Modelos numéricos de circulación atmosférica. Marzo 2025













Circulación general de la atmósfera, Escala sinóptica.

Energía cinética en la atmósfera

La potencia que el sol trasmite a la tierra es en media 341.3 W/m^2 . Solo una pequeña porción se transforma en energía cinética.





ISS013E78960



¿Como se desarrolla la circulación en la atmósfera.?





Referencial inercial y referencial relativo.

Nuestro sistema de coordenadas es solidario a la tierra la cual esta girando, por lo que debemos tener en cuenta que las aceleraciones asociadas a la rotación de la tierra se presentan como fuerzas de masa en dicho referencial relativo $\nabla T + \rho \vec{F} = \rho \frac{d \vec{V}}{dt}$. Veremos como introducir las aceleraciones como fuerzas de masa en función de $\vec{\Omega}$ (velocidad angular de la tierra).





Referencial inercial y referencial relativo.

(Pielke, 2013) La velocidad absoluta $\vec{V_{abs}}$, velocidad en el sistema de coordenadas solidario a la superficie terrestre \vec{V} , velocidad asociada al giro de la tierra $\vec{\Omega} \land \vec{R}$, $\vec{V}_{abs} = \vec{V} + \vec{\Omega} \land \vec{R}$

• aceleración en el referencial inercial
$$\vec{a} = \frac{d_{abs} \vec{V}_{abs}}{dt}$$

- $\vec{a} = (\frac{d}{dt} + \vec{\Omega} \land) \vec{V}_{abs} = \frac{d\vec{V}_{abs}}{dt} + \vec{\Omega} \land \vec{V}_{abs} = \frac{d}{dt} (\vec{V} + \vec{\Omega} \land \vec{R}) + \vec{\Omega} \land (\vec{V} + \vec{\Omega} \land \vec{R})$
- considerando $\vec{V} = d\vec{R}/dt$
- Se tiene : $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} + 2(\vec{\Omega} \wedge \vec{V}) + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{R})$ (*)



 $\nabla T + \rho \vec{F} = \rho \frac{d \vec{V}}{dt}$ y (*) considerando Coriolis, despreciando el termino de la aceleración centrífuga

$$ightarrow
abla T +
ho ec{g} - 2
ho (ec{\Omega} \wedge ec{V}) =
ho rac{d \, ec{V}}{dt}$$



Referencial inercial y referencial relativo.

(Pielke, 2013) La velocidad absoluta V_{abs}^{-} , velocidad en el sistema de coordenadas solidario a la superficie terrestre \vec{V} , velocidad asociada al giro de la tierra $\vec{\Omega} \land \vec{R}$, $\vec{V}_{abs} = \vec{V} + \vec{\Omega} \land \vec{R}$

• aceleración en el referencial inercial
$$\vec{a} = \frac{d_{abs} \vec{V}_{abs}}{dt}$$

- *abs* se refiere a que la derivada total con el tiempo en el referecial inercial $\frac{d_{abs}}{dt} = \frac{d}{dt} + \vec{\Omega} \wedge$
- $\vec{a} = (\frac{d}{dt} + \vec{\Omega} \land) \vec{V}_{abs} = \frac{d\vec{V}_{abs}}{dt} + \vec{\Omega} \land \vec{V}_{abs} = \frac{d}{dt} (\vec{V} + \vec{\Omega} \land \vec{R}) + \vec{\Omega} \land (\vec{V} + \vec{\Omega} \land \vec{R})$
- considerando $\vec{V} = d\vec{R}/dt$
- Se tiene : $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} + 2(\vec{\Omega} \wedge \vec{V}) + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{R})$ (*)



 $\nabla T + \rho \vec{F} = \rho \frac{d \vec{V}}{dt} y$ (*) considerando Coriolis, despreciando el termino de la aceleración centrífuga

$$ightarrow
abla T +
ho ec{g} - 2
ho (ec{\Omega} \wedge ec{V}) =
ho rac{d ec{V}}{dt}$$



Modelos numéricos de circulación la atmosférica .

Circulación general de la atmósfera, Escala sinóptica.

Viento Geostrófico.

$$\begin{array}{l} \bigtriangledown T + \rho \overrightarrow{F} = \rho \frac{d \overrightarrow{V}}{dt} \\ \rightarrow \bigtriangledown T + \rho \overrightarrow{g} - 2\rho(\overrightarrow{\Omega} \land \overrightarrow{V}) = \rho \frac{d \overrightarrow{V}}{dt} \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{Siendo el tensor de tensiones } T = T_V + T_T; \ T_V = -\rho l + 2\mu D \end{array}$$

- La fuerza de rozamiento esta asociada la interacción de la atmósfera con la superficie terrestre, esto es las tensiones rasantes son significativas en la región denominada Capa Límite Atmosférica (CLA).
- Se denomina atmósfera libre a la región de la atmósfera por encima de la CLA
- Cuando podemos despreciar el termino de aceleración (relativa esto el termino de aceleración que ve un observador parado en la superficie terrestre) con respecto al término de Coriolis, decimos que estamos en una escala sinóptica.
- En la escala sinóptica se tienen asociados vientos del tipo Geostróficos.

