COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE MATERIALES

Equilibrios de partículas y cuerpos rígidos

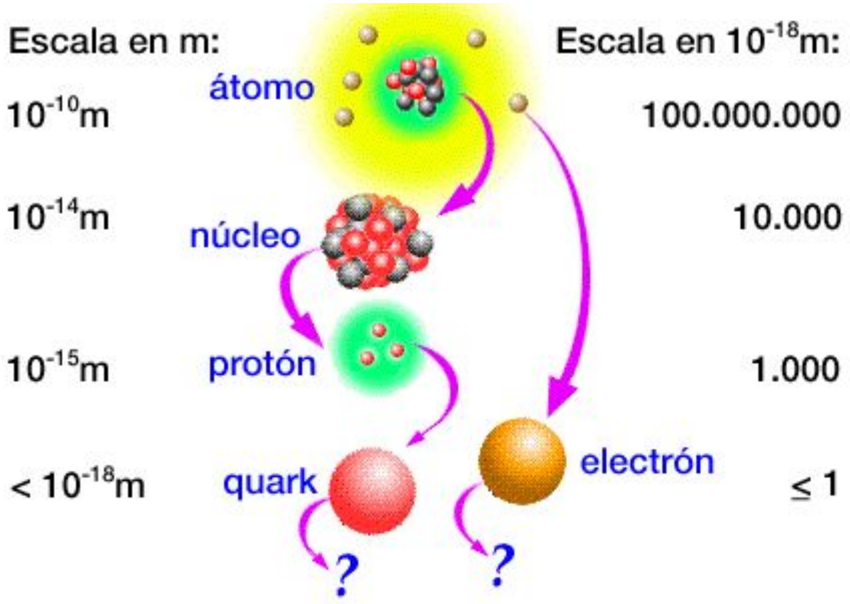
Año 2024

ANEP
ADMINISTRACIÓN NACIONAL DE EDUCACIÓN PÚBLICA

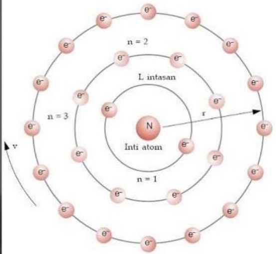
UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

IIMPI
INSTITUTO DE INGENIERIA MECANICA Y PRODUCCION INDUSTRIAL

Modelo subatómico



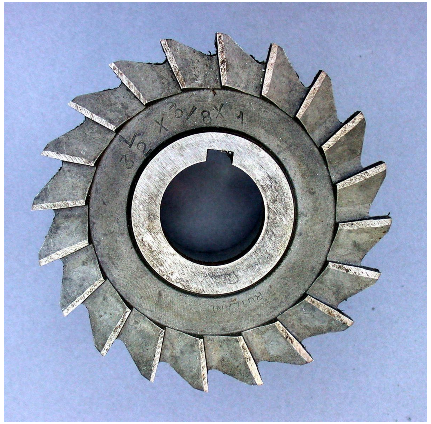
NIELS BOHR (1913)

