



Física de la Luz

Cálculos de iluminación

- **Iluminancia desde una fuente puntual**

- Distribución de intensidades de la fuente

$$I(\theta, \psi)$$

- Punto de interés

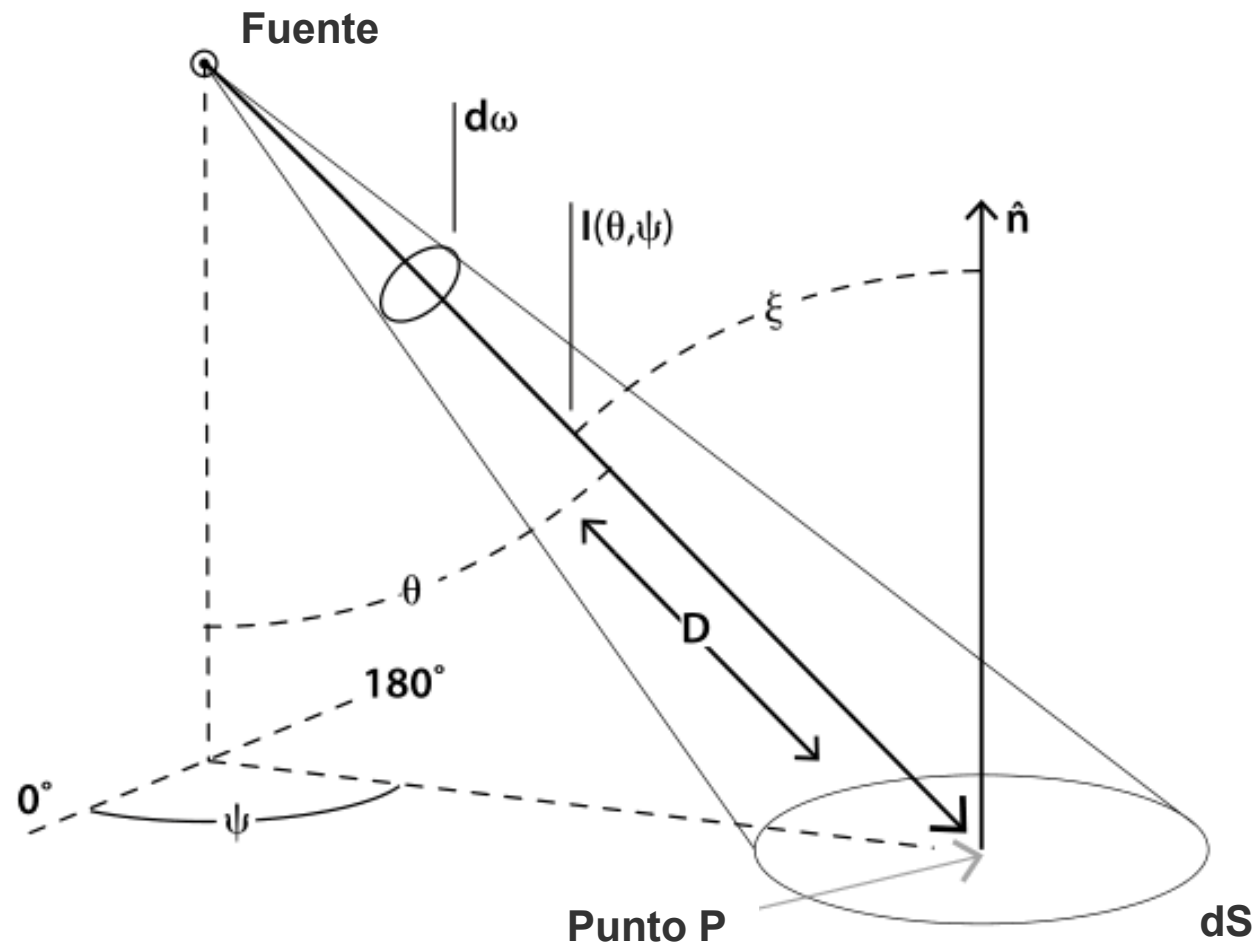
P

- Dirección

θ, ψ

- Distancia

D



Cálculos de iluminación