Viento Geostrófico $\rightarrow \bigtriangledown P = 2\rho(\vec{\Omega} \land \vec{V})$





Modelos numéricos de circulación la atmosférica .

Circulación general de la atmósfera, Escala sinóptica.

Viento Geostrófico.

$$\begin{array}{l} \bigtriangledown T + \rho \overrightarrow{F} = \rho \frac{d \overrightarrow{V}}{dt} \\ \rightarrow \bigtriangledown T + \rho \overrightarrow{g} - 2\rho(\overrightarrow{\Omega} \land \overrightarrow{V}) = \rho \frac{d \overrightarrow{V}}{dt} \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{Siendo el tensor de tensiones } T = T_V + T_T; \ T_V = -\rho l + 2\mu D \end{array}$$

- La fuerza de rozamiento esta asociada la interacción de la atmósfera con la superficie terrestre, esto es las tensiones rasantes son significativas en la región denominada Capa Límite Atmosférica (CLA).
- Se denomina atmósfera libre a la región de la atmósfera por encima de la CLA
- Cuando podemos despreciar el termino de aceleración (relativa esto el termino de aceleración que ve un observador parado en la superficie terrestre) con respecto al término de Coriolis, decimos que estamos en una escala sinóptica.
- En la escala sinóptica se tienen asociados vientos del tipo Geostróficos.

Viento Geostrófico $\rightarrow \bigtriangledown P = 2\rho(\vec{\Omega} \land \vec{V})$





Escala sinóptica vs Mesosescala.

$$|
ho rac{d \, ec{m{V}}}{dt}| \ll |2
ho (ec{\Omega} \wedge ec{m{V}})|$$

Viento Geostrófico $\rightarrow \bigtriangledown P = 2\rho(\vec{\Omega} \land \vec{V})$ $R_o = \frac{Fuerzas - de - aceleraciones - Relativa}{Fuerzas - de - Coriolis}$ Número de Rossby

$$R_o = rac{U/T}{2fU}$$

 $f = 2\Omega sen(Lat) = 2(2\pi/(24*3600))sen(33) = 7.9x10^{-5}1/s \simeq 10^{-4}1/s$

En sistemas de gran escala (escala sinóptica), las velocidades horizontales típicamente tienen valores de U = 10m/s, mientras que los cambios significativos de dicha velocidad se dan en un día $(T = 10^5 s)$ o más.

$$R_o \simeq 10^{-1}$$

 $R_o \ll 1 \longrightarrow$ Aceleración despreciable frente a Coriolis.



Circulación general de la atmósfera, Escala sinóptica.

Viento Geostrófico, Ciclones, Escala sinóptica.





Circulación general de la atmósfera, Escala sinóptica.

Viento Geostrófico, anticiclón del Atlántico Sur, Escala sinóptica, campos de presiones medios.









Viento térmico.

Viento geostrófico $\nabla P = 2\rho(\vec{\Omega} \wedge \vec{V})$

$$u_g = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad v_g = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

- u_g (zonal Este-Oeste) v_g (meridional Norte-Sur): Componentes del viento geostrófico.
- f: Parámetro de Coriolis ($f = 2\Omega \sin \phi$), donde Ω velocidad angular de la Tierra y ϕ es la latitud.
- ρ : Densidad del aire.
- p: Presión atmosférica.

Presión hidrostática:

$$\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial \boldsymbol{z}} = -\rho \boldsymbol{g}$$

Derivando en y

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y \partial z} = -g \frac{\partial \rho}{\partial y}$$

Derivando en *z* la componente zonal *u* del viento geostrófico, asumiendo $\rho = \rho_0 + \rho' \operatorname{con} \rho_0 >> \rho'$

$$\frac{\partial u_g}{\partial z} = -\frac{1}{f\rho_0} \frac{\partial^2 p}{\partial z \partial y}$$



Viento geostrófico

$$\bigtriangledown P = 2
ho(ec\Omega \wedge ec V)$$

Podemos pensar el viento geostrófico, como el viento que se desarrolla de modo que la fuerza asociada al gradiente de presiones ($F_{Presiones}$) quede en equilibrio con la fuerza asociada a la componente de aceleración de Coriolis($F_{Coriolis}$).

$$egin{aligned} & F_{Presiones} = igarrow P \ & F_{Coriolis} = 2
ho(ec\Omega \wedge ec V) \ & F_{Presiones} - F_{Coriolis} = 0 \end{aligned}$$