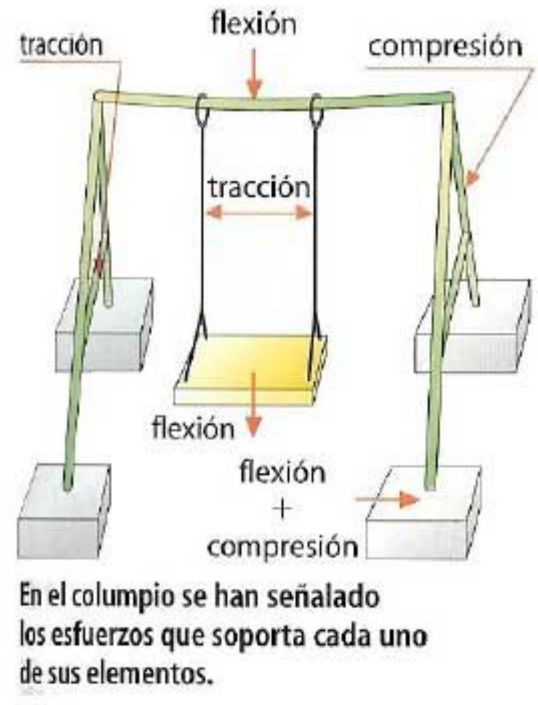


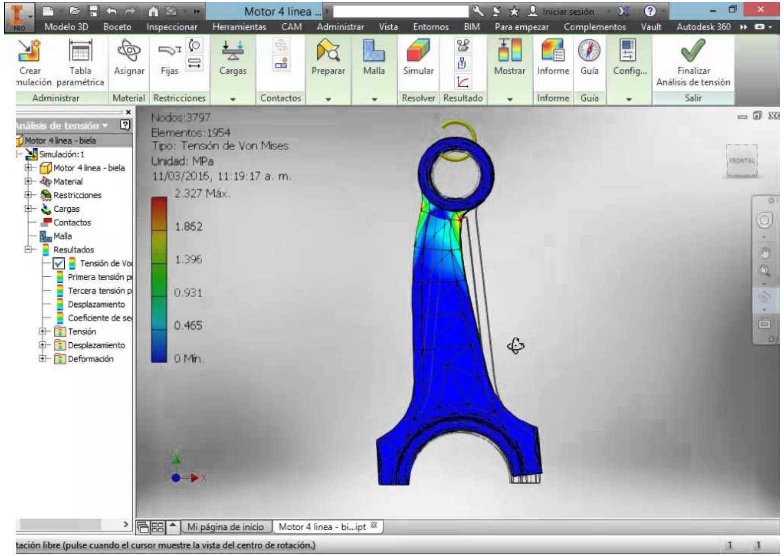
Un poco de ingeniería...

- Se puede modelar una escala puntual con equilibrio entre nodos cuando las dimensiones donde se aplican las fuerzas en relación a la escala general del problema es lo suficientemente pequeña. .. Un caso implícito refiere al de los momentos.
- Los momentos son en realidad abstracciones de pares de fuerza ejemplo:
    - chaveta- eje.
    - Ejercicio de clase 1: biela de banco de ensayos dinámico de amortiguadores de auto.
    - El peso como carga puntual.

Ejemplos de fuerzas puntuales:



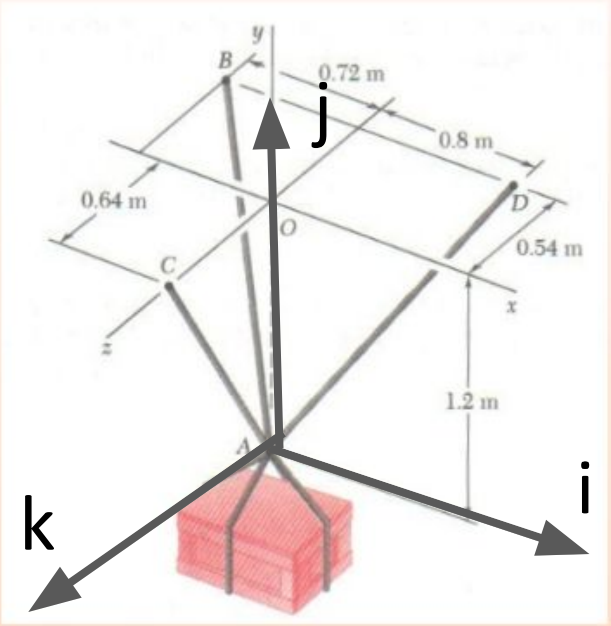




Si las fuerzas se aplican en un solo punto →

Ejemplo extraído del beer

2.108 Una caja de madera de 750 kg está sostenida por tres cables como se muestra en la figura. Determine la tensión en cada cable.



Ecuaciones básicas de la estática:

Traslación $\quad \Sigma \vec{F}_{ext} = M \cancelto{0}{\vec{a}_{CM}}$

+

Rotación $\quad \cancelto{0}{\Sigma \vec{r} \times \vec{F}_{ext}} = \cancelto{0}{I\vec{\alpha}}$