- **Iluminancia desde una fuente puntual**

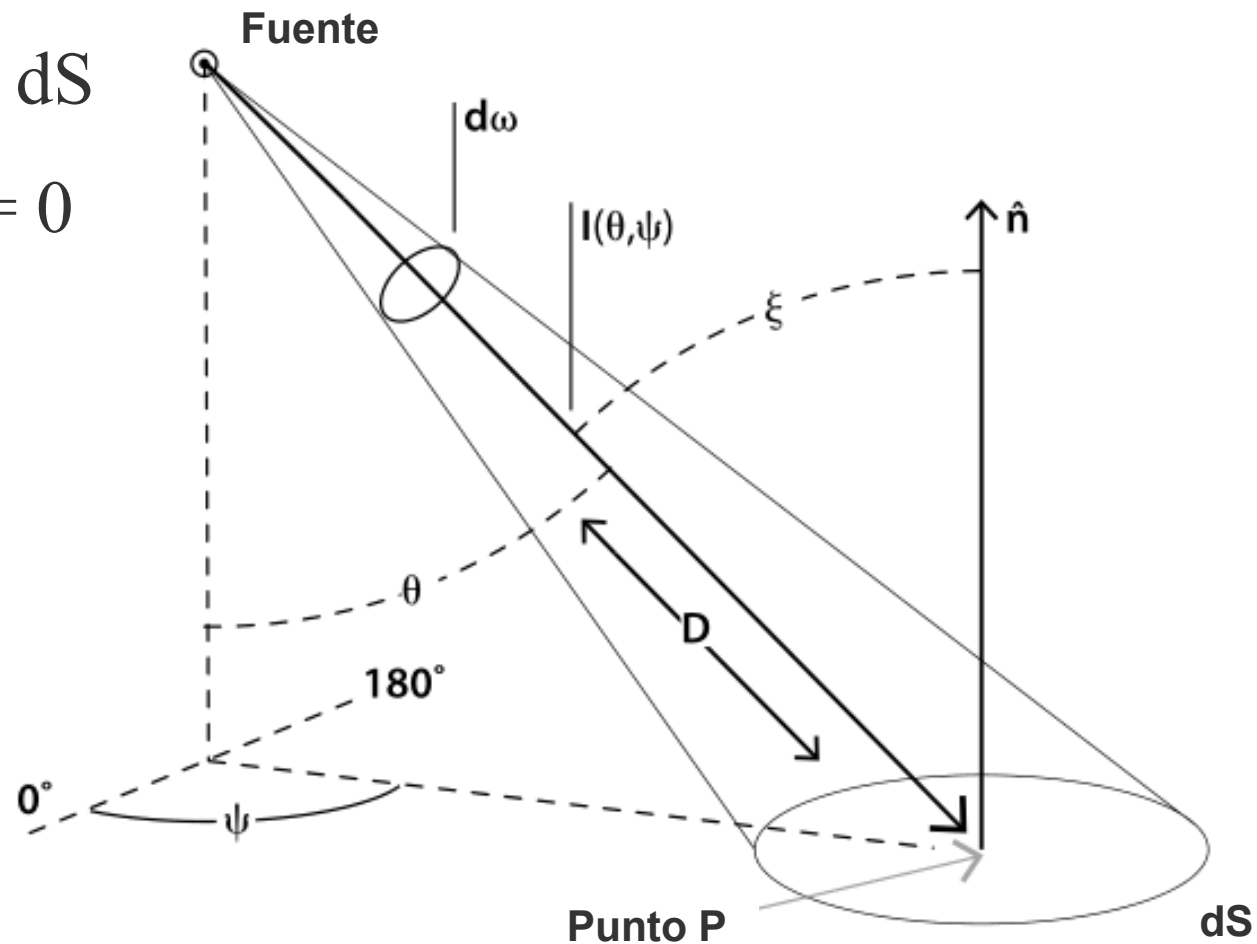
$$E = I(\theta, \psi) \cos \xi / D^2$$

- Se asume I cte en dS

- En particular, si $\xi = 0$

$$E = I(\theta, \psi) / D^2$$

$$I(\theta, \psi) = E D^2$$



Cálculos de iluminación

- **Iluminancia desde una fuente puntual**