Viento térmico, se trata entonces del gradiente vertical de viento geostrófico.

$$\frac{\partial u_g}{\partial z} = \frac{g}{f\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial y}$$



$$F_{Presiones} = igtarrow P, F_{Coriolis} = 2
ho(ec{\Omega} \wedge ec{V})$$





$$F_{Presiones} = igtarrow P, F_{Coriolis} = 2
ho(ec{\Omega} \wedge ec{V})$$





$${\sf F}_{{\sf Presiones}} = igtarrow {\sf P}, {\sf F}_{{\sf Coriolis}} = 2
ho(ec\Omega \wedge ec V), rac{\partial {\sf u}_g}{\partial z} = rac{g}{f
ho_0}rac{\partial
ho}{\partial y}$$





$$F_{Presiones} = \bigtriangledown P, F_{Coriolis} = 2\rho(\vec{\Omega} \land \vec{V}), \frac{\partial u_g}{\partial z} = \frac{g}{f\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial y}$$

Recorriendo ∂y por una isobara $\frac{\partial u_g}{\partial z} = -\frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial y}$

P= 550 mb $\rho_1 > \rho_2$ Х)Ua $T_1 < T_2$ Feresiones oriolis Ug ρ_2 P= 750 mb ρ X F_{Presiones} $\mathsf{F}_{\mathsf{Coriolis}}$ z P= 950 mb y



Corrientes en chorro, Escala sinóptica.

Viento térmico, (gradiente vertical de viento geostrófico), se desarrolla por gradiente de temperatura, se puede pensar esta relación como un equilibrio. Las corrientes en chorro se desarrollan a partir de los vientos térmicos, por las diferencias de temperatura que se dan entre latitudes, debido al calentamiento solar diferencial de la superfice terrestre. **Las corriente en chorro** (el Jet Stream), pueden llegar a velocidades entre 25 y 100 m/s en las capas altas de la atmosfera 8 y 12 km de altitud (tropopausa).

$$\frac{\partial u_g}{\partial z} = -\frac{g}{fT}\frac{\partial T}{\partial y}$$





Corrientes en chorro, Escala sinóptica.

Corrientes en chorro, Invierno, climatología, 1991-2020.





Circulación general de la atmósfera, Escala sinóptica.

Corrientes en chorro, Escala sinóptica.

Corrientes en chorro, Verano, climatología, 1991-2020.





Modelos numéricos de la atmósfera - Actualidad -

- Se estandarizan los sistemas de ecuaciones.
- Se comienza a disponer de mayor capacidad de cálculo.
- Es contabilizado calor generado como resultado del movimiento y por otro lado como causa del movimiento.
- El vapor del agua se vuelve una variable de pronóstico estandard.
- La importancia de la simulación y esquemas numéricos asociados a las nubes es reconocido.
- Modelos de circulación atmosférica a escala global son desarrollados y comienzan a ser utilizados en forma extensiva.
- Son desarrollados modelos numéricos con diversos objetivos.
- Se incorporan los modelos de capa limite atmosférica.





Principios de conservación

Los principios de conservación se deben cumplir en forma individual y simultáneamente en el código:

- i) Balance de masa
- ii) Balance de energía, primer principio de la termodinámica
- iii) Balance de la cantidad de movimiento
- iv) Conservación del agua.
- v) Conservación de otros materiales gaseosos y aerosoles.



ISS013E78960



Principios de conservación - Ecuaciones básicas.

 $\overline{V} = (\overline{u}, \overline{v}, \overline{w}), \overline{\theta}; V' = (u', v', w'); \theta' \text{ con } V = \overline{V} + V' \text{ y}, \theta = \overline{\theta} + \theta'; S_{\theta},$ siendo $T = T_V + T_T; T_V = -pI + 2\mu D.$

$$T_{T} = -\rho \left(\begin{array}{cc} \frac{\overline{u'u'}}{\overline{v'u'}} & \frac{\overline{u'v'}}{\overline{v'v'}} & \frac{\overline{u'w'}}{\overline{v'w'}} \\ \frac{\overline{w'u'}}{\overline{w'u'}} & \frac{\overline{v'w'}}{\overline{w'v'}} & \frac{\overline{w'w'}}{\overline{w'w'}} \end{array} \right)$$

- i) Balance de masa $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho V = 0$
- ii) Primer principio de la termodinámica $\frac{\partial \theta}{\partial t} + \nabla \theta V = S_{\theta}$
- iii) Balance de la cantidad de movimiento $\nabla T + \rho \vec{F} = \rho \frac{d\vec{V}}{dt}$





Escalas. Espaciales - Temporales.