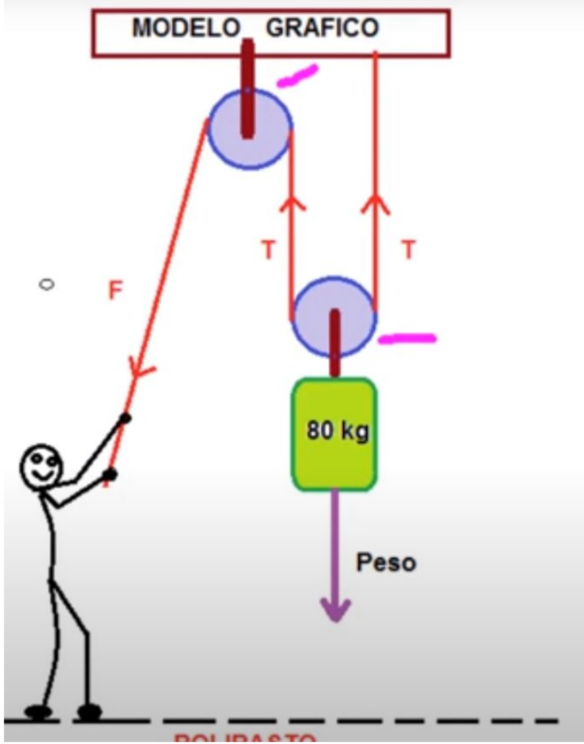
$$\sum \vec{F} . \vec{i} = \sum_{Nf} F_N . \vec{i} = 0$$

$$\sum \vec{F} . \vec{j} = \sum_{Nf} F_N . \vec{j} = 0$$

$$\sum \vec{F} . \vec{k} = \sum_{Nf} F_N . \vec{k} = 0$$

Ejemplo polipasto

La elección adecuada del modelo es muy importante. Un modelo de la partícula simplifica y permite obtener resultados relevantes con simples cuentas:



MODELO ANALITICO

Dos cuerdas igualmente tensionadas (T), sostienen el peso (P) del bloque

$2.\,T = \text{Peso}$ $\quad$ $\text{Peso} = m.g = 80\text{ kg} \,.\, 10\text{ mt/seg}^2 = 800\text{ Nw}$

$$T = \frac{\text{Peso}}{2}$$

$$T = \frac{800\text{ Nw}}{2}$$

$$T = 400\text{ Nw}$$

del modelo gráfico se deduce :

$F = T$, por lo tanto

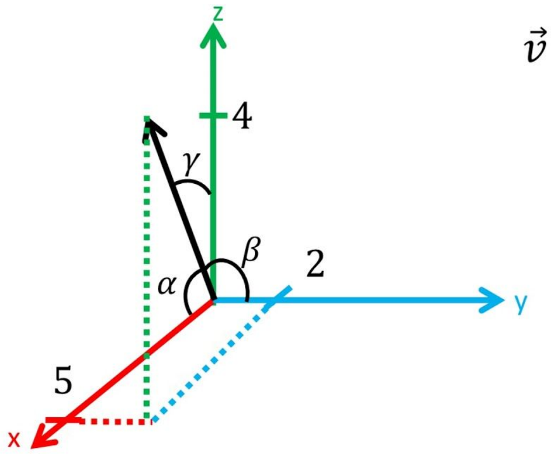
$F = 400\text{ Nw}$

La fuerza aplicada, se redujo a la mitad del peso

Cosenos directores:

Para fuerzas en 3D hace falta descomponerla según sus cosenos directores. Estas es válida también para senos. Se realiza a partir de sus proyecciones en el eje.

Los catetos adyacentes de los triángulos que forman con los versores de los ejes permiten descomponer el vector:



$$\vec{v} = 5\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 4\vec{k}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{|\vec{v}|}$$

