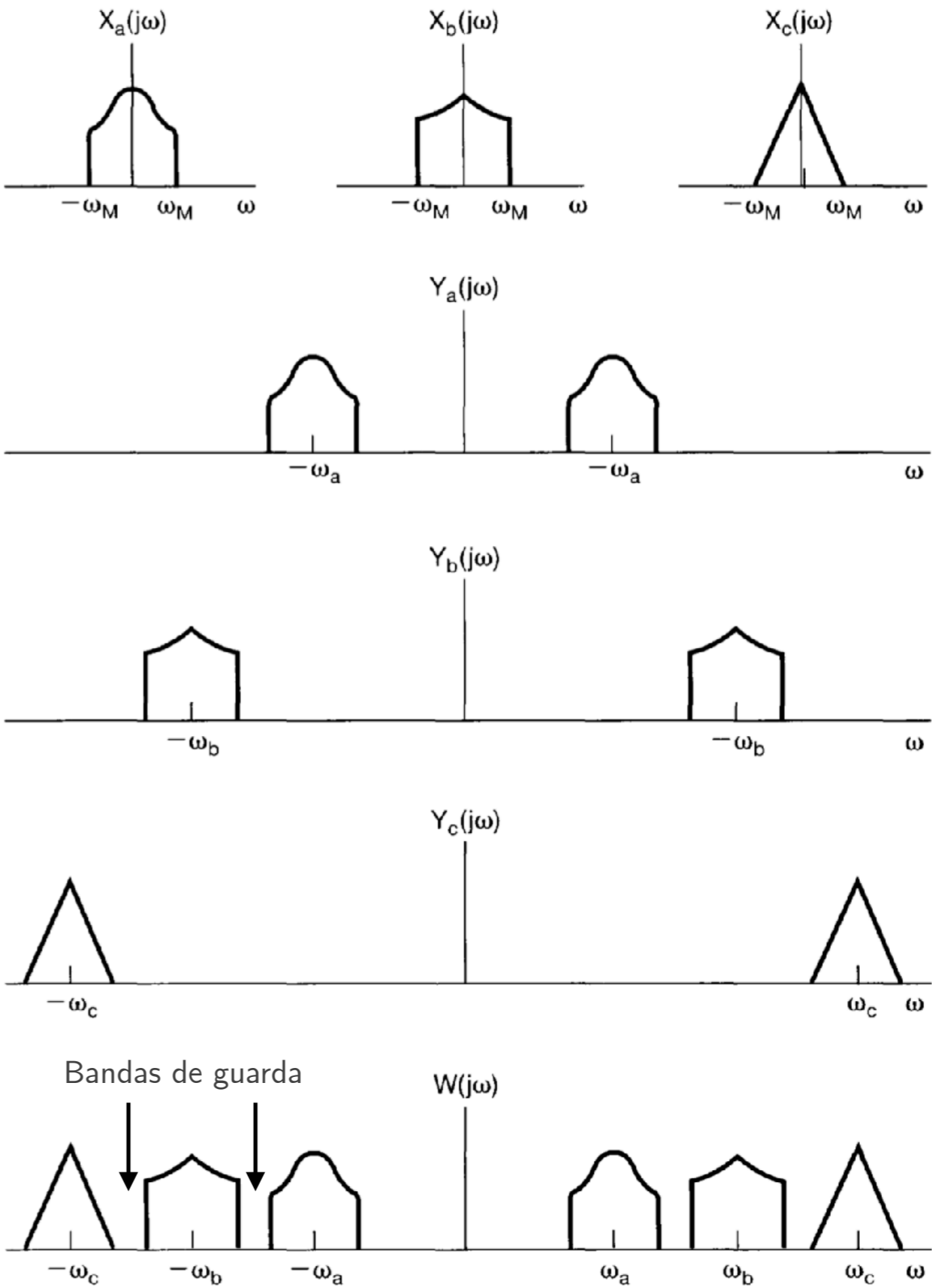
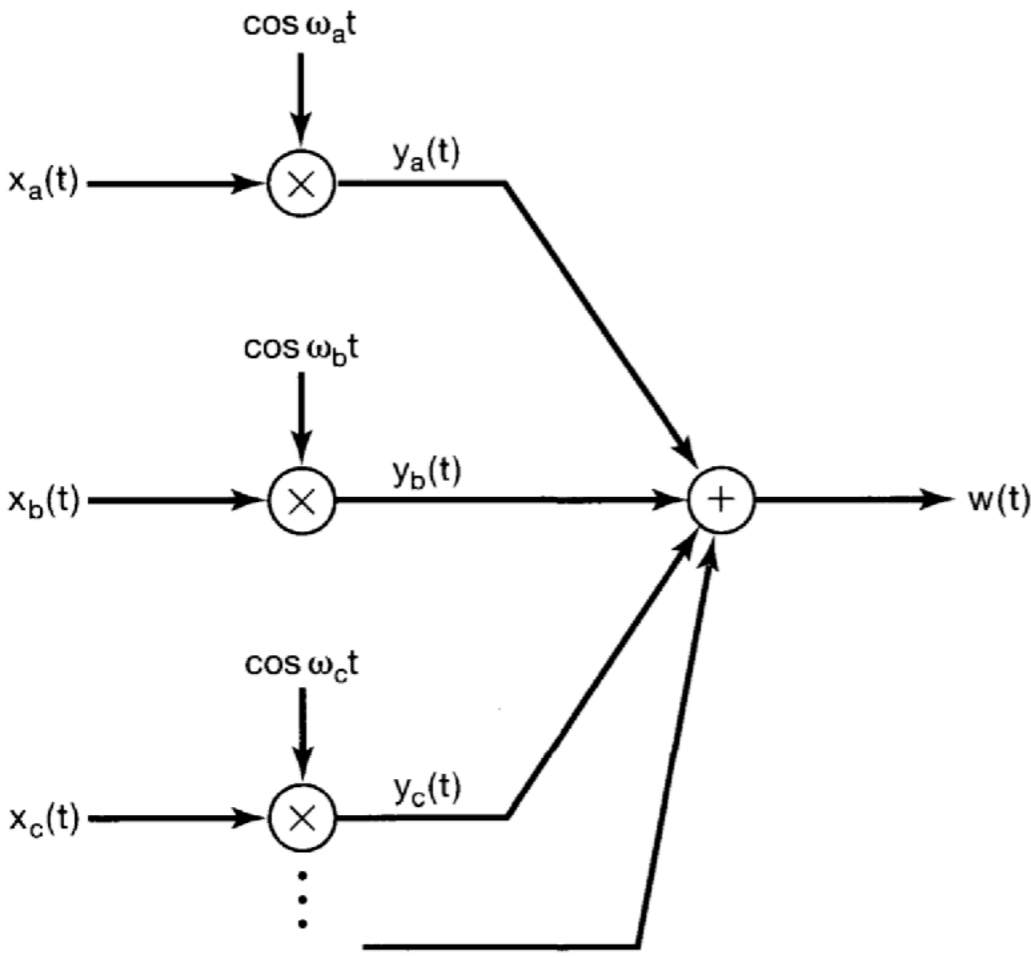
- Se recupera la señal con una amplificación.
 - Potencia de transmisión: alcance vs. potencia.
- ¿Qué pasa si no hay sincronismo?
- Otras señales en la banda producen *interferencia*.