$$\begin{split} T &= T_V + T_T; T_V = -pl + 2\mu D. \\ T_T &= -\rho \left(\begin{array}{ccc} \frac{\overline{u'u'}}{w'u'} & \frac{\overline{u'v'}}{w'v'} & \frac{\overline{u'w'}}{v'w'} \\ \frac{\overline{v'u'}}{w'u'} & \frac{\overline{v'v'}}{w'v'} \\ \frac{\overline{v'w'}}{w'w'} \end{array} \right) \\ \rightarrow \nabla T + \rho \overline{g} - 2(\overline{\Omega} \wedge \overline{V}) = \rho \frac{d\overline{d}}{dt} \\ \bullet \quad \text{Componente vertical } \overline{w} \approx 0 \\ \frac{d(w')}{dt} &= \frac{\Theta'_V}{\Theta_V} g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z} + \nu(\frac{\partial^2(w')}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2(w')}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2(w')}{\partial^2 z}) \\ \bullet \quad \text{Componente horizontal:} \\ \bullet \quad Ug = -\frac{1}{l_C \rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial y}; Vg = \frac{1}{l_C \rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x}; \\ \bullet \quad \frac{\partial \overline{u}}{\partial t} = f_C(\overline{v} - V_g) - \frac{\partial \overline{(u'w')}}{\partial z} \\ \bullet \quad \frac{\partial \overline{v}}{\partial t} = -f_C(\overline{u} - U_g) - \frac{\partial \overline{(v'w')}}{\partial z} \\ f = 2\Omega sen(Lat) = 2(2\pi/(24 * 3600))sen(33) = 7.9 \times 10^{-5} rad/s \\ Frecuencia de Brunt-Vaisalia \\ N &= (\frac{g}{\Theta_V} \frac{d\Theta_V}{dz})^{1/2} = (\frac{g}{\Theta_V} \frac{d\Theta_V}{dz})^{1/2} = (\frac{9.8}{293} \frac{1}{100})^{1/2} = 0.02 rad/s \end{split}$$



Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Resolución espacial

(Stensurd, 2009)







Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Resolución espacial

Imagenes de curso Fovell University at Albany



30 km pixels



10 km pixels



1 km pixels



Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Resolución temporal

Imagenes de curso Fovell University at Albany



$$T^{n+1} = T^n + \frac{\delta T}{\delta t} \Delta t$$



Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Resolución temporal

Imagenes de curso Fovell University at Albany



$$T^{n+1} = T^n + \frac{\delta T}{\delta t} \Delta t$$



Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Resolución temporal

Imagenes de curso Fovell University at Albany



$$T^{n+1} = T^n + \frac{\delta T}{\delta t} \Delta t$$



Metodos de Runge-Kutta

$$k_1 = hf(y_n, t_n)$$

$$k_2 = hf(y_n + \beta k_1, t_n + \alpha h)$$

$$y_{n+1} = y_n + ak_1 + bk_2$$

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + h\frac{dy}{dt}|_{t_n} + \frac{h^2}{2}\frac{d^2y}{dt^2}|_{t_n} + O(h^3)$$
$$\frac{dy/dt}{dt} = f(y,t)$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{df(y,t)}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + f\frac{\partial f}{\partial y}.$$
$$y_{n+1} = y_n + hf(y_n,t_n) + \frac{h^2}{2}\left[\frac{\partial f}{\partial t} + f\frac{\partial f}{\partial y}\right](y_n,t_n) + O(h^3)$$



Metodos de Runge-Kutta

$$k_{2} = hf(y_{n} + \beta k_{1}, t_{n} + \alpha h)$$

$$= h\left(f(y_{n}, t_{n}) + \alpha h\frac{\partial f}{\partial t}(y_{n}, t_{n}) + \beta k_{1}\frac{\partial f}{\partial y}(y_{n}, t_{n})\right) + O(h^{3}).$$

$$y_{n+1} = y_{n} + (a+b)hf(y_{n}, t_{n}) + bh^{2}(\alpha \frac{\partial f}{\partial t} + \beta f\frac{\partial f}{\partial y})(y_{n}, t_{n}) + O(h^{3})$$

$$a+b=1$$

$$\alpha b = \frac{1}{2}$$

$$\beta b = \frac{1}{2}.$$
Podemos elegir $\alpha = \beta = 1$

$$k_{1} = hf(y_{n}, t_{n})$$

$$k_{2} = hf(y_{n} + k_{1}, t_{n} + h)$$

$$y_{n+1} = y_{n} + (k_{1} + k_{2})/2,$$
Metodos de Bunge-Kutta de segundo orden (BK2).



Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Metodos de Runge-Kutta



IMFIA-FING-Universidad de la República Modelos numéricos de circulación atmosférica.

Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Condición de Courant-Friedrichs-Lewy



Si una onda está cruzando una malla discreta, el intervalo de tiempo Δt debe ser inferior que el tiempo necesario para que la onda atraviese los puntos de la malla Δx , $\Delta t_{max} < \frac{C_r}{2_{0.5}} \frac{\Delta x}{U_{max}}$, siendo $U_{max} = 100 m/s$. Como regla para el modelo WRF el paso temporal Δt en segundos debe ser unas 6 reolución de la grilla en km Δx



Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Condición de Courant–Friedrichs–Lewy, paso de tiempo adaptativo



Paso de tiempo adaptativo: Se busca tener en cada paso temporal **el máximo** Δt **que mantenga estable la simulación**, de modo de cumplir con la condición de Courant–Friedrichs–Lewy. De este modo de baja el tiempo de computo total, esto es muy relevante para modelos de simulación numérica operativos en los que se generán pronósticos.



Esquemas numéricos en los modelos.

Los modelos numéricos de simulación atmosférica tratan de los procesos físicos que se desarrollan en la atmósfera con diferentes resoluciones de grilla, a medida que se tiene mayor resolución es posible resolver algunos procesos de forma explicita.

Cuando los procesos no se pueden resolver de forma explicita se tienen esquemas numéricos (parametrizaciones) de modo de generar información asociada a escalas menores que la resolución espacial de la grilla numérica.





Esquemas numéricos en los modelos.

Los esquemas numéricos interactúan, generando salidas de cada esquema y tomando como entradas las salidas de los demás esquemas. Un cambio en un esquema numérico (parametrización), implica que se tendran resultados diferentes en todas las magnitudes de salida, algunas parametrizaciones son mas relevantes que otras en términos de el efecto en las magntidudes de salida del modelo (viento, radiación, precipitaciones, etc).





Radiación

Los procesos de radiación de onda corta y larga son determínates en la circulación atmosférica.

Illustration of Free Atmosphere Radiation Processes



690136789



Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones).

Radiación Solar de onda corta





4 4.5 5

Radiación Solar de onda corta

Violet 0.4µm Pusso Biosen Watow Orange Red 0.7µm	Name of region	Wavelength (µm)	Frequency (GHz)	Wavenumber (cm ⁻¹)
	Gamma rays	10 ⁻⁶	3 x 10 ¹⁰	109
	X rays	10'2	3 x10 ⁷	106
	Ultraviolet	3 x 10 ⁻¹	106	0.33 × 10 ⁵
	Visible	1	3 x 10 ²	104
	Microwaves	10 ⁹	3 x 10 ¹	¹⁰
	Spacecraft	104	3 x 10°1	10'2
	Television & FM	107	3 × 10 ⁻²	10^-9
	Shortwave	108	3 x 10 ⁻³	10**
	AM Radio waves	10 ⁹	3 x 10 ⁻⁴	10'5

- moléculas de gas ($\sim 10^{-4} \mu m$)
- aerosoles ($\sim 1 \mu m$),
- gotas de agua (~10 μm),
- cristales de hielo (~100 µm),
- gotas de lluvia y granizo (~1 μm).



Radiación atmosférica de onda larga.

- Constante solar $S = 1366W/m^2$
- Radio terrestre a_e = 6371 km
- Porción de la radiación solar reflejada r = 0.3 ,
- Constante de Stefan-Boltzman $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

$$S\pi a_e^2(1-r) = \sigma T_e^4 4\pi a_e^2$$

$$T_e = (S(1-r)/(4\sigma))^{1/4}$$

 $T_e \approx 255K$





Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Radiación de onda larga atmosférica - Superficie terrestre





Formación de nubes y tormentas convectivas

La formación de nubes es determinante en términos de la circulación general de la atmósfera así como en las circulaciones de mesoescala, en la jerga meteorológica los procesos de formación de nubes se los denomina convección en particular al transporte vertical de humedad.





Tormentas convectivas

Se define Energía Convectiva Potencial Disponible (Convective Available Potential Energy *CAPE*), como la energía de flotación asociada a la elevación de la parcela de aire desde el nivel de convección libre *LFC* hasta el nivel de equilibrio en términos de las fuerzas de flotación (Equilibrium Level *EL*). Es una medida de una flotación (positiva) [J/kg] o en $[m^2/s^2]$. La *CAPE* está directamente relacionado con la velocidad vertical que se podría desarrollar dentro de una región de corrientes ascendentes (updraft).

$$CAPE = \int_{LFC}^{EL} \frac{(\Theta_v^{p-aire}(z) - \overline{\Theta}_v^{amb}(z))}{\overline{\Theta}_v^{amb}(z)} gdz$$

 $\uparrow CAPE \longmapsto \uparrow Inestabilidad$



Interpretación de la CAPE

La CAPE Es una medida de una flotación (positiva) [J/kg] o en $[m^2/s^2]$. Durante los procesos denominados de convección profunda desarrollada cuando se tienen tormentas la componente vertical de la velocidad *w* pasa a ser significativa y predominante así como su gradiente vertical asociado al fenómeno de flotación que provoca la velocidad ascendente.