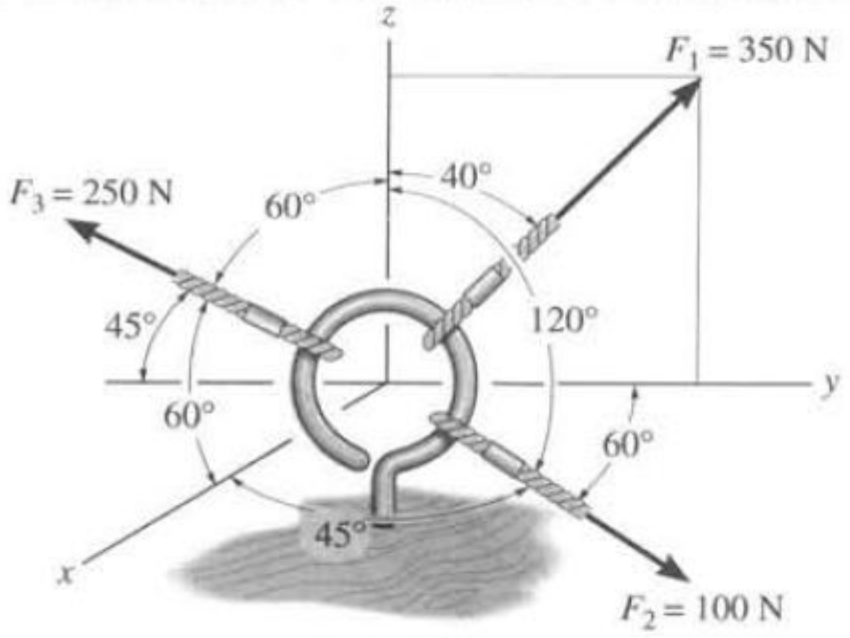
$$\cos\beta = \frac{y}{|\vec{v}|}$$

$$\cos\gamma = \frac{z}{|\vec{v}|}$$

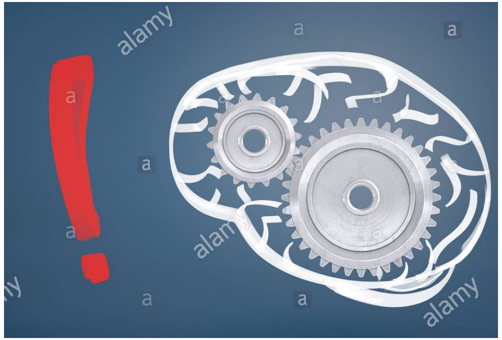
Verifica la ecuación del módulo ya que:

$$\cos(\alpha)^2 + \cos(\beta)^2 + \cos(\gamma)^2 = 1$$

*2-68. Los cables unidos a la armella están sometidos a las tres fuerzas mostradas. Exprese cada fuerza en forma vectorial cartesiana, y determine la magnitud y los ángulos coordenados de dirección de la fuerza resultante.



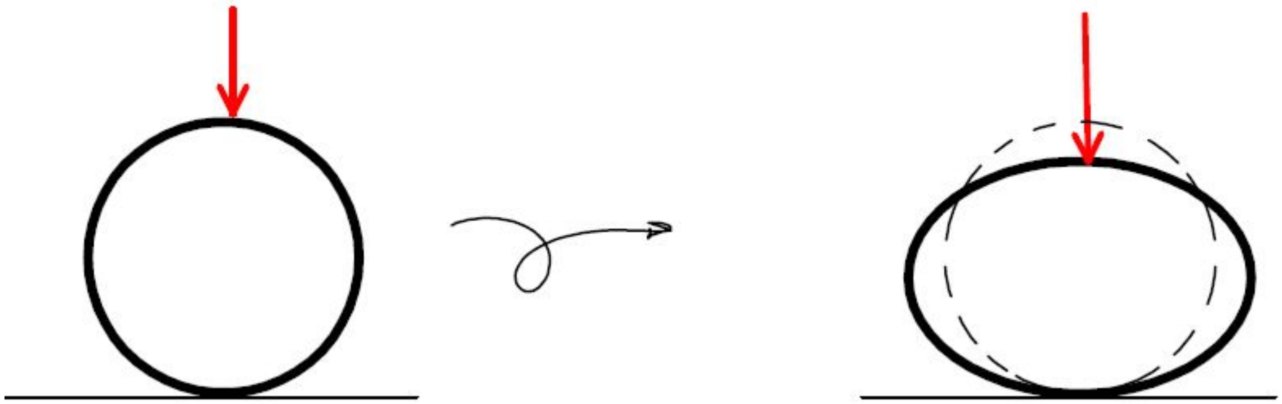
Prob. 2–68



Pero… no solo nos interesa caracterizar las fuerzas sino también los momentos, además las fuerzas no siempre están lo suficientemente cerca para modelarlas que se aplican en el mismo punto !

Modelo de cuerpo rígido:

- Un cuerpo rígido es aquel que para dos puntos cualesquiera pertenecientes a ese cuerpo las deformaciones son tan pequeñas que su distancia permanece constante.
- El cuerpo rígido es un modelo aproximado, pero en realidad no existe. En diversas aplicaciones podemos modelar estructuras como cuerpos rígidos porque sus deformaciones son muy pequeñas y por tanto la condición de equilibrio isostático está dada por las ecuaciones de fuerza y par nulo en la configuración indeformada.



