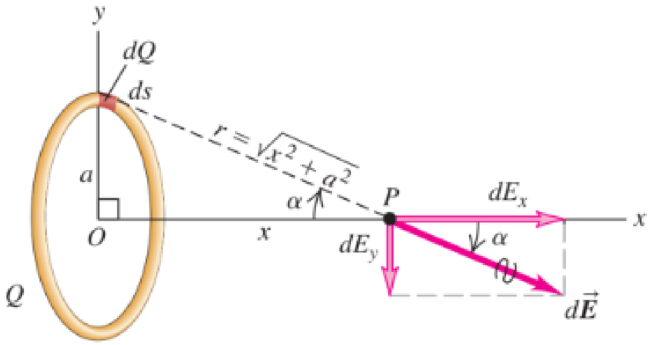
Física 2

Práctico 1

22 de marzo de 2020

Ejercicio 4



Deben sumarse las componentes del campo en la dirección x pues las demás componentes se anulan con el campo generado del otro lado del anillo.

a)

$$E = \int dE sen\alpha$$

con

$$dE = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r^2} ds \; y \; sen\alpha = \frac{x}{r} \; y \; \lambda = \frac{q}{2\pi a}$$

El diferencial $ds = ad\theta$ en coordenadas polares pues integraremos en el aro de radio constante.

$$\Rightarrow E = \int_0^{2\pi} \frac{\lambda x a}{4\pi\varepsilon_0 r^3} d\theta = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (a^2 + x^2)^{3/2}}$$

La dirección de este campo es según el eje x.

b) Para hallar el máximo del módulo del campo, derivamos e ingualamos a cero.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{4\pi\varepsilon_0 q(a^2 + x^2)^{3/2} - 4\pi q\varepsilon_0 x(a^2 + x^2))^{3/2}(\frac{3}{2})x}{16\pi^2\varepsilon_0^2(a^2 + x^2)^3} = 0$$

$$\Rightarrow (a^2 + x^2)^{3/2} = 3x^2(a^2 + x^2)^{1/2}$$

$$a^2 + x^2 = 3x^2$$

$$a^2 = 2x^2$$

$$\frac{a}{\sqrt{2}} = x$$

c) La fuerza sobre la carga es:

$$F = (-e)E = \frac{-eqx}{4\pi\varepsilon_0(a^2 + x^2)^{3/2}} = m\ddot{x}$$

En el caso límite que $x << a$ (esto es cerca del centro del aro) se tiene:

$$lim_{x<<a}(a^2 + x^2)^{3/2} \to a^3$$

Entonces:

$$\ddot{x} + \frac{eq}{4\pi\varepsilon_0 a^3 m} x = 0$$

Esto muestra que la carga descibe un movimiento armónico simple con frecuencia:

$$\omega = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\varepsilon_0 a^3 m}}$$