$$\frac{\delta w}{\delta t} + u \frac{\delta w}{\delta x} + v \frac{\delta w}{\delta y} + w \frac{\delta w}{\delta z} = \frac{-\rho'}{\rho} g - \frac{1}{\rho} \frac{\delta \rho}{\delta z} + \nu \nabla^2 w$$
$$w \frac{\delta w}{\delta z} = \frac{-\rho'}{\rho} g$$
$$\frac{w^2}{2} = \int_0^z w \frac{\delta w}{\delta z} dz = \int_0^z \frac{-\rho'}{\rho} g dz = CAPE$$

$$CAPE = \int_{LFC}^{EL} rac{(\Theta_v^{p-aire}(z) - \overline{\Theta}_v^{amb}(z))}{\overline{\Theta}_v^{amb}(z)} gdz$$



Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Formación de cumulus





Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Tormentas convectivas.





Esquemas de cumulus

- Menor resolución de grilla horizontal 4 km Esquemas de cumulus (cumulus parametrizations).
- Mayor resolución de grilla horizontal 4 km (cloud resolving model), resolución explicita de cumulus los cuales parten de la información de la grilla horizontal y a partir del transporte de cantidad de movimiento y agua se determinan las condiciones para el desarrollo de cumulus.



FACULTAD DE INGENIERIA UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA

UNCERTAINTIES IN FORMULATING CLOUD AND ASSOCIATED POCESSES

Micro Física

El desarrollo y evolución de una nube se produce de modo turbulento con lo cual se tiene en el espacio diferentes concentraciones de vapor agua liquida, cristales de agua, aerosoles, una nube dada tiene una distribución de tamaño gotas de agua específico y la evolución de la composición y la distribucion, determina que se tenga o no precipitaciones. La composición de componentes determina las condiciones para el desarrollo de las nubes, todos estos procesos y su simulación se denomina en la jerga de los modelos de circulación atmosférica micro-física.





Intercambio de calor en la superficie

Los modelos de intercambio de calor entre la atmósfera y la superficie terrestre consideran el balance de energía en el que:

- Q_H es el intercambio de calor sensible.
- Q_F es el intercambio de calor latente.
- Q₁₁₁ es la radiación de onda larga emitida por la superfice.
- Q_{1 d} es la radiación de onda larga emitida por la atmósfera que llega a la superfice.
- Q_S es la radiación de onda corta que llega a la superficie considerando su albedo.
- aQ_S es la radiación de onda corta reflejada por la superficie considerando su albedo.
- Q_G es el calor trasmitido al suelo.





Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Introducción a la Capa Limite Atmosférica -CLA-

La zona más cercana de la atmósfera a la superficie terrestre es denominada capa limite atmosférica **CLA** es la región que se ve "afectada" directamente por la superficie terrestre.







Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica

Introducción a la Capa Limite Atmosférica -CLA-





Introducción a la Capa Limite Atmosférica -CLA-

$$T = T_V + T_T; T_V = -\rho l + 2\mu D. T_T = -\rho \left(\begin{array}{cc} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} \\ \overline{w'v'} & \overline{w'w'} \end{array} \right)$$



$$ightarrow
abla T +
ho ec{g} - 2(ec{\Omega} \wedge ec{V}) =
ho rac{d ec{V}}{dt}$$

- Componente vertical $\overline{w} \approx 0$ $\frac{d(w')}{dt} = \frac{\Theta'_{y}}{\overline{\Theta_{v}}}g - \frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial p'}{\partial z} + \nu(\frac{\partial^{2}(w')}{\partial^{2}x} + \frac{\partial^{2}(w')}{\partial^{2}y} + \frac{\partial^{2}(w')}{\partial^{2}z})$
- Componente horizontal:

•
$$U_g = -\frac{1}{f_c \overline{\rho}} \frac{\partial \overline{P}}{\partial y}; V_g = \frac{1}{f_c \overline{\rho}} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x};$$

• $\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} = f_c(\overline{v} - V_g) - \frac{\partial \overline{(u'w')}}{\partial z}$

•
$$\frac{\partial \overline{v}}{\partial t} = -f_c(\overline{u} - U_g) - \frac{\partial \overline{(v'w')}}{\partial z}$$



Introducción a la Capa Limite Atmosférica -CLA-

Aplicando la técnica de considerar los balances de cantidad de movimiento para el flujo turbulento y multiplicar la ecuación de balance de cantidad de movimiento por (u + u', v + v', w + w'), luego que se le resta el balance de potencia mecánica del flujo medio se puede obtener el balance de energía turbulenta $e = (u'^2 + v'^2 + w'^2)/2$