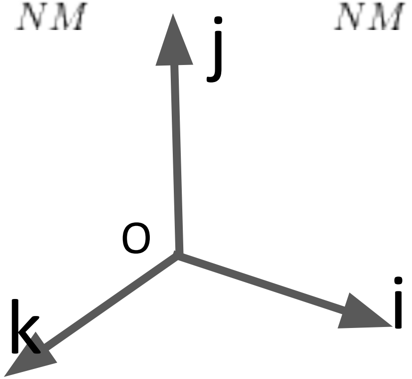
Ecuaciones del modelo rígido:

Ecuaciones de eq de momentos:

$$\sum_{NM} \vec{M}_{o}.\,\vec{i} = \sum_{NM} \vec{M}_{io} = 0$$

$$\sum_{NM} \vec{M}_{o}.\,\vec{j} = \sum_{NM} \vec{M}_{jo} = 0$$

$$\sum_{NM} \vec{M}_{o}.\,\vec{k} = \sum_{NM} \vec{M}_{ko} = 0$$



Ecuaciones de eq de fuerzas:

Traslación $\quad \Sigma \vec{F}_{ext} = M\, \overset{0}{\vec{a}_{CM}}$

\+

Rotación $\quad \Sigma \vec{r} \times \vec{F}_{ext} = I \overset{0}{\vec{\alpha}}$

$$\sum \vec{F}.\,\vec{i} = \sum_{Nf} F_N\,.\ \vec{i} = 0$$

$$\sum \vec{F}.\,\vec{j} = \sum_{Nf} F_N\,.\ \vec{j} = 0$$

$$\sum \vec{F}.\,\vec{k} = \sum_{Nf} F_N\,.\ \vec{k} = 0$$

Problemas isostáticos e hiperestáticos:

Problemas isostáticos: Son aquellos que ***se pueden resolver con las ecuaciones de la estática*** (equilibrio de fuerzas y de momentos). Dependiendo de las condiciones de borde del problema si lo podremos resolver o no con nuestra artillería de ecuaciones.

Problemas hiperestáticos: Son el complemento de los anteriores, aquellos que ***NO podemos resolver con las ecuaciones de la estática***. Estos aparecerán rara vez en el curso y para poder resolverlos necesitaremos condiciones de borde impuestas por el entorno que de acuerdo a la deformación conocemos los desplazamientos en determinados puntos.

Estructura hipostática: Este tipo de problemas no tiene la posibilidad de alcanzar el equilibrio para todos los posibles estados de carga que se presenten y por tanto se encuentran mal condicionados:

Quedan planteadas 3 ecuaciones para verificar el EQULIBRIO ESTÁTICO

$$\Sigma Fx = 0$$
$$\Sigma Fy = 0$$
$$\Sigma M = 0$$

Permiten resolver 3 incógnitas en un sistema determinado

- **Estructura hipostática**

  no tienen la posibilidad de alcanzar el equilibrio para todos los posibles estados de carga que se presenten

Nº ecuac. de equilibrio > Nº incógnitas

- **Estructura isostática**

  Puede ser analizada mediante los **principios de la Estática**

Sistema determinado

Nº ecuac. de equilibrio = Nº incógnitas

Las reacciones en los apoyos se det. aplicando: Cond. de equilibrio: $\Sigma Fx = 0$, $\Sigma Fy = 0$, $\Sigma M = 0$

- **Estructura hiperestática**

  vínculos sobreabundantes

Sistema indeterminado

Nº ecuac. de equilibrio < Nº incógnitas

"Grado de Hiperestaticidad"

Las reacciones en los apoyos se det. aplicando:

