Clase 4: Probabilidad condicional

Matías Carrasco

4 de agosto de 2019

Índice

Resumen Veremos a través de varios ejemplos cómo definir la probabilidad condicional de un evento dada la información adicional de que otro evento ha ocurrido. Esto nos llevará a definir la noción de eventos independientes. Por último, veremos cómo podemos aplicar estas ideas al famoso juego de Monty Hall.

Dado que...

En general la probabilidad de que un evento ocurra cambia si sabemos que otro evento ha ocurrido. Un caso extremo es cuando los eventos son incompatibles, pues la ocurrencia de uno de ellos hace imposible la ocurrencia del otro. La probabilidad de un evento bajo la condición de que otro ha ocurrido se llama *probabilidad condicional*.

Ejemplo 1 Disponemos de tres cartas pintadas de la siguiente manera: una es roja en ambos lados, otra es roja en uno y blanca en el otro, y la tercera es blanca en ambos lados. Se elige una carta al azar y se la apoya sobre una mesa con algún objeto que cubra el lado que queda visible hacia arriba para que no podamos verlo. ¿Cuál es la probabilidad de que el lado que toca la mesa sea rojo?

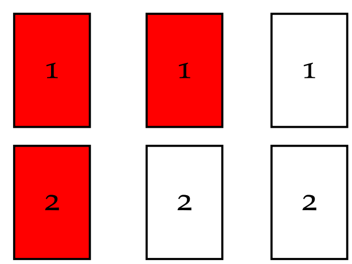


Figura 1: Las tres cartas con sus lados 1 y 2 de diferentes colores.

Cada carta puede ser representada por un par (c_1, c_2) en donde c_1 es el color del lado 1 de la carta y c_2 es el color del lado 2 de la carta. Los colores pueden ser rojo (r) o blanco (b). Además, la carta puede ser apoyada sobre la mesa con su lado 1 hacia abajo o con su lado 2 hacia abajo. Así, el espacio muestral es

$$\Omega = \{(r,r,1), (r,b,1), (b,b,1), (r,r,2), (r,b,2), (b,b,2)\},$$

en donde las dos primeras coordenadas indican los colores del lado 1 y 2 de la carta y la tercera sobre qué lado la carta es apoyada sobre la mesa.

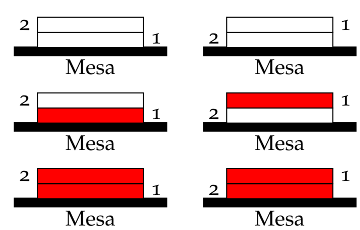


Figura 2: Espacio muestral Ω del experimento de las tres cartas.

Claramente las seis ternas son igualmente probables, por lo que la probabilidad de elegir una de ellas es $1/6$.

El evento que nos interesa es

$$A = \{(r,r,1), (r,b,1), (r,r,2)\}$$

pues consiste de aquellas realizaciones para las cuáles el lado sobre la mesa es rojo.

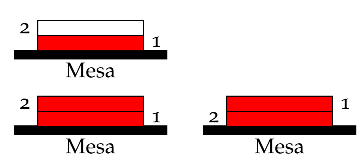


Figura 3: El evento A.

De modo que la probabilidad de que el lado sobre la mesa sea rojo es

$$P(A) = 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}.$$

Consideremos el mismo problema pero con información adicional. Supongamos ahora que quitamos la cobertura del lado visible de la carta elegida. De esta forma podemos ver el color del lado hacia arriba. Si vemos que el lado hacia arriba es rojo, ¿cuál es la probabilidad de que el lado sobre la mesa sea rojo?

El espacio muestral y las probabilidades siguen siendo los mismos

$$\Omega = \{(r,r,1),(r,b,1),(b,b,1),(r,r,2),(r,b,2),(b,b,2)\}.$$

Sin embargo, ahora sabemos que una de las ternas indicadas en rojo ha ocurrido. Dicho de otro modo, el nuevo espacio muestral es

$$\Omega' = \{(r,r,1),(r,r,2),(r,b,2)\}$$

ha ocurrido y queremos saber cómo esta información afecta la probabilidad de A.