• Energía turbulenta
$$\frac{\partial \overline{e}}{\partial t} = -\overline{u'w'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - \overline{v'w'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial z} + (\frac{g}{\overline{\theta}})\overline{w'\theta'} - \frac{\partial [\overline{w'}((p'/p)+e)]}{\partial z} - \varepsilon$$

• Luego la ecuación del balance de energía (primer principio de la termodinámica) al que fuera multiplicado por θ' e integrado en el tiempo se tiene $\frac{\partial(\overline{\theta'^2})}{\partial t} = -2\overline{w'\theta'}\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial z} - \frac{\partial\overline{w'\theta'^2}}{\partial z} - 2\varepsilon_{\theta} - \varepsilon_R$



Introducción a la Capa Limite Atmosférica -CLA-

$$e = (u'^2 + v'^2 + w'^2)/2$$

• Energía turbulenta $\frac{\partial \overline{e}}{\partial t} = -\overline{u'w'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - \overline{v'w'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial z} + \left(\frac{g}{\overline{\theta}}\right)\overline{w'\theta'} - \frac{\partial [\overline{w'}((p'/p)+e)]}{\partial z} - \varepsilon$ Variación de la Energía turbulenta – Producción mecánica ($\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}$)

Variación de la Energía turbulenta = Producción mecánica $\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}\right)$ + Producción térmica $\left(\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial z}\right)$ +Disipación



Esquemas de CLA en modelos numéricos

•
$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} = f_c(\overline{v} - V_g) - \frac{\partial \overline{(u'w')}}{\partial z}$$

•
$$\frac{\partial \overline{v}}{\partial t} = -f_c(\overline{u} - U_g) - \frac{\partial \overline{(v'w')}}{\partial z}$$

En lo que se refiere a la cantidad de movimiento

la turbulencia dentro de la CLA

se representa a través del coeficiente de difusión turbulenta K_m

$$\frac{\overline{u'w'}}{\overline{v'w'}} = -K_m \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}}{\overline{v'w'}} = -K_m \frac{\partial \overline{v}}{\partial z}}$$



Esquemas de CLA en modelos numéricos

Desplazamiento vertical z' de una parcela de aire y su relación la fluctuación de la velocidad $u' = -z' \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}$, siendo $w' = z' | \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} |$,

$$\overline{u'w'} = \overline{w'u'} = \overline{w'(-z'\frac{\partial\overline{u}}{\partial z})} = -\overline{w'z'}\frac{\partial\overline{u}}{\partial z} = -\overline{z'^2}|\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}|(\frac{\partial\overline{u}}{\partial z})$$

Luego considerando $\overline{u'w'} = -K_m \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}$ y la longitud de mezcla de Prandtl's, definida como $l = (\overline{z'^2})^{1/2}$, se tiene:

$$-K_{m}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} = -l^{2}\left|\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}\right|\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}\right)$$
$$K_{m} = l^{2}\left|\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}\right|$$



Esquemas de CLA en modelos numéricos

Se define la velocidad de fricción u_* a partir del producto de las fluctuaciones $(u'w')_s$ evaluado en la superficie $u_*^2 = |(\overline{u'w'})_s|$ Con $\overline{u'w'} = -K_m \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{z}}$ y la longitud de mezcla como I = kz, llegamos a:

$$u_*^2 = (kz)^2 (\frac{\partial \overline{u}}{\partial z})^2$$
$$\implies u_* = (kz)(\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}) \text{ integrando}$$
$$\int_{z_0}^z \frac{u_*}{(kz)} = \int_{z_0}^z \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}$$

en z_0 en la cual podemos asumir que la velocidad es nula ($u(z_0) = 0$)

$$\implies u(z) - u(z_0) = u(z) = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{z_0}$$





Esquemas de CLA - estabilidad.

Para considerar el efecto de la estabilidad atmosférica se debe tener en cuenta el calor intercambiado con la superficie $Q_0 = (w' \theta')_0$ (Q_0 es positivo cuando la atmósfera recibe calor de la superficie). Se define la longitud de Monin Obukhov(L) y $\zeta = \frac{2}{L}$, cuando $\zeta > 0$ se asocia a una condición de estabilidad, cuando $\zeta < 0$ se refiere a una condición de inestabilidad, y cuando $\zeta = 0$ atmósfera neutra. $L = \frac{-\overline{\theta} u_a^3}{k_0 (w' \theta')_0}$