$$E = I(\theta, \psi) \cos \xi / D^2$$

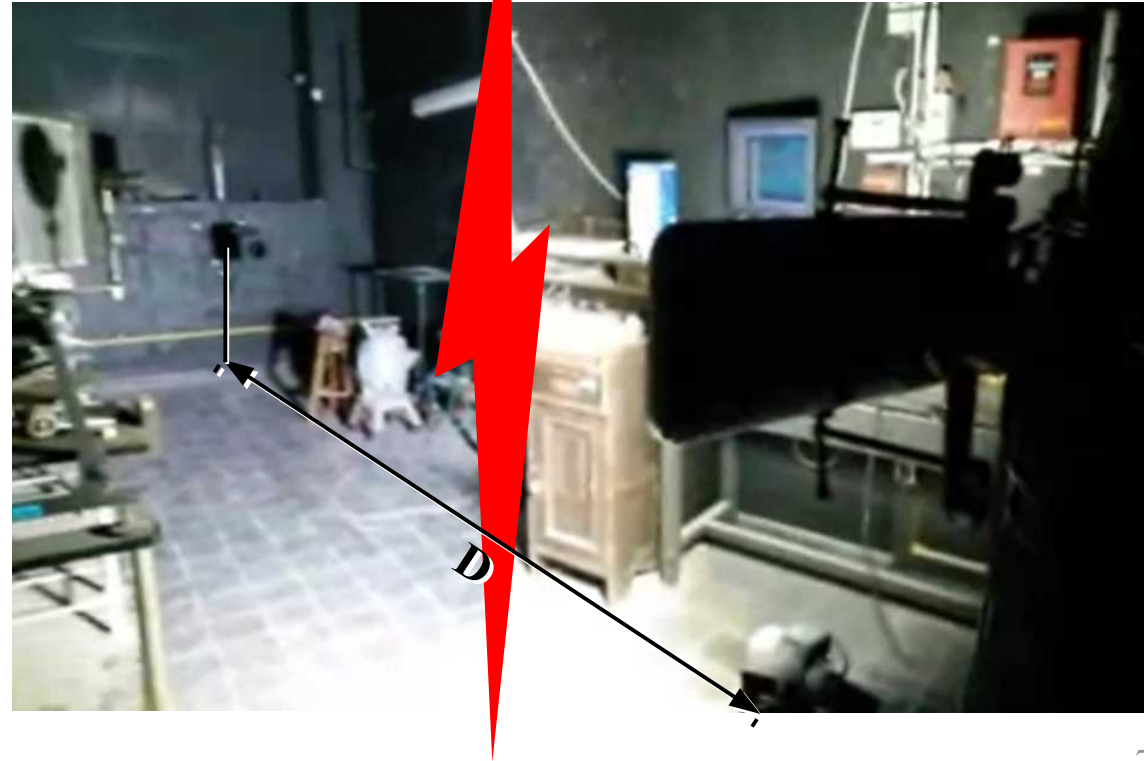
- Se asume I cte en dS
- En particular, si $\xi = 0^\circ$

$$E = I(\theta, \psi) / D^2$$

$$I(\theta, \psi) = E D^2$$

es la ecuación que se utiliza para hallar la matriz de intensidades en un goniófotómetro

