Práctico 4

Ejercicio 13

a) Para calcular la capacitancia asumimos que sabemos la carga. Sabemos que está conectado a un V_1.

$$C = \frac{q}{V}$$

$$V = \int_{+}^{-} \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

$$\epsilon_0 \oint K_e \vec{E} \cdot \vec{dA} = q$$

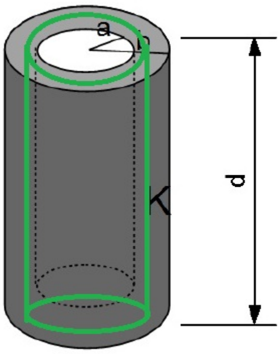

Figura 1: Superficie gaussiana tomadas para el cálculo de la capacitancia.

Resultando $\vec{E} = \frac{q}{K_e \epsilon_0 2\pi r d}$ en $a < r < b$

$$V = \int_{+}^{-} \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{q}{K_e \epsilon_0 2\pi d} \int_{a}^{b} \frac{1}{r} dr = \frac{q}{K_e \epsilon_0 2\pi d} Ln(\frac{b}{a})$$

$$C = \frac{q}{\frac{q}{K_e \epsilon_0 2\pi d} Ln(\frac{b}{a})} = \frac{K_e \epsilon_0 2\pi d}{Ln(\frac{b}{a})}$$

$$q = CV = \frac{K_e \epsilon_0 2\pi d}{Ln(\frac{b}{a})} V_1$$

b) El problema se modela como 2 capacitores en paralelo.
La carga calculada en la parte anterior se conserva.
El razonamiento del cálculo para cada capacitancia es análogo a la parte anterior, un capacitor sin dieléctrico de largo $d - h$ y otro capacitor con dieléctrico con largo d.

$$V_2 = \frac{q}{C_{eq}}$$

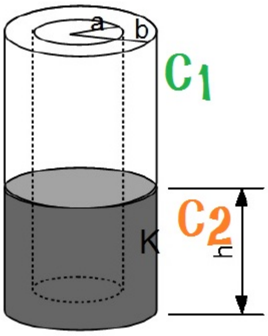

Figura 2: Capacitancias en paralelo.

$$C_{eq} = C_1 + K_e C_2$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 2\pi(d-h)}{Ln(\frac{b}{a})}$$

$$C_2 = \frac{K_e \epsilon_0 2\pi h}{Ln(\frac{b}{a})}$$

Resultando $V_2 = \frac{K_e d V_1}{d-h+K_e h}$

c) Para calcular la densidad superficial de carga lo hacemos sobre cada capacitor, como están en paralelo comparten el mismo voltaje, es decir, $V_1' = V_2$.

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{A_1} = \frac{C_1 V_1'}{A_1} = \frac{C_1 V_2}{2\pi a(d-h)} = \frac{\epsilon_0 V_2}{aLn(\frac{b}{a})}$$

$$\sigma_2 = \frac{q_2}{A_2} = \frac{C_2 V_2}{A_2} = \frac{C_2 V_2}{2\pi a h} = \frac{K_e \epsilon_0 V_2}{aLn(\frac{b}{a})}$$

Observación: $\sigma_2 = K_e \sigma_1$