Demodulación *asíncrona* de Amplitud Modulada (AM)

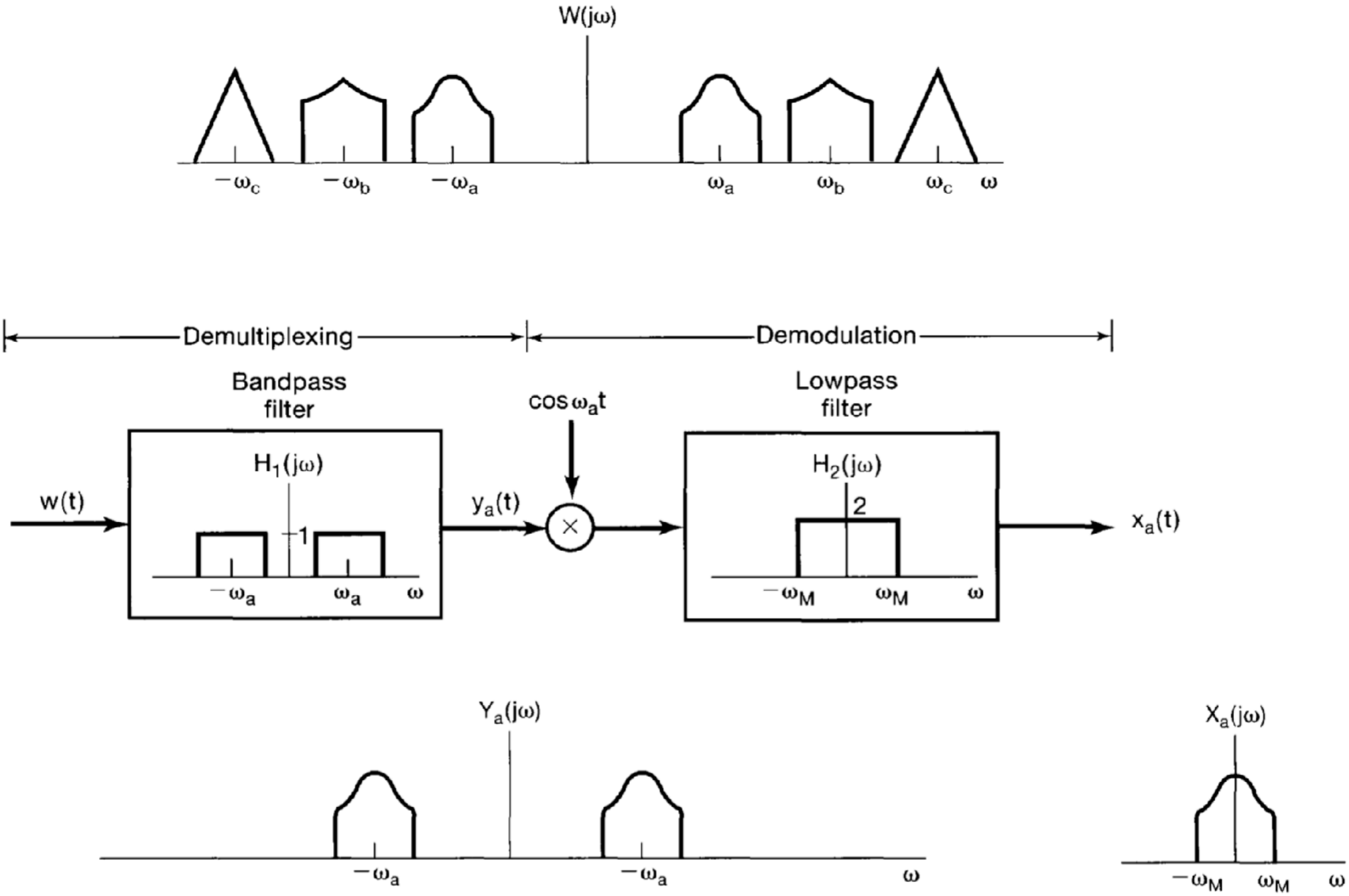


- Demodulación con electrónica *simple*.
- Necesidad de la portadora para envolvente.
- Válido en condiciones de buena señal (frente al ruido).
- Solución para producción masiva de receptor baratos ("la radio").

Frequency Division Multiplexing (FDM): modulación

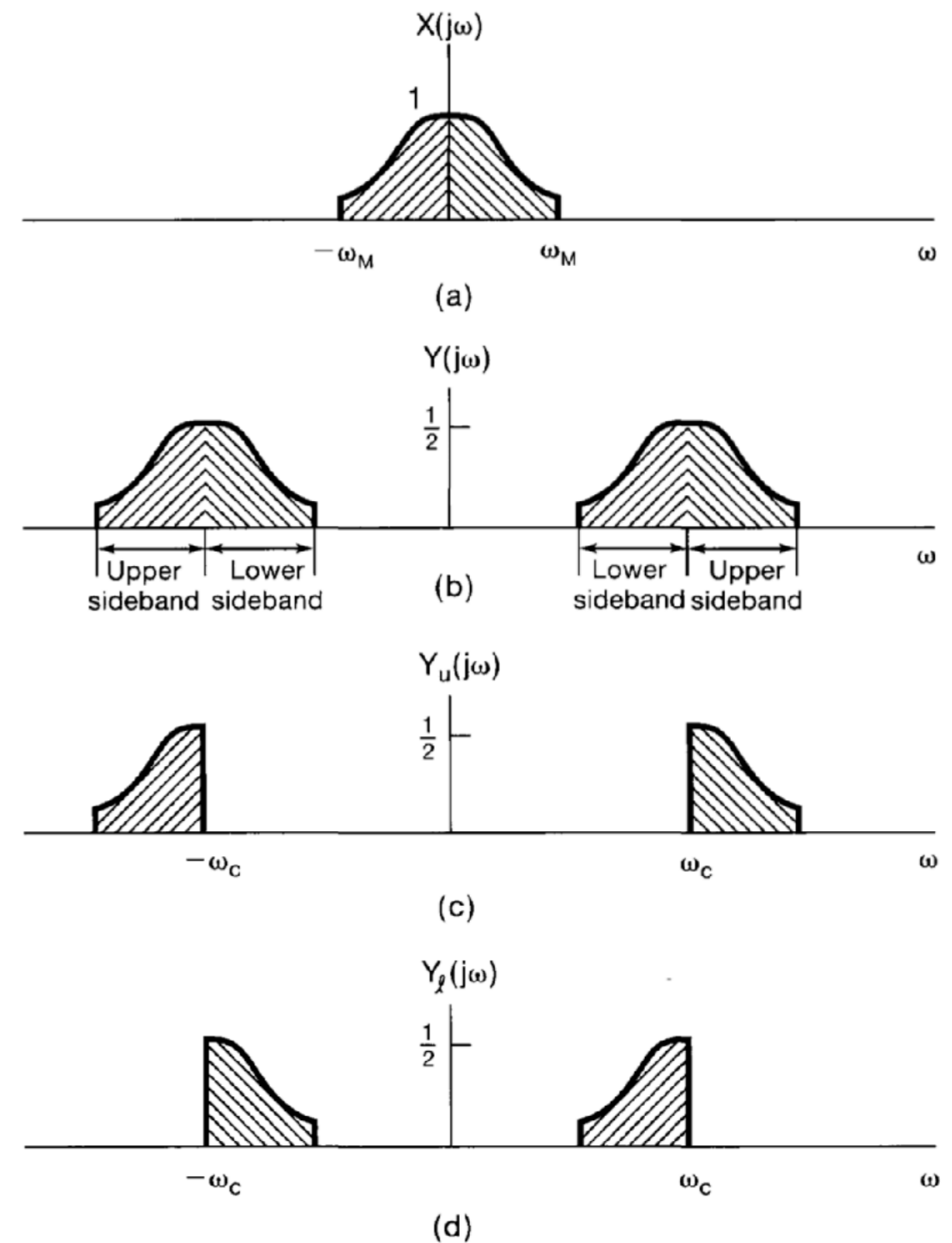
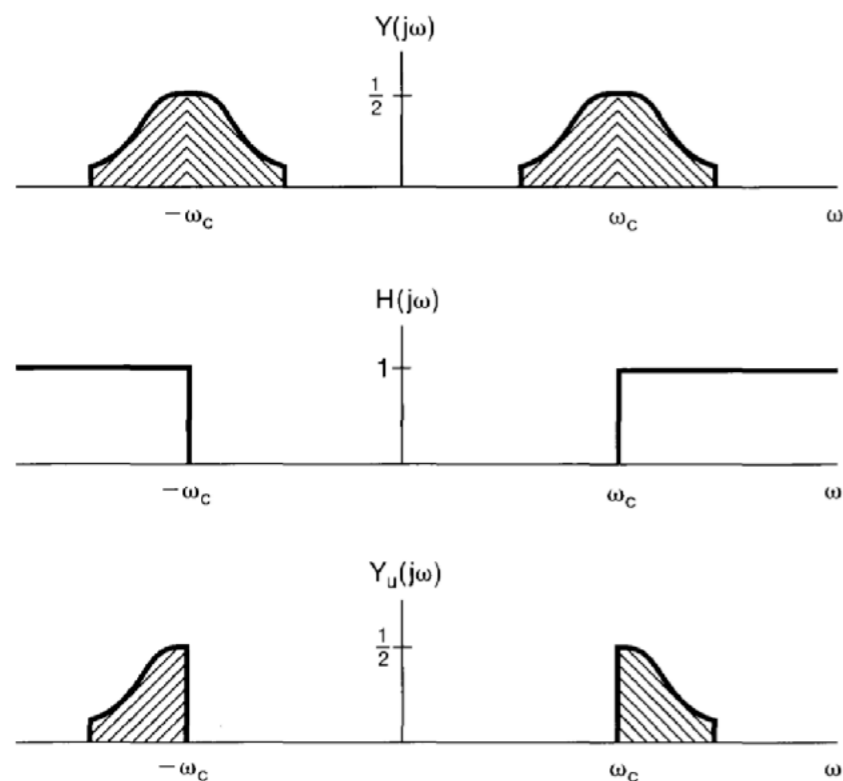