La distancia D es conocida con precisión





Ejercicio

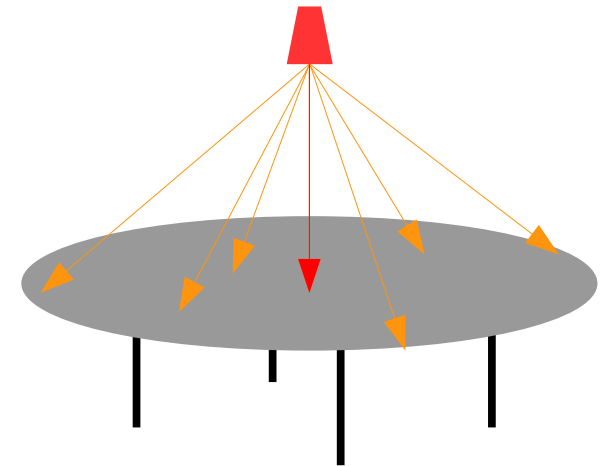


Ejercicio⁽¹³⁾

- Una fuente puntual ubicada un metro sobre el centro de una mesa circular de dos metros de diámetro, la ilumina de forma que en todos los puntos de la mesa hay igual iluminancia.
- En la dirección hacia el centro de la mesa, la fuente emite 10 Cd.
- Hallar E_{mesa} , e $I_{\text{máx}}$, $I_{\text{mín}}$ emitidas por la fuente sabiendo que todo su flujo cae sobre la mesa.

Recordar...

$$E = I(\theta, \psi) \cos \xi / D^2$$



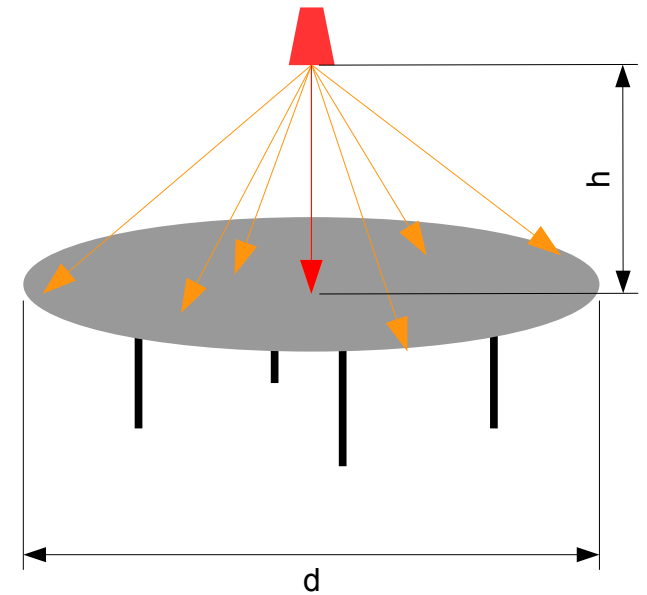


Resolución

- $h = 1 \text{ m}$
- $d = 2 \text{ m}$
- 10 Cd
- $\text{¿}E_{\text{mesa}}\text{?}$ $\text{¿}I_{\text{máx}}\text{?}$ $\text{¿}I_{\text{mín}}\text{?}$

Recordar...