Entre estas tres posibles ternas, no hay ninguna que tenga una preferencia de ser elegida sobre las demás. Por tanto, la probabilidad de cada una, suponiendo que una de ellas ha ocurrido, es igual a $1/3$. Como de las tres solamente $(r,r,1)$ y $(r,r,2)$ tienen un lado rojo hacia la mesa, i.e. son también ternas de A, tenemos que la nueva probabilidad de A es $2/3$. ■

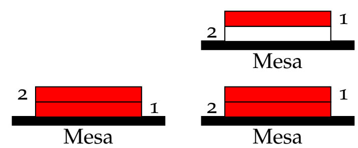


Figura 4: El evento Ω'.

Ejemplo 2 Se lanza una moneda justa tres veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan tres caras?

El espacio muestral muestral es

$$\Omega = \{CCC, CCX, CXC, CXX, XCC, XCX, XXC, XXX\}.$$

Todas las posibilidades son igualmente probables así que $P(3 \text{ caras}) = 1/8$.

Supongamos ahora que sabemos el primer lanzamiento salió cara. Dada esta información, ¿cuál es la probabilidad de que salgan tres caras? El nuevo espacio muestral es

$$\Omega' = \{CCC, CCX, CXC, CXX\}$$

ha ocurrido, y las posibilidades siguen siendo equiprobables. Así que

$$P(3 \text{ caras dado que la primera es cara}) = 1/4.$$

■

Reformulemos en términos de eventos el razonamiento que seguimos en los dos ejemplos anteriores. El objetivo es calcular la probabilidad de un evento A, pero sabiendo que otro evento B ha ocurrido. Esta información adicional reduce el espacio muestral a B (antes lo llamamos Ω'), y aunque las probabilidades siguen siendo las mismas, deben ser normalizadas para que el total sea nuevamente 1. Los puntos que están en A y en B simultáneamente son exactamente aquellos de la intersección $A \cap B$. Así que la probabilidad que buscamos es $P(A \cap B)/P(B)$.

Definición de probabilidad condicional

Sean A y B dos eventos de un espacio muestral Ω, y supongamos que $P(B) > 0$. Definimos la probabilidad condicional de A dado B como

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Representa la probabilidad de A cuando se sabe que el evento B ha ocurrido.

Ejemplo 3 A las 9 pm Ana pide una pizza y le dicen que el delivery llegará al azar en cualquier momento dentro de la hora que sigue. En ese mismo momento, Ana sale a comprar la bebida y está de vuelta en su casa luego de 15 minutos (a las 9:15 pm).

Ana espera 15 minutos más y a las 9:30 pm se empieza a preocupar porque el timbre no suena. ¿Cuál es la probabilidad de que el delivery ya haya pasado por lo de Ana, mientras ella no estaba en la casa?

El espacio muestral es $\Omega = [0, 1]$, que representa el momento (la hora) en el que llega el delivery a la casa de Ana. Sabemos que el evento "el delivery no llega entre las 9:15 y las 9:30" ha ocurrido, llamémoslo B. Estamos interesados en el evento "el delivery llega entre las 9 y las 9:15", que denotamos por A.

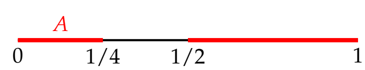


Figura 5: Espacio muestral Ω y eventos A y B del Ejemplo 3.

La probabilidad condicional de A dado B es

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/4}{1/4 + 1/2} = 1/3.$$

■

Notar que la probabilidad condicional no es simétrica en A y B. Esto es, en general $P(A|B) \neq P(B|A)$. Por ejemplo, si A es el evento que coincide con todo el espacio muestral Ω, entonces $P(\Omega|B) = 1$, y sin embargo, $P(B|\Omega) = P(B)$ que no siempre es igual a 1.

La probabilidad condicional es una función de dos variables

$$(A, B) \mapsto P(A|B).$$

Cuando fijamos la segunda variable, es decir el evento B por el cual estamos condicionando, la función de probabilidad condicional

$$P(\cdot|B) : \text{Eventos} \to [0, 1]$$

que a cada evento A le asocia $P(A|B)$, es una probabilidad en Ω.[1] Es decir, verifica la definición axiomática de Kolmogorov:

[1] Esto no es cierto para la función que obtenemos cuando fijamos la primer variable

$$B \mapsto P(A|B).$$

Esta función se llama *función de verosimilitud* y será muy importante para nosotros más adelante, pero no es una probabilidad.