Frequency Division Multiplexing (FDM): demodulación

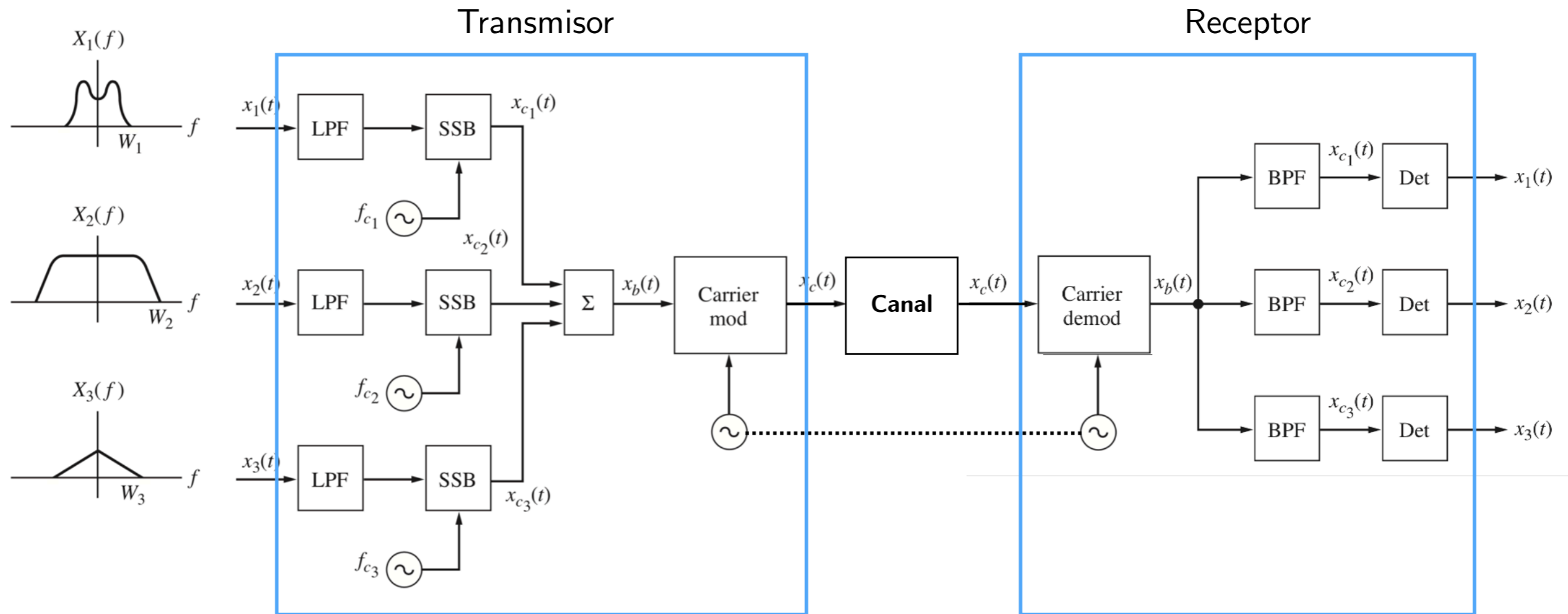


Amplitud Modulada de Banda Lateral Única (BLU, SSB)

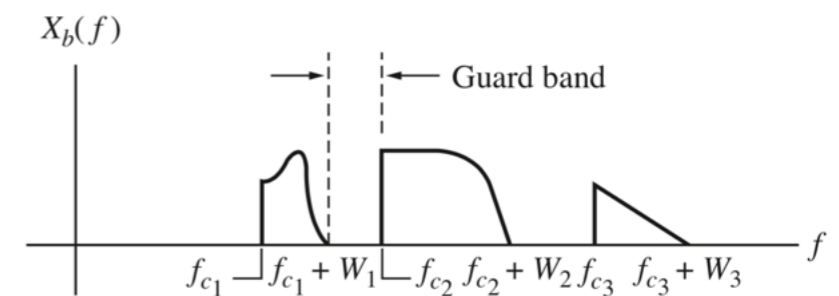
- Señales reales tienen espectro simétrico.
 - SSB: transmitir solo una *banda*, superior (U) o inferior (L).
 - AM-SSB/SC, AM-SSB/WC,
- Reducción del ancho de banda y potencia de transmisión.
- Complejidad de equipos (*modem*).