 $\phi_m(\zeta)$ Corrige el gradiente de velocidades en altura $(\frac{\partial \overline{u}}{\partial z})$ dado para una atmósfera neutra $(u(z) - u(z_0) = u(z) = \frac{u_{\pm}}{k} \ln \frac{z}{z_0})$, en condición inestable

se va a tener un menor gradiente vertical $(\frac{\partial \overline{U}}{\partial Z})$ dada la mezcla provocada por vórtices de origen térmico, en condición de estabilidad se va a tener un mayor gradiente vertical $(\frac{\partial \overline{U}}{\partial Z})$ ya que en general se tiene una atenuación de la mezcla dada por una superficie que le esta quitando calor a la atmóstera.

$$\phi_{m}(\zeta) = \frac{kz}{u_{*}} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}$$

Estable

$$\phi_m(\zeta) > 1$$

Inestable

$$\phi m(\zeta) < 1$$



Esquemas de CLA en modelos numéricos

Con grillas entre 12 km y en 400 m, no pueden dar solución explicita a los vórtices que determinan la producción de turbulencia .



- Estrategias no-local en la que K_m es dado como una función en altura $K_m = kzw_s(1 \frac{z}{h})^2$
- En los esquemas locales se plantea que K_m depende del gradiente de velocidad media local y de la longitud de mezcla turbulenta local. En los esquemas de mayor orden (de orden 1.5 y mayores) se agregan en el sistema de ecuaciones del modelo numérico de mesosescala el balance de energía turbulenta $(e = (u'^2 + v'^2 + w'^2)/2)$, con $K_m = L(\bar{e})^{1/2})$



රථර Esquemas (parametrizaciones) de CLA ථරථ

Estrategias para resolver numéricamente el "cierre" (Stull, 1988):

- Tensión rasante en superficie y escala de velocidad $u_*^2 = \frac{[\tau_{XZ}^2 + \tau_{YZ}^2]^{1/2}}{[u'w'^2]^2} = [\overline{u'w'^2} + \overline{v'w'^2}]^{1/2}$
- Longitud de mezcla I, (Prandtl, 1925), velocidad media *ū*, escala de la temperatura en la capa de superficie
 - $\begin{array}{l} \theta_* SL = \frac{-w'\,\theta_*^T}{u_*} S \text{ vortice turbulento } z' \text{ altura de} \\ \text{referencia } z, u' = -\frac{\partial\overline{u}}{\partial z} z' \text{ y } w' = -c|\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}|z' \text{ con} \\ \beta^2 = cz'^2 \\ l = kz'(k = 0.40, \text{ constante de Von Karman}) \\ \text{Portifuel} (compute accala de las vartices que$
 - longitud / como una escala de los vortices que producen la mezcla
- Régimen de estabilidad (Monin, 1954) (Busigner 1971) $L = \frac{-\overline{\theta}u_s^3}{kg(w'\theta')}, \zeta = \frac{7}{L} para una altura dada (z).$ ($\zeta > 0$ estable, $\zeta < 0$ inestable, y $\zeta = 0$ neutra) luego $\phi_m(\zeta) = \frac{k_Z}{u_*} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{z}}$ and $\phi_h(\zeta) = \frac{Z}{\theta_*} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial \overline{z}}$ gradientes adimencionados en función de la estabilidad



$$\begin{array}{l} \ast \operatorname{Cierre Orden 1.5}_{\overline{\theta} = (u'^2 + v'^2 + w'^2)/2 \ (\mathsf{TKE}) \\ \hline \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial t} = \\ - \overline{u'} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial z} - \overline{v'w'} \frac{\partial \overline{y}}{\partial z} + (\frac{g}{\theta}) \overline{w'\theta'} - \frac{\partial [\overline{w'}((p'/\rho) + e)]}{\partial z} - \varepsilon \\ \hline \frac{\partial (\overline{\theta'^2})}{\partial t} = -2\overline{w'\theta'} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w'\theta'^2}}{\partial z} - 2\varepsilon_{\theta} - \varepsilon_{R} \\ \hline \frac{\partial (\overline{\theta'^2})}{\partial t} = -K_{m}(\overline{\theta}, \overline{\theta'^2}) \frac{\partial \overline{y}}{\partial z} \star \star \star \\ \operatorname{Local} \end{array}$$



Ciclo diario en la CLA

Se presentan los valores diez minútales registrados en la torre de medición de Colonia Eulacio (UTE) para un día de primavera 6 de diciembre de 2014 (de Almeida, 2015). velocidad a 5 distintas alturas 101.8 m (azul), 81.8 m (rojo), 60.8 m (verde), 25.7 m (negro) e 10.1 m (magenta) [m/s].

En negro $\frac{\partial T}{\partial z}$ [°C/m] entre 100.8 m y 3.4 m ,

En rojo se gráfica el valor de la radiación medida en plano horizontal $[W/m^2]$





Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

¿Desempeño de los modelos numéricos en la CLA?









Ecuaciones y Esquemas numéricos (parametrizaciones). Introducción modelos operativos de circulación atmosférica.

Modelos operativos de circulación atmosférica.