Veamos un ejemplo. En el lanzamiento de un dado consideremos los eventos

$$A = \{\text{sale } 6\} \text{ y } B = \{\text{sale un nro. par}\}.$$

Entonces

$$P(A|B^c) = 0,$$

y

$$1 - P(A|B) = 1 - 1/3 = 2/3,$$

por lo que $P(A|B^c) \neq 1 - P(A|B)$.

- $P(\Omega|B) = \frac{P(\Omega\cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1.$
- Y si $A_1, A_2, \ldots$ una sucesión de eventos dos a dos incompatibles, entonces

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \middle| B\right) = \frac{P\left(\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right)\cap B\right)}{P(B)} = \frac{P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} (A_n \cap B)\right)}{P(B)}$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P(A_n \cap B)}{P(B)} = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n|B).$$

Esto tiene como consecuencia importante que $P(\cdot|B)$ cumple con las propiedades básicas que probamos en el capítulo anterior, pues éstas son válidas para cualquier probabilidad. Por ejemplo, vale que

$$P(A^c|B) = 1 - P(A|B).$$

La definición de probabilidad condicional se puede reformular de siguiente manera:

Regla del producto

Sean A y B dos eventos de un espacio muestral Ω, y supongamos que $P(B) > 0$. La ecuación

$$P(A \cap B) = P(B)\,P(A|B)$$

se llama regla del producto de probabilidades.

Ejemplo 4 Dos cartas se extraen de un mazo de poker. Sean los eventos

$S_1 =$ "la primera carta es de ♠" y $S_2 =$ "la segunda carta es de ♠".

¿Cuánto vale $P(S_2 \cap S_1)$?

Por la regla del producto $P(S_2 \cap S_1) = P(S_2|S_1)\,P(S_1)$. Por un lado, como hay 13 cartas por palo, $P(S_1) = 13/52$. Por otro, si la primera carta es de piques, de las 51 restantes en el mazo 12 son de piques. Por lo tanto $P(S_2|S_1) = 12/51$. Luego

$$P(S_2 \cap S_1) = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} = \frac{3}{51}.$$

Observar que el mismo resultado se obtendría contando directamente los pares de cartas posibles. ■

Eventos independientes

La probabilidad condicional mide la dependencia entre los eventos A y B, o mejor dicho, cuánto influye B en la ocurrencia de A. Por ejemplo:

- Si A y B son incompatibles, entonces $P(A|B) = 0$.
- Si B está incluido en A, entonces $P(A|B) = 1$.

Estas son situaciones en las cuales la ocurrencia de B determina completamente la ocurrencia (o no) de A. En este sentido los eventos son altamente dependientes.

Ejemplo 5 Elegimos un punto al azar en un cuadrado Ω. Fijemos el evento B como siendo la mitad derecha del cuadrado. Consideremos el evento A que consiste en un rectángulo dentro de Ω de lados paralelos a los ejes, y veamos cómo varía $P(A|B)$ según la posición de A.

Como B es fijo, en cualquiera de los tres casos $\text{Area}(B) = 1/2 \cdot \text{Area}(\Omega)$.

- En el primer caso, tenemos que $\text{Area}(A \cap B) = 1/4 \cdot \text{Area}(A)$, por lo que
$$P(A|B) = \frac{\text{Area}(A \cap B)}{\text{Area}(B)} = \frac{(1/4)\text{Area}(A)}{(1/2)\text{Area}(\Omega)} = \frac{1}{2} \cdot P(A).$$
- En el segundo caso, como $\text{Area}(A \cap B) = 1/2 \cdot \text{Area}(A)$, tenemos que
$$P(A|B) = \frac{\text{Area}(A \cap B)}{\text{Area}(B)} = \frac{(1/2)\text{Area}(A)}{(1/2)\text{Area}(\Omega)} = P(A).$$
- Y en el tercer caso, como $\text{Area}(A \cap B) = 3/4 \cdot \text{Area}(A)$
$$P(A|B) = \frac{\text{Area}(A \cap B)}{\text{Area}(B)} = \frac{(3/4)\text{Area}(A)}{(1/2)\text{Area}(\Omega)} = \frac{3}{2} \cdot P(A).$$

