Desigualdad de funciones de valor

- Si $f(s) = v_k(s) - v_\pi(s)$ queremos probar

$$\max_s |E[f(S_{t+1})|S_t = s]| \leq \max_s |f(s)| := M$$

- Prueba: Se cumple que si $X \leq Y$ con prob. uno, entonces $E[X] \leq E[Y]$
- Aplicado a $f(S_{t+1})$, y dado que $-|f(S_{t+1})| \leq f(S_{t+1}) \leq |f(S_{t+1})|$, tenemos

$$E[-|f(S_{t+1})||S_t = s] \leq E[f(S_{t+1})|S_t = s] \leq E[|f(S_{t+1})||S_t = s]$$

- Lo que implica

$$|E[f(S_{t+1})|S_t = s]| \leq E[|f(S_{t+1})||S_t = s]$$

- Agregando que para todo S_{t+1} tenemos $|f(S_{t+1})| \leq \max_s |f(s)| := M$, entonces

$$|E[f(S_{t+1})|S_t = s]| \leq E[|f(S_{t+1})||S_t = s] \leq E[M|S_t = s] = M := \max_s |f(s)| \quad \square$$

- La penúltima igualdad viene de tomar la esperanza de una constante.