$$E = I(\theta, \psi) \cos \xi / D^2$$



Cálculos de iluminación

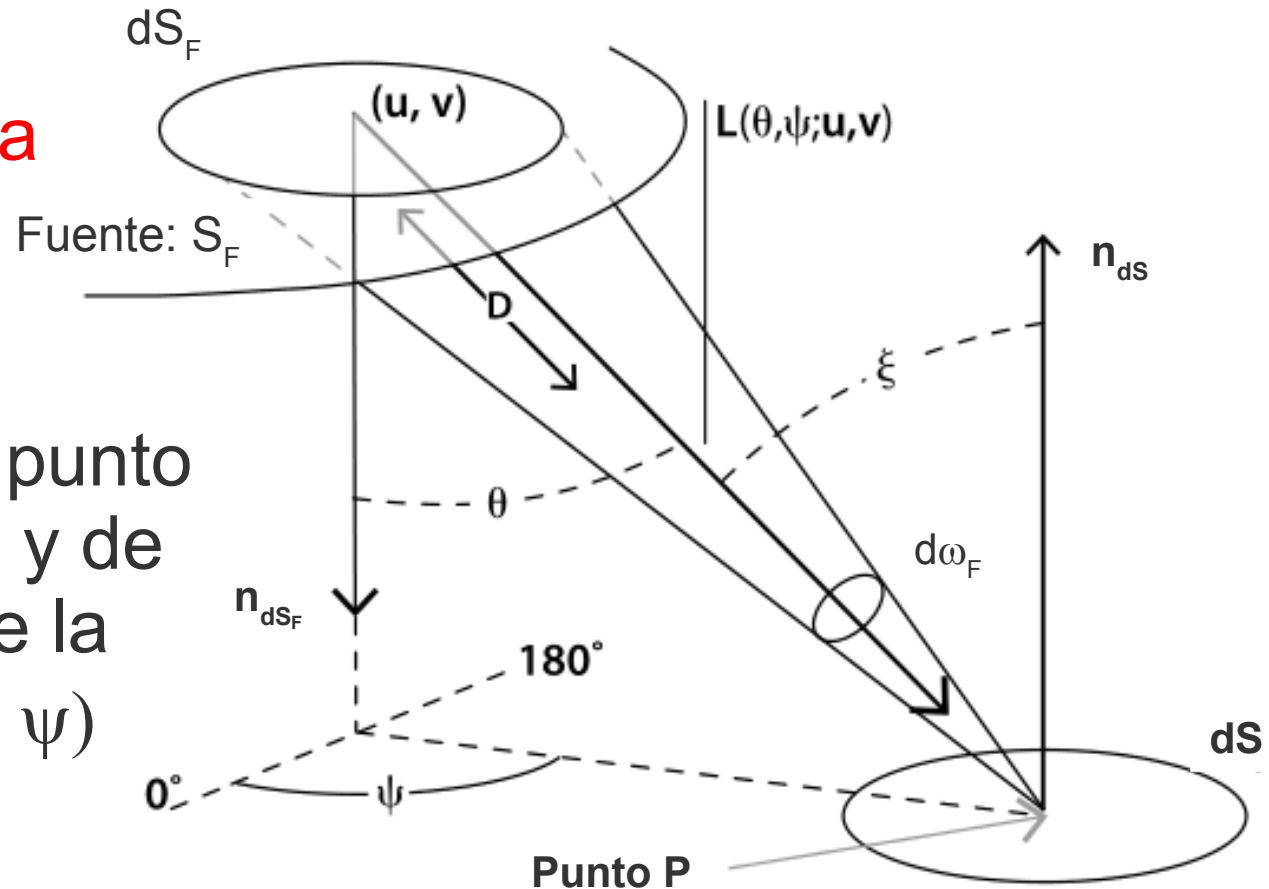
- Iluminancia desde una fuente no puntual
- Fuente de área

S_F

- Se usa **luminancia** de la fuente

$L(\theta, \psi; u, v)$

que depende del punto de la fuente (u, v) y de la dirección desde la que se lo mire (θ, ψ)