Ejemplo: Transmisor USSB/SC y FDM



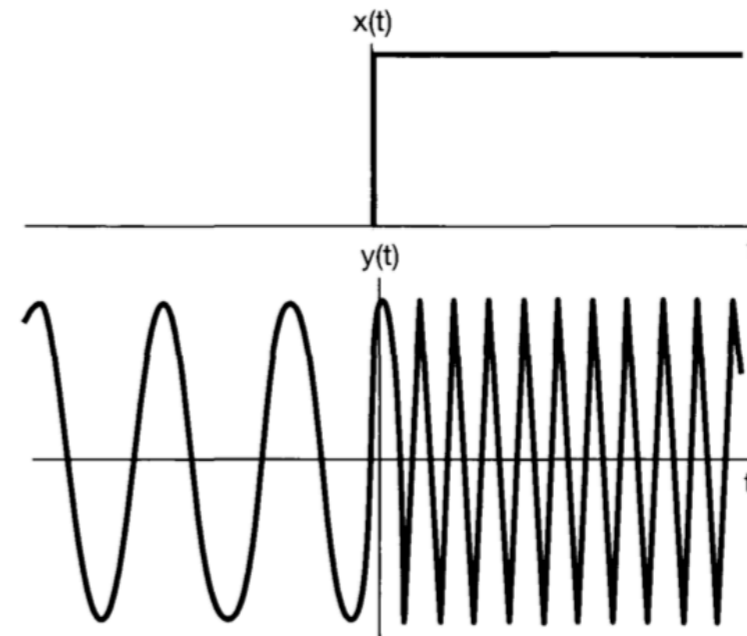
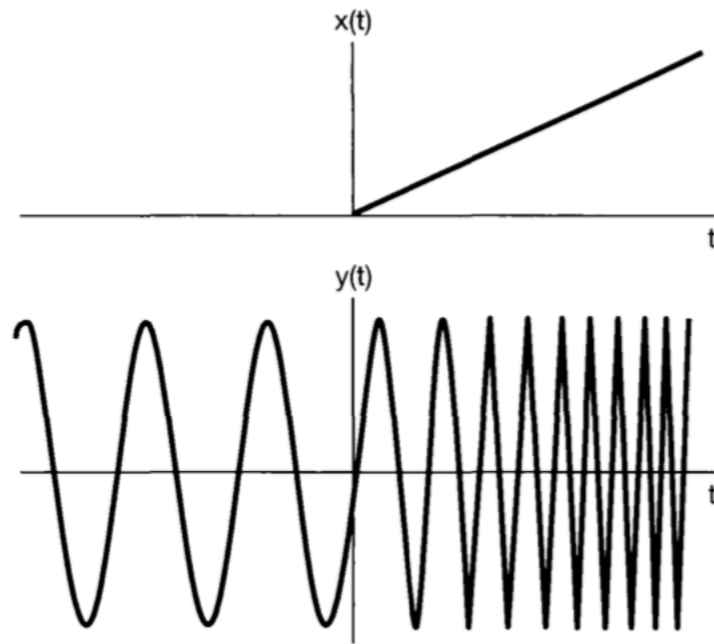
- FDM similar al anterior pero con la mitad de ancho de banda.
- Mayor complejidad en Tx y Rx.



Modulación en frecuencia (FM)

- Modulación **no lineal** de la frecuencia instantánea de una sinusoidal.
- Mayor ancho de banda que AM.
- Mejor calidad (SNR) frente al mismo ruido de canal de transmisión.
 - SNR (Signal Noise Ratio): cociente entre potencias de señal y de ruido.

$$x_{\text{FM}}(t) = A_c \cos \left(\omega_c t + \omega_\Delta \int^t x(\tau) d\tau \right)$$



¿Solo portadoras sinusoidales sirven para modular?

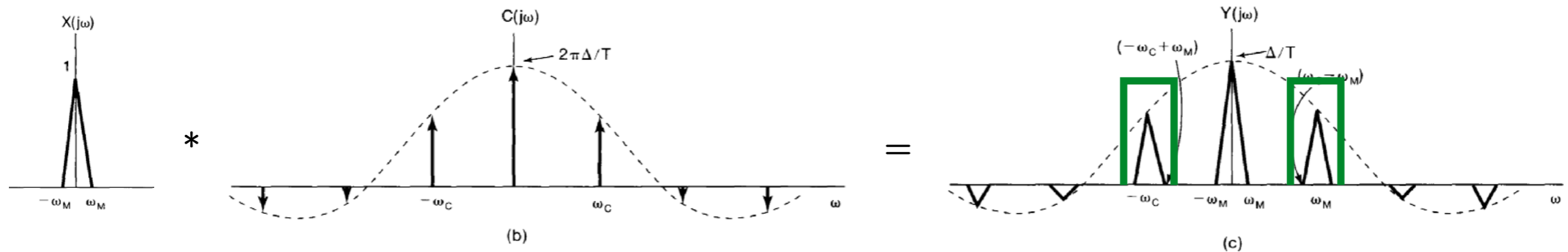
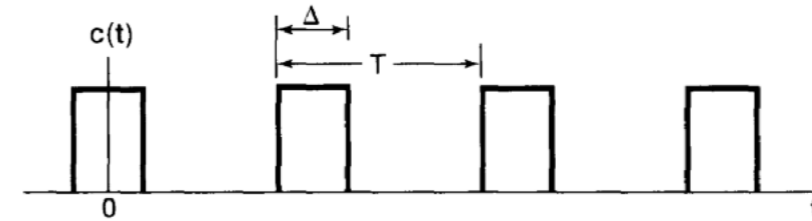
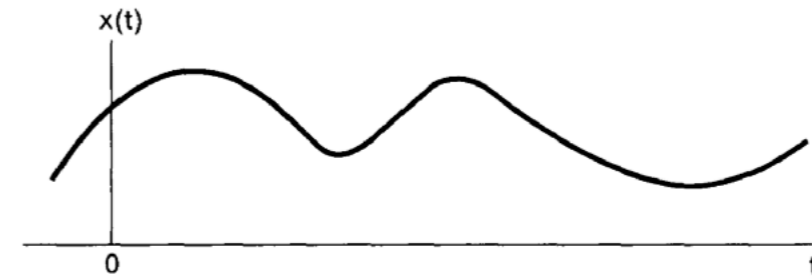
Modulación con un tren de pulsos

$$y(t) = x(t)c(t)$$

$$c(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{t - kT}{\Delta}\right) \quad \omega_c = \frac{2\pi}{T} > 2\omega_M$$

$$C(j\omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \underbrace{\frac{1}{\pi k} \sin\left(\frac{k\omega_c \Delta}{2}\right)}_{a_k} \delta(\omega - k\omega_c)$$