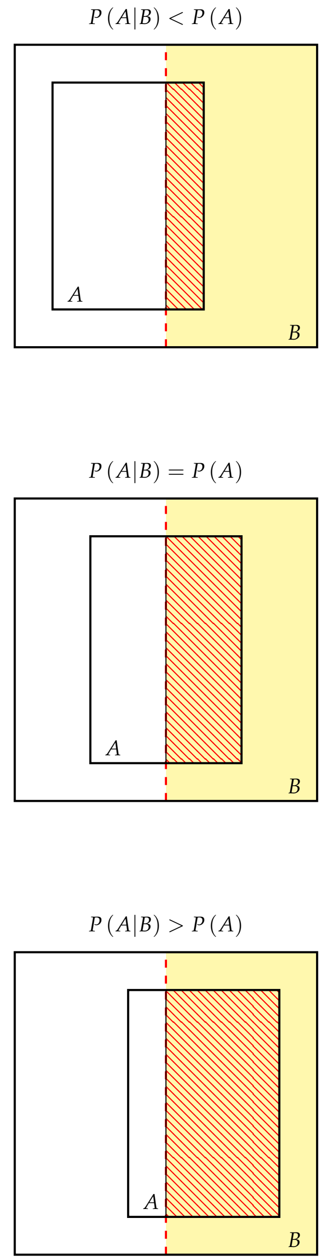


Figura 6: El evento B puede mejorar, no influir, o empeorar las chances de que el evento A ocurra.

En resumen, vemos que según la posición relativa de A con B, el evento B puede o no favorecer la ocurrencia de A:

$$P(A|B) \begin{cases} < P(A) & \text{por lo que } B \text{ desfavorece la ocurrencia de } A \\ = P(A) & \text{por lo que } B \text{ no influye en la ocurrencia de } A \\ > P(A) & \text{por lo que } B \text{ favorece la ocurrencia de } A \end{cases}$$

Notar que el segundo caso equivale a $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$.

Definición de eventos independientes

Dos eventos A y B son independientes si
$$P(A \cap B) = P(A)\,P(B).$$

Ejemplo 6 Dos profesores de una lejana universidad toman un examen oral. Para calificar al estudiante luego de su examen cada profesor debe elegir una nota, estas pueden ser $+1$ o -1. La nota final del estudiante es la suma de las dos notas. Denotamos por N_1 la nota del primer profesor y N_2 la del segundo.

Lamentablemente, los profesores de dicha universidad eligen la nota del estudiante al azar, de acuerdo a las siguientes probabilidades:

$$P(N_1 = n, N_2 = m) = \frac{e^{\beta nm}}{C} \quad \text{para } n, m \in \{-1, +1\},$$

en donde $\beta \geq 0$ es un parámetro que llamaremos *interacción* entre los profesores, y C es una constante de normalización que hace la suma de las probabilidades igual a uno. La coma que separa $\{N_1 = n\}$ de $\{N_2 = m\}$ indica la probabilidad de que ambos eventos ocurran simultáneamente (i.e. la intersección).

$n \backslash m$	-1	$+1$
-1	e^{β}/C	$e^{-\beta}/C$
$+1$	$e^{-\beta}/C$	e^{β}/C

Tabla 1: Tabla de probabilidades de las diferentes notas de los profesores.

La Tabla 1 nos permite visualizar mejor estas probabilidades. Podemos calcular C en función de β, ya que las probabilidades deben sumar uno:

$$2\frac{e^{\beta} + e^{-\beta}}{C} = 1,$$

de donde $C = 2\left(e^{\beta} + e^{-\beta}\right)$.