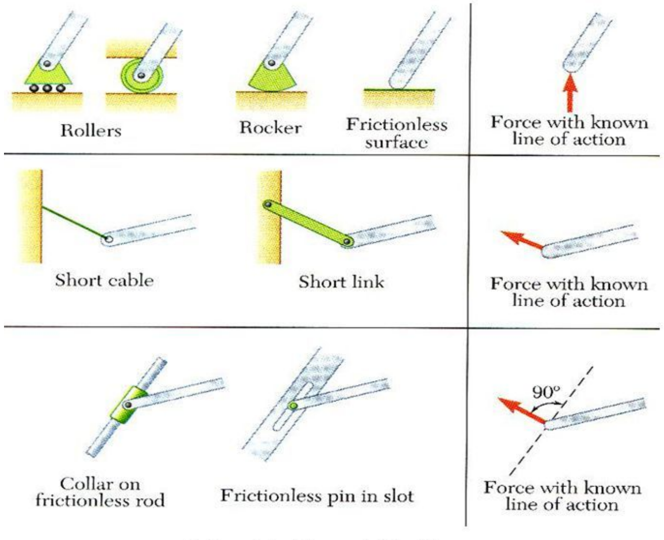
Cond. de equilibrio: $\Sigma Fx = 0$, $\Sigma Fy = 0$, $\Sigma M = 0$

Cond. de Deformación

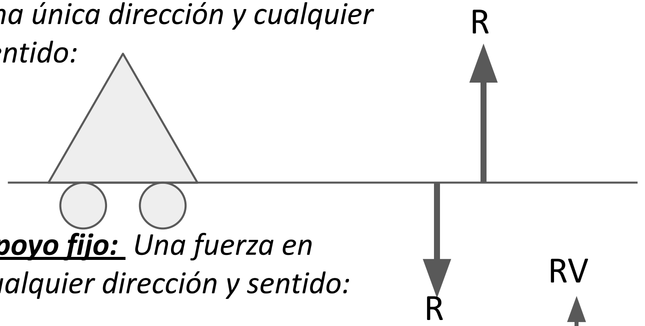
∞ ecuaciones

¿Cómo modelar las condiciones de borde ?

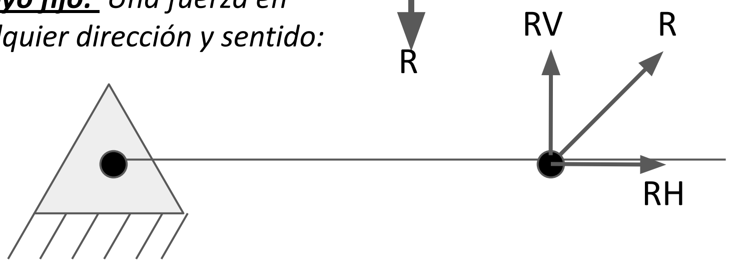
- Existen determinados vínculos clásicos dados por la interacción de ciertos elementos típicos que `pueden interactuar con nuestro cuerpo de estudio: estructura, pieza o componente. Para esto se utiliza una tabla de vínculos que permiten identificar que acciones dinámicas (fuerzas o momentos) ejercen estos vínculos sobre el rígido de estudio.



1. ***Apoyo deslizante:*** *Fuerza en una única dirección y cualquier sentido:*

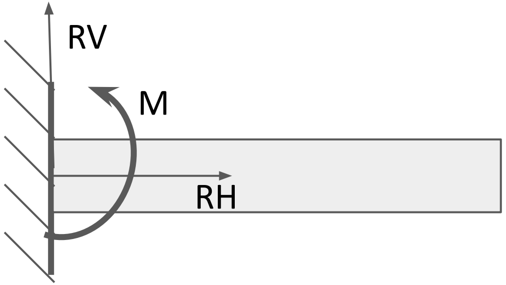


2. ***Apoyo fijo:*** *Una fuerza en cualquier dirección y sentido:*



Vínculos

- Los apoyos deslizantes y fijos evitan las deformaciones lineales del punto. Pero existen determinadas condiciones de tangencia dadas por los empotramientos.
- Para 3D los apoyos fijos y deslizantes son análogos. Los apoyos fijos garantizan fuerzas en tres direcciones mientras que los deslizantes realizan fuerza en tres direciones.
- ***Empotramiento en 2D:*** Puede ejercer fuerza y momentos en las tres direcciones.



Ejercicio de vínculos y problemas isostáticos.

- **¿ Como modelar una persona parada sobre un tablón?**
- **Elegir los vínculos para:**
  - **El problema sea isostático:**
  - **El problema sea hiperestático:**
  - **El problema sea hipoestático:**