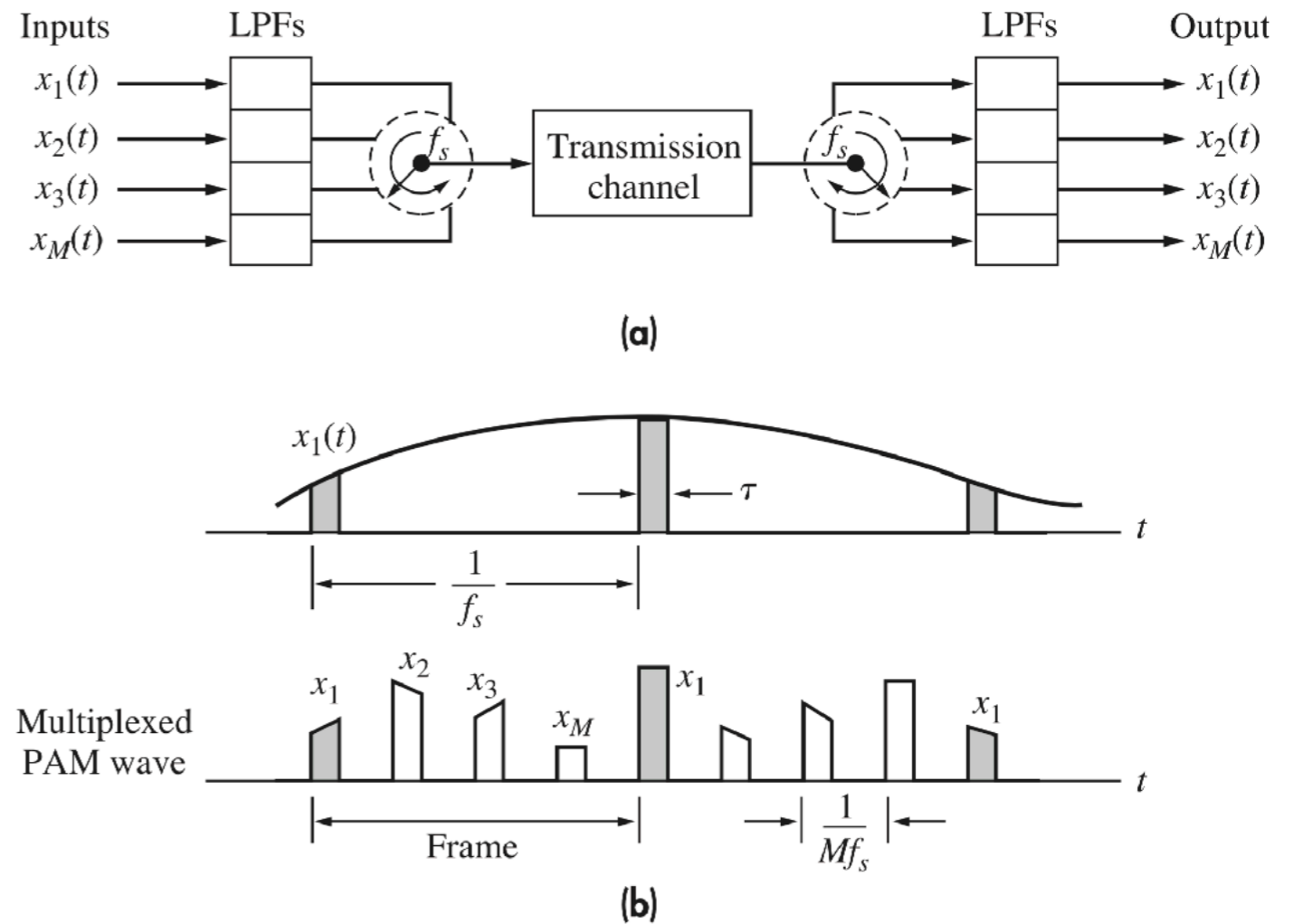
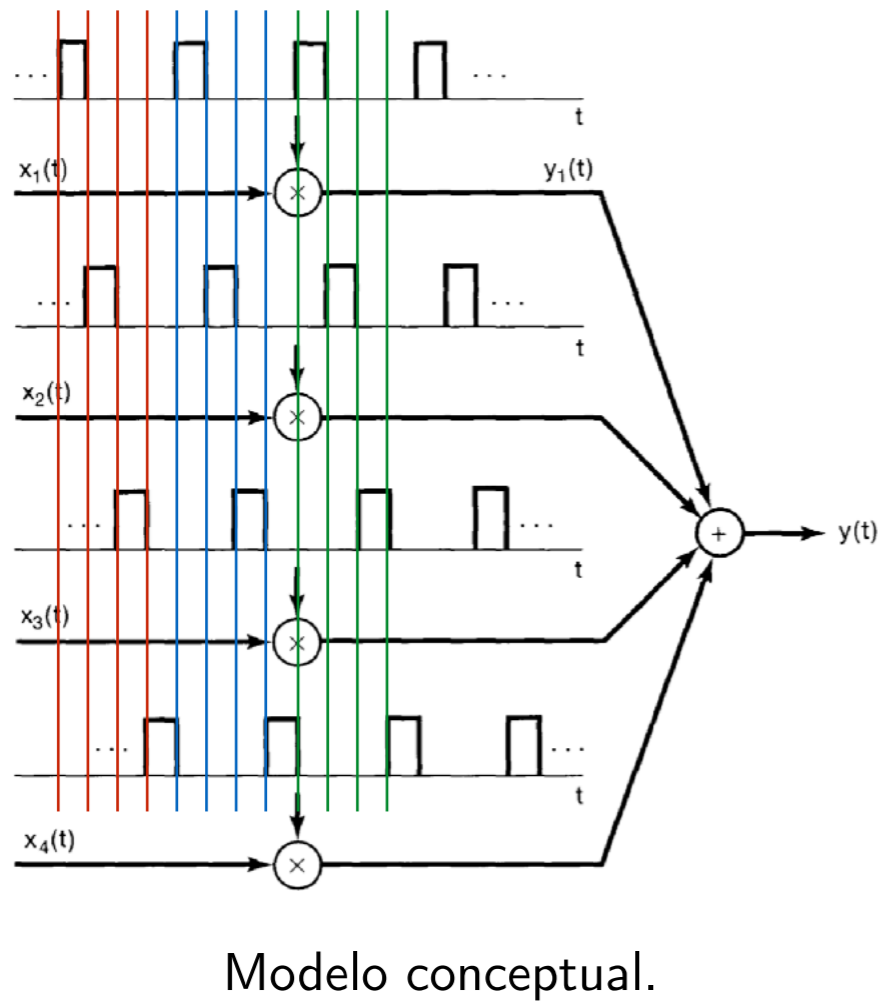
$$Y(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k X(\omega - k\omega_c)$$



- Filtrando **pasabanda** tenemos el mensaje modulado en frecuencia.
 - Válido para cualquier pulso periódico (basado en propiedad de Serie de Fourier).
- Podemos recuperarlo con los mismos métodos vistos.

Time Division Multiplexing (TDM)

- Tren de pulsos: ¿podemos usar el canal cuando el pulso vale 0?
 - Sí, podemos intercalar M mensaje $x_i(t)$ (asumamos igual ancho de banda, W_x)
- Sincronización
- Mayor frecuencia de muestreo $f_s = Mf_s'$ con f_s' cumpliendo Teorema de Muestreo.
 - Mayor ancho de banda de transmisión.



TDM: (a) Diagrama de bloques y (b) ejemplo de forma de onda.