¿Cuáles son las probabilidades para N_1? La nota N_1 puede tomar solamente dos valores, $+1$ o -1, y de la tabla vemos que

$$\begin{aligned} P(N_1 = 1) &= P(N_1 = 1, N_2 = 1) + P(N_1 = 1, N_2 = -1) \\ &= \frac{e^{\beta} + e^{-\beta}}{C} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

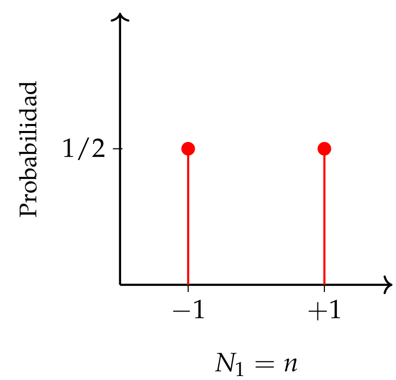


Figura 7: Probabilidades para la nota N_1 independientemente de lo que sea N_2.

Del mismo modo se muestra que $P(N_1 = -1) = 1/2$. Es como si el primer profesor estuviera tirando una moneda honesta para elegir su nota.

Los mismos cálculos se pueden hacer para N_2, y vemos que

$$P(N_2 = +1) = P(N_2 = -1) = \frac{1}{2}.$$

Es decir, las probabilidades para N_1 y N_2 son las mismas, cada profesor tira una moneda para elegir la nota. Sin embargo, esta no es toda la historia, ¿son las monedas independientes?

La tabla anterior nos sugiere que existe una dependencia entre N_1 y N_2. De hecho si calculamos las probabilidades condicionales vemos que

$$P(N_1 = n | N_2 = m) = \frac{P(N_1 = n, N_2 = m)}{P(N_2 = m)} = \frac{2e^{\beta nm}}{C}.$$

Si fueran independientes, esta probabilidad sería igual a $P(N_1 = n) = 1/2$. Es decir, se debería cumplir la ecuación

$$\frac{2e^{\beta nm}}{C} = \frac{1}{2}.$$

Sustituyendo C por el valor que calculamos antes, esta ecuación se transforma en

$$\frac{e^{\beta nm}}{e^{\beta} + e^{-\beta}} = \frac{1}{2}.$$

Es fácil ver que esta ecuación se cumple solo para $\beta = 0$. Este caso es muy distinto a los demás (cuando $\beta > 0$). De la ecuación anterior vemos que, cuando $\beta = 0$, para todo par $n, m \in \{-1, +1\}$ se cumple que

$$P(N_1 = n, N_2 = m) = P(N_1 = n)\, P(N_2 = m).$$

En los otros casos las notas de los profesores son cada vez más dependientes entre sí a medida que β crece. Esto lo podemos ver calculando por ejemplo la probabilidad de que ambas sean iguales:

$$\begin{aligned} P(N_1 = N_2) &= P(N_1 = +1, N_2 = +1) + P(N_1 = -1, N_2 = -1) \\ &= \frac{e^{\beta}}{e^{\beta} + e^{-\beta}}. \end{aligned}$$

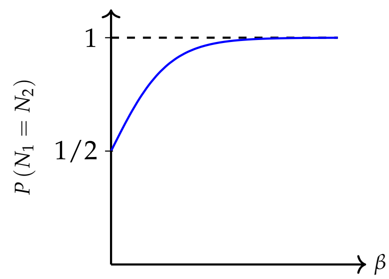
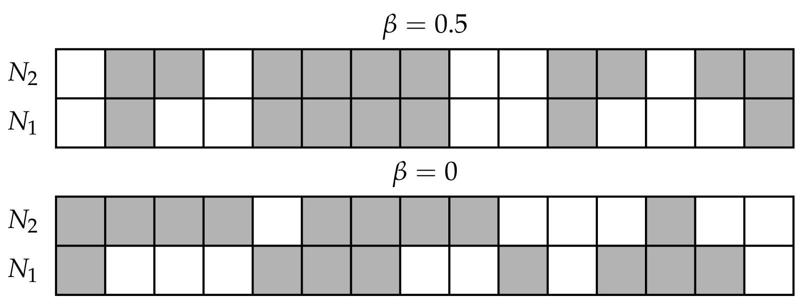


Figura 8: Probabilidad de que N_1 sea igual a N_2 en función de β.

De la figura podemos ver que $P(N_1 = N_2)$ crece con β y de hecho tiende a 1 a medida que β tiende a $+\infty$. Para valores muy grandes de β la probabilidad de que N_1 sea igual a N_2 es muy cercana a uno. Claramente esto sugiere una fuerte dependencia entre ambas notas.

