Compresión de Datos sin Pérdida
Primera prueba escrita

26 de marzo de 2021

Ejercicio 1 *(20 puntos)*
Sea X una variable aleatoria sobre el alfabeto $\mathcal{X} = \{a, b, c, d, e\}$. Sea C un código para X definido como

x	$C(x)$
a	00
b	01
c	10
d	110
e	111

Hallar una distribución de probabilidad p, tal que C es óptimo para $X \sim p$. **Justificar**.

Ejercicio 2 *(40 puntos)*
Considere una variable aleatoria X que toma valores en un alfabeto con m elementos, $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \dots a_m\}$, con distribución uniforme. Mostrar que en todo código instantáneo óptimo para X los largos de las palabras de código difieren en no más de 1.

Ejercicio 3 *(40 puntos)*
Sea X una variable aleatoria sobre el alfabeto de los números naturales, $\mathbb{N}$, con valor esperado $E[X] = \mu$. Probar que, entre todas las distribuciones p sobre $\mathbb{N}$ que satisfacen $E_p[X] = \mu$, la entropía $H(X)$ se maximiza cuando p es de la forma $p(n) = 2^{\lambda_0 + \lambda_1 n}$.
Sugerencia: Considerar una ditribución arbitraria q sobre $\mathbb{N}$ tal que $E_q[X] = \mu$, usar que $D(q||p) \geq 0$ y el hecho de que $E_q[X] = E_p[X] = \mu$.