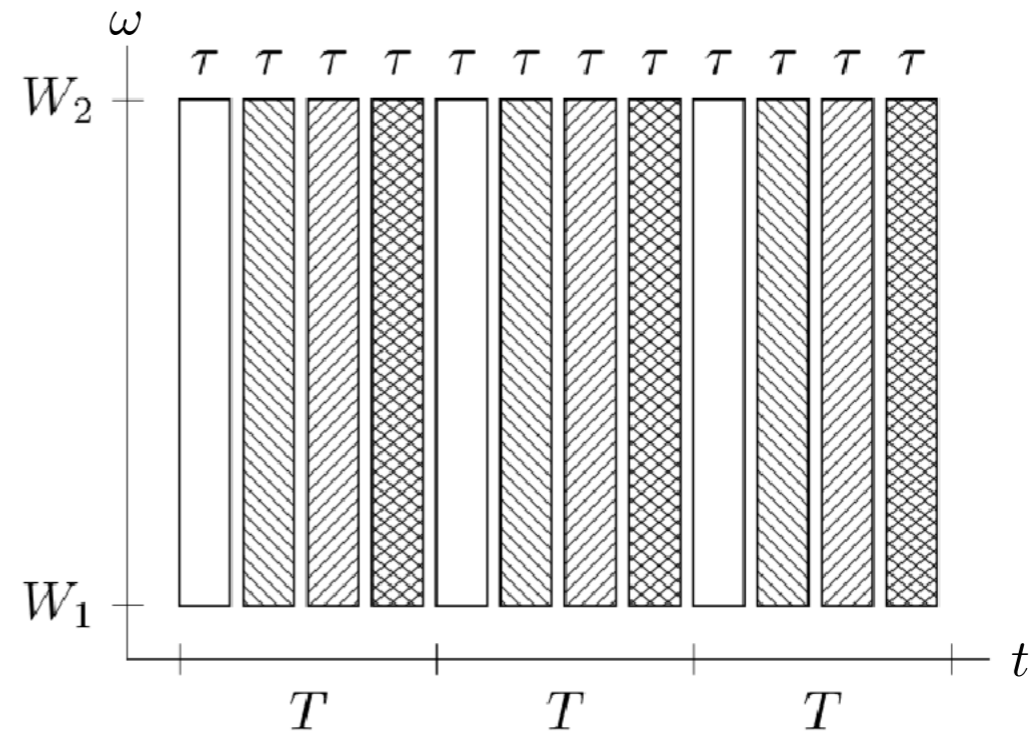
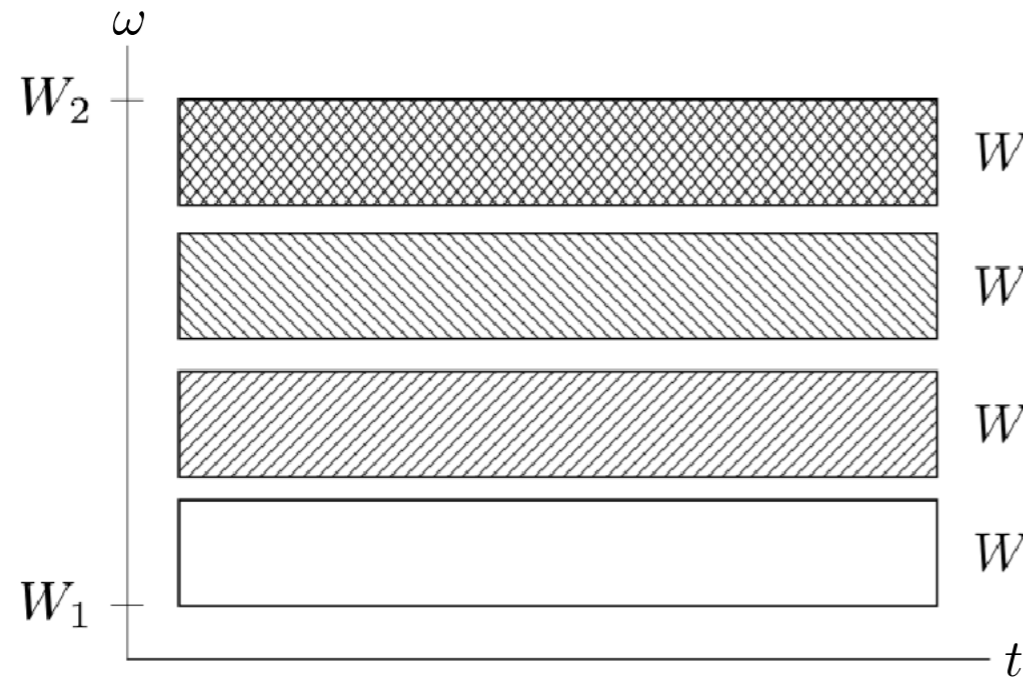
Time Division Multiplexing (TDM)

- ¿Cómo queda la expresión de la señal en el tiempo?

$$x_c(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^M x_n(t) c(t - n\tau - kT_s)$$

- ¿Condiciones para τ y T_s ?

FDM vs. TDM



- Compartir un recurso disponible: canal de comunicación (ancho de banda) en el tiempo.
- Ortogonalidad en alguna base: frecuencia, tiempo, códigos, espacio, ...
 - Fenómeno de *cocktail party*.
- Bandas de guarda: en frecuencia y tiempo, ¿ambas inclusive?
- Sincronización, protocolo, ...
- Desde el punto de vista del desempeño de FDM y TDM ambos logran la misma velocidad de transmisión con un ancho de banda dado.

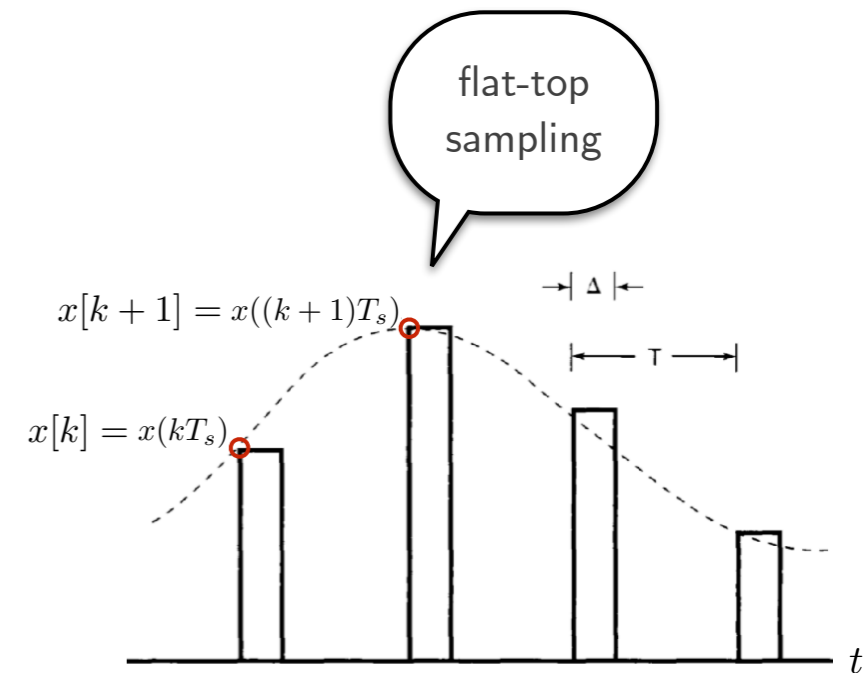
Transmisión de señales digitales

Ejemplo: PAM

Pulse Amplitude Modulation (PAM)