En la figura que sigue se muestra una simulación con diez realizaciones del par (N_1, N_2) para los valores de $\beta = 0$ abajo y de $\beta = 0.5$ arriba. Un cuadrado en gris significa que la nota ha sido $+1$ mientras que uno en blanco que ha sido -1.



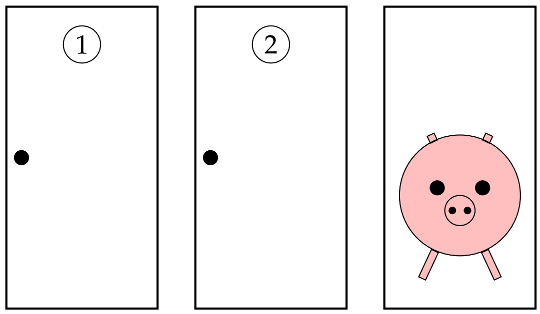
Para $\beta = 0.5$ la cantidad de veces en que N_1 y N_2 coinciden es muy superior que para $\beta = 0$. ■

El juego de Monty Hall

Es probable que muchos de ustedes ya lo conozcan. De todos modos es un juego altamente pedagógico, así que lo estudiaremos en detalle.

Este juego está basado en el concurso televisivo estadounidense *Let's Make a Deal*. El concursante debe elegir una puerta entre tres, estando todas ellas cerradas. El premio consiste en llevarse lo que se encuentra atrás de la puerta elegida. Se sabe con certeza que atrás de una de ellas hay un auto, y atrás de las otras dos hay chanchos[2]. Una vez que el concursante ha elegido una puerta y comunicado su elección al presentador, éste que sabe lo que hay atrás de cada puerta, abre una de las otras dos en la que haya un chancho. A continuación, le da la opción al concursante de cambiar, si lo desea, de puerta entre las dos opciones restantes. ¿Debe el concursante mantener su elección original o elegir la otra puerta?

[2] Esta es la versión de *El Show del Mediodía*, en la versión original hay cabras en lugar de chanchos.



Para dar una respuesta, es importante ser claros en el protocolo que sigue el presentador. Hay tres suposiciones básicas:

- el presentador *siempre* abre una puerta,
- la elige entre las restantes *después* de que el concursante elige la suya,
- atrás de esta *siempre* hay un chancho.

Aunque se puede razonar de forma más simple, haremos algo bastante complicado para que no queden dudas sobre la mejor estrategia para el problema.

Representaremos las puertas por los números 1, 2 y 3. Consideremos como espacio muestral las 4-úplas de números

$$\Omega = \{\omega = (x, y, z, t) : x, y, z \in \{1, 2, 3\} \text{ con } z \neq y, z \neq x \text{ y } t \in \{0, 1\}\},$$

en donde x representa la puerta en la que está el auto, y la puerta que elige el concursante inicialmente, z la puerta que abre el presentador, y t es 1 si el concursante decide cambiar de puerta y 0 si no cambia. Las condiciones $z \neq x$ y $z \neq y$ representan que el presentador abre una puerta diferente a la que eligió el concursante y que ésta tiene un chancho.

Todo es bastante claro hasta el momento en el que el presentador nos pregunta si queremos cambiar de puerta. Si nos olvidamos por un instante de esto, las ternas posibles para el juego son

$1,1,2$	$2,2,1$	$3,3,1$
$1,1,3$	$2,2,3$	$3,3,2$
$1,2,3$	$2,1,3$	$3,1,2$
$1,3,2$	$2,3,1$	$3,2,1$

En esta tabla, las primeras dos filas muestran los casos en los que el presentador tiene dos opciones para abrir una puerta. Una vez que elegimos cambiar o no de puerta, el espacio muestral se completa y queda

No cambiamos			Cambiamos		
$1,1,2,0$	$2,2,1,0$	$3,3,1,0$	$1,1,2,1$	$2,2,1,1$	$3,3,1,1$
$1,1,3,0$	$2,2,3,0$	$3,3,2,0$	$1,1,3,1$	$2,2,3,1$	$3,3,2,1$
$1,2,3,0$	$2,1,3,0$	$3,1,2,0$	$1,2,3,1$	$2,1,3,1$	$3,1,2,1$
$1,3,2,0$	$2,3,1,0$	$3,2,1,0$	$1,3,2,1$	$2,3,1,1$	$3,2,1,1$