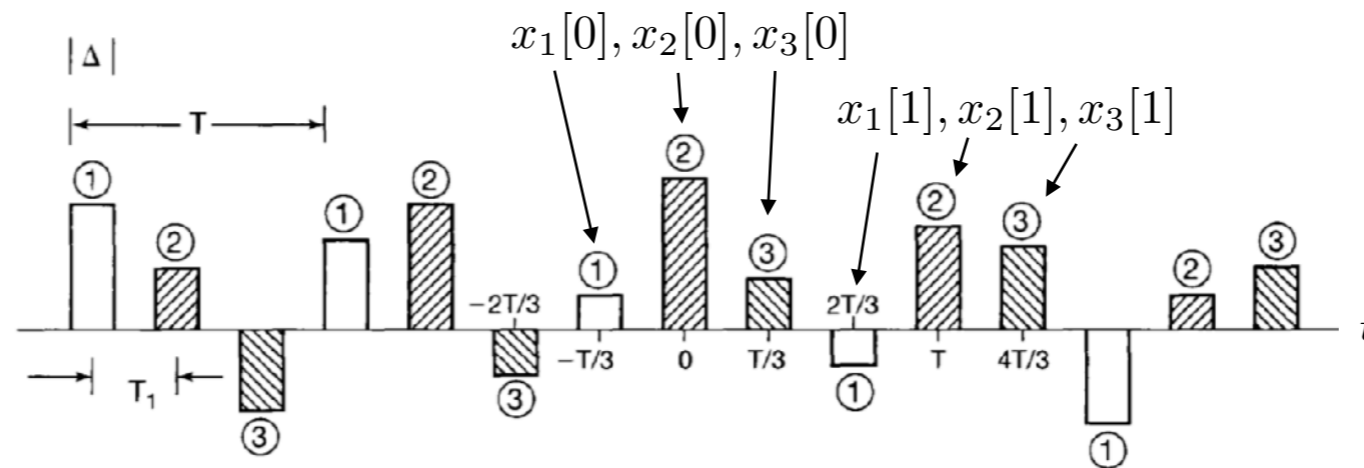
- ¿Cómo transmitir muestras por un canal analógico?
- Modulando la amplitud (ancho, posición) de pulsos.

$$x_{\text{PAM}}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT_s)c(t - kT_s)$$



• PAM-TDM

$x_1[n]$
 $x_2[n]$
 $x_3[n]$

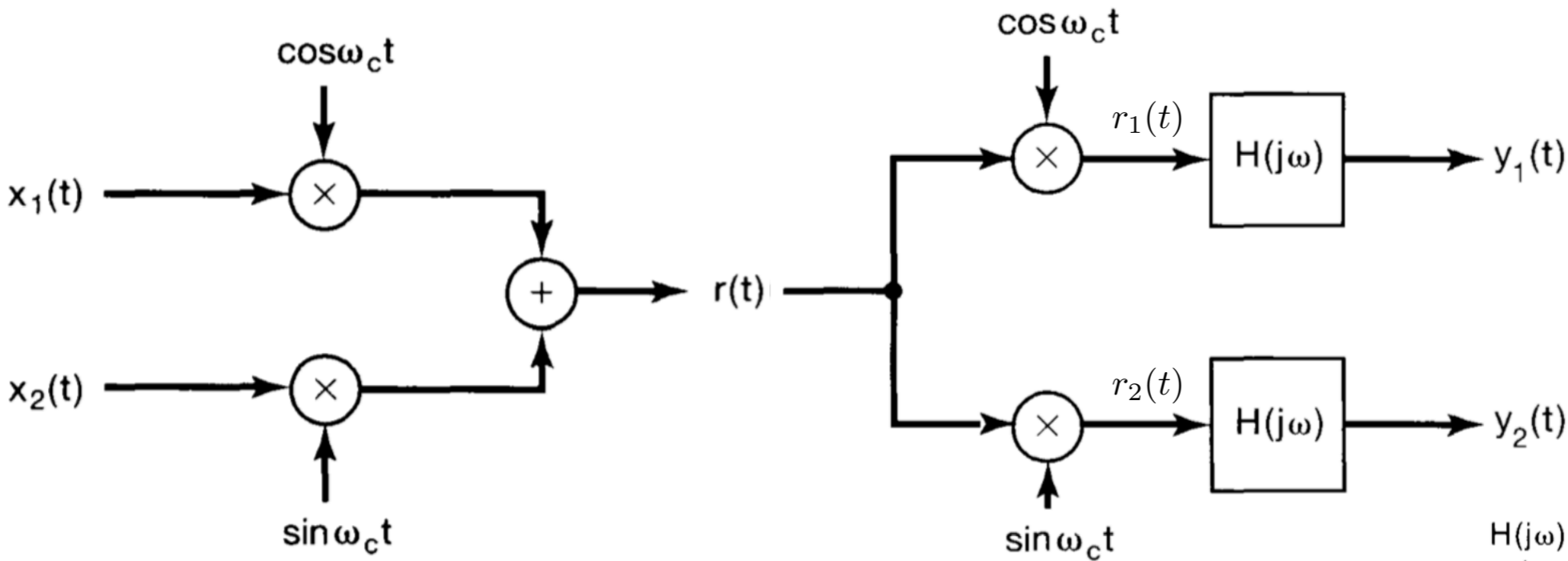


- El **espectro** de la PAM *tiene la forma* de la **TF del pulso**.
- Esto da lugar a lo que se conoce como **códigos de línea**: el pulso determina las características espectrales de la transmisión, no el mensaje a transmitir, podemos diseñar/elegir el pulso que mejor se ajusta al canal de comunicaciones.
- Pulsos de Nyquist (el mismo del Teorema!)

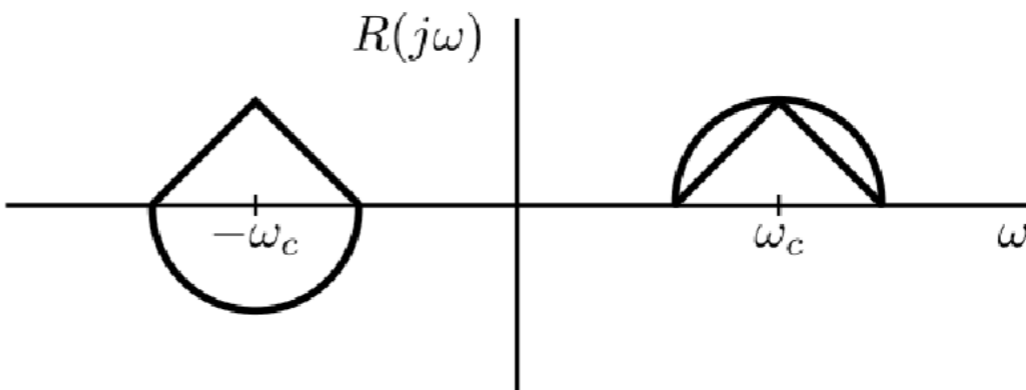
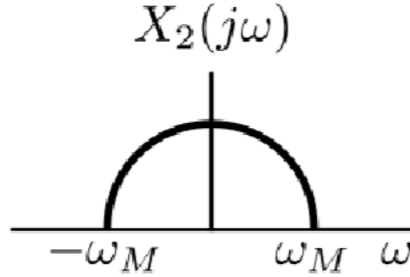
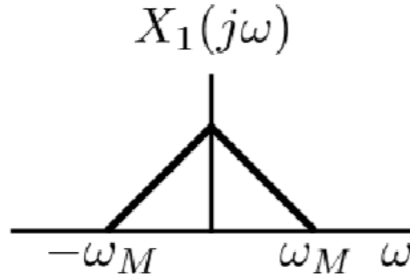
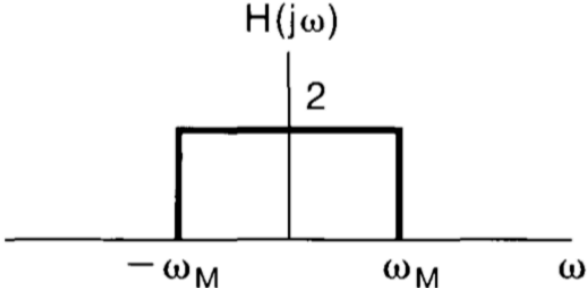


Transmisión de señales analógicas
Ejemplo: Modulación en fase y cuadratura

Modulación en fase y cuadratura



$$r(t) = x_1(t) \cos(\omega_c t) + x_2(t) \sin(\omega_c t)$$



Modulación en fase y cuadratura

$$r(t) = x_1(t) \cos(\omega_c t) + x_2(t) \sin(\omega_c t)$$

$$r_1(t) = x_1(t) \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t + \phi) + x_2(t) \sin(\omega_c t) \cos(\omega_c t + \phi)$$

$$r_2(t) = x_1(t) \cos(\omega_c t) \sin(\omega_c t + \phi) + x_2(t) \sin(\omega_c t) \sin(\omega_c t + \phi)$$

Usemos $\phi = 0$

$$r_1(t) = x_1(t)^{1/2} (\cos(0) + \cos(2\omega_c t)) + x_2(t)^{1/2} (\sin(0) + \sin(2\omega_c t))$$

$$r_2(t) = x_1(t)^{1/2} (\sin(0) + \sin(2\omega_c t)) + x_2(t)^{1/2} (\cos(0) - \cos(2\omega_c t))$$

$$y_1(t) = x_1(t)$$

$$y_2(t) = x_2(t)$$

- Los espectros de los mensajes se solapan (menor ancho de banda a FDM).
- Son ortogonales (y separables) en el tiempo
 - Es la proyección de dos señales en vectores ortogonales
- ¿Qué pasa si el desfase no es 0?
- Clave en las comunicaciones digitales modernas.

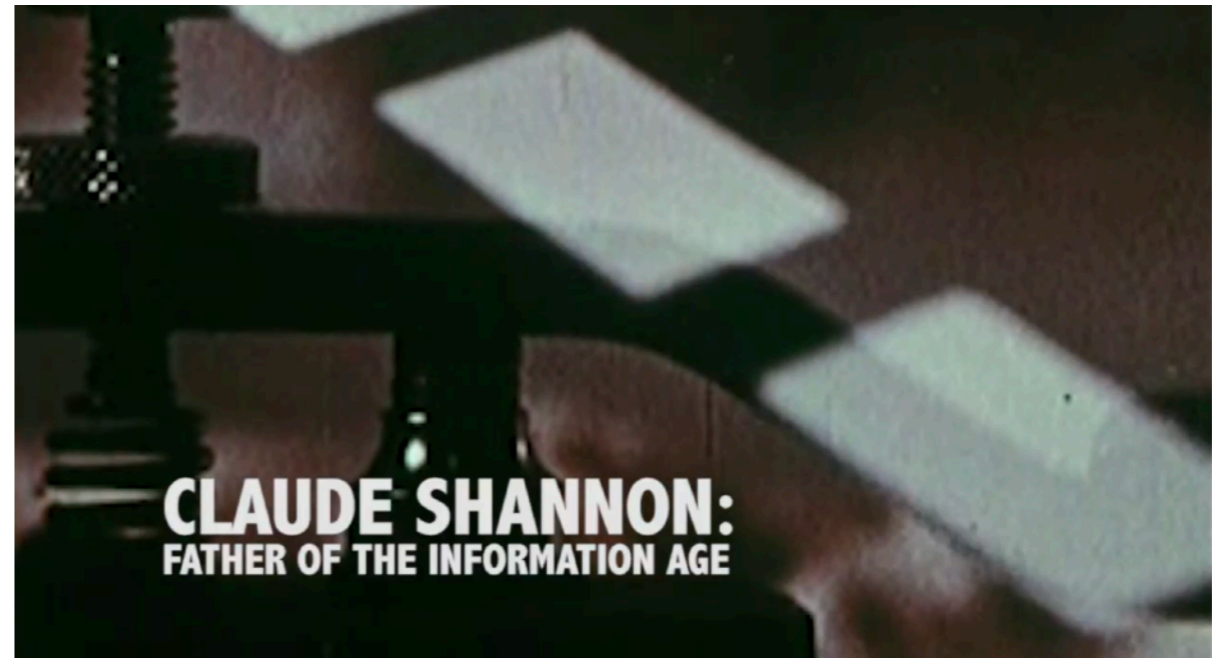
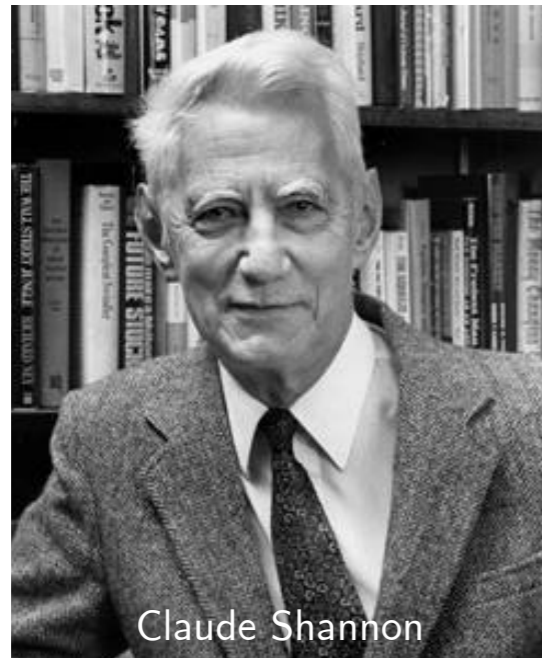
Sistemas de comunicación: Resumen

- Modulación: alterar una característica de una **portadora** por un **mensaje**.
 - Puede enviarse mensajes (información) tanto analógicos como discretos.
 - La portadora se ajusta a la características de un **canal** analógico no ideal.
- Ancho de banda de transmisión y potencia de transmisión son parámetros de comparación de performance.
 - También la relación respecto al ruido presente (no estudiado ahora).
 - Relación entre las potencias de Señal y Ruido: SNR (signal-noise ratio)

$$\text{SNR} = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}}$$

- Multiplexación: acceso compartido al canal
 - Ortogonalidad en alguna base
- Otros métodos de modulación digitales modernos y sus fundamentos se ven en otros cursos de la carrera (*Señales Aleatorias y Modulación, Comunicaciones Digitales, ...*)

Teoría de la Información



<https://www.youtube.com/watch?v=pHSRHi17RKM>

$$H(X) = - \sum_{i=1}^M p(x_i) \log p(x_i)$$

$$C = B \log (1 + \text{SNR})$$

↑
Ancho de
banda
del canal

↑
Probabilidad
de transmitir
el mensaje
 x_i

Entropía de una fuente: límite de la compresión de una fuente de M mensajes posibles (señal).

Capacidad de un canal: límite de la tasa de transmisión de mensajes por un canal con error suficientemente pequeño ($P_{error} \rightarrow 0$)