De cierta forma, la pregunta consiste en elegir si poner un 0 o un 1 al final de las ternas. Podemos elegir hacer siempre lo mismo, por ejemplo si ponemos siempre un 0 estamos diciendo que no cambiaríamos nunca de puerta, y recíprocamente si ponemos siempre un 1 estamos diciendo que cambiaríamos siempre. Pero también puede ser interesante considerar estrategias en las cuales a veces ponemos un 0 y a veces un 1.

Naturalmente lo ideal sería poner un 0 cuando hemos elegido la puerta con el auto y 1 cuando no. Sin embargo esa información no la disponemos cuando jugamos. Así que supondremos que una vez que el presentador abre la puerta y nos pregunta si queremos cambiar, elegimos cambiar con probabilidad $p \in [0,1]$. Si $p = 0$ nuestra estrategia es no cambiar nunca, y si $p = 1$ nuestra estrategia es cambiar siempre. Para los p intermedios, a veces cambiaremos y a veces no.

Para asignar probabilidades a las 4-úplas de la tabla procedemos de la siguiente manera. Es claro que el auto puede estar en cualquiera de las tres puertas, y las tres son equiprobables. Luego, la primer coordenada de la 4-úpla toma los valores 1, 2 y 3 con probabilidad $1/3$. Lo mismo podemos decir de la puerta que elige el concursante.

El punto delicado está cuando asignamos probabilidades para la puerta que abre el presentador. En la tercera y cuarta fila no hay ambigüedad ya que el presentador solo tiene una opción posible, y por lo tanto la elige con probabilidad 1. Sin embargo, en las primeras dos filas el presentador tiene dos opciones. Supondremos que elige la puerta que va a abrir al azar con probabilidad $1/2$[3].

[3] Se podría cambiar el protocolo del presentador para que esto no sea más así.

En resumen, si asumimos que todas las desiciones hechas por el presentador y el participante son independientes, las 4-úplas tienen las probabilidades

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times (1-p)$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times p$
$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 1 \times (1-p)$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 1 \times p$

en donde la división horizontal corresponde a las primeras dos filas y la división vertical a si cambiamos o no.

Podemos verificar que las probabilidades suman 1. Como tenemos seis 4-úplas en cada bloque, resulta

$$\frac{6}{18}(1-p) + \frac{6}{9}(1-p) + \frac{6}{18}p + \frac{6}{9}p = 1.$$

¿Cuál es la probabilidad de ganar el auto? Basta notar que las 4-úplas ganadoras son las que están en los bloques de la diagonal:

$\color{red}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times (1-p)}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times p$
$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 1 \times (1-p)$	$\color{red}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 1 \times p}$

Por tanto, la probabilidad de ganar es

$$G(p) = \frac{1}{3} \times (1-p) + \frac{2}{3} \times p = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times p.$$

En particular, $G(0) = 1/3$ y $G(1) = 2/3$. Es decir, si no cambiamos nunca tenemos $1/3$ de chances de ganar, y si cambiamos siempre tenemos $2/3$ de chances de ganar.

Más aún, si cuando el presentador nos pregunta si queremos cambiar de puerta, tiramos una moneda para ver si cambiamos o no ($p = 1/2$), entonces tenemos $1/2$ de chances de ganar.

La función $G(p)$ es una función lineal cuyo gráfico se muestra en la figura arriba. Notar que la probabilidad de ganar se maximiza si nuestra estrategia es cambiar siempre ($p = 1$).

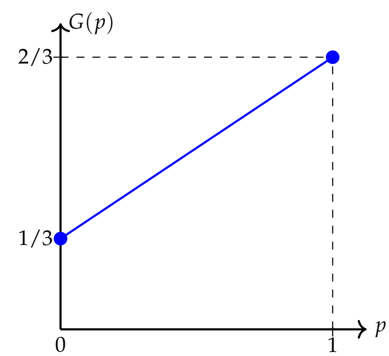


Figura 9: Probabilidad de ganar $G(p)$ en función de la probabilidad p de cambiar de puerta.