Cálculos de iluminación

- **Iluminancia desde una fuente no puntual**

- La def. de luminancia es: $L = dI / (dS_F \cos \theta)$

- pero recién vimos

$$I = E D^2 / \cos \xi$$

- luego

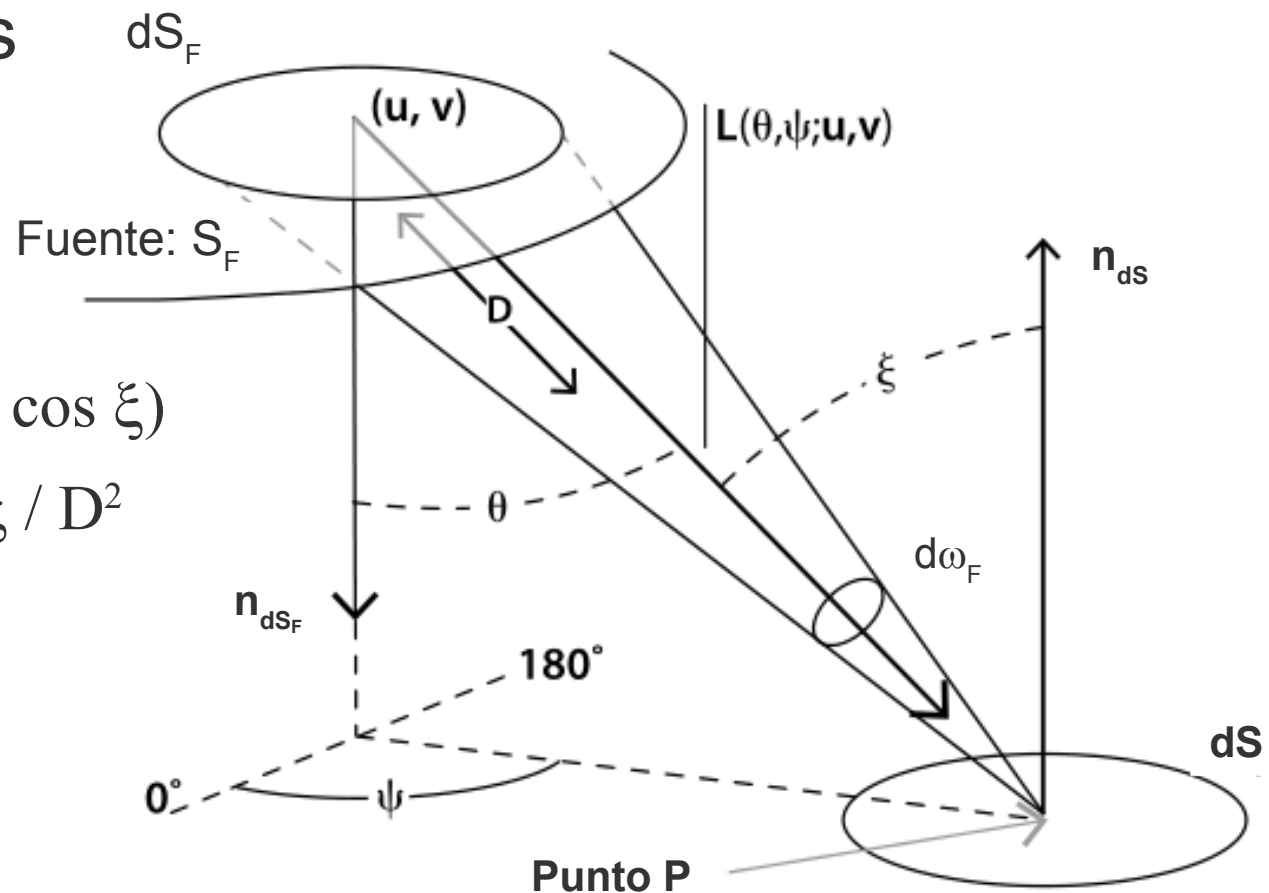
$$L = dE D^2 / (dS_F \cos \theta \cos \xi)$$

$$dE = L dS_F \cos \theta \cos \xi / D^2$$

$$dE = L d\omega_F \cos \xi$$

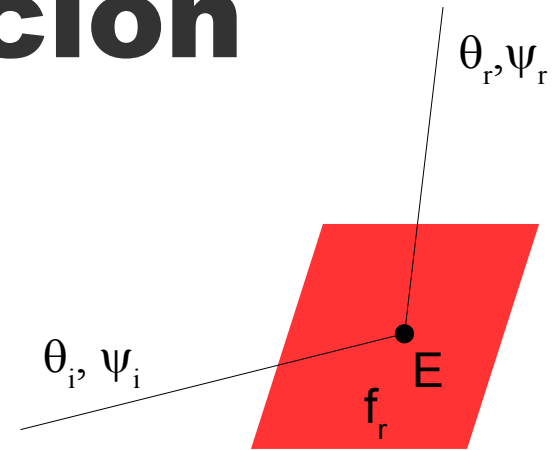
$$E = \int_{\Omega_F} L \cos \xi d\omega_F$$

Es la iluminancia en el punto P generada por la superficie S_F



Cálculos de iluminación

- **Luminancia puntual**
- Depende de
 - la iluminancia en el punto
 - la reflectancia direccional del material
- Definimos la función bidireccional de distribución de reflectancia (BRDF): $f_r(\theta_i, \psi_i; \theta_r, \psi_r)$



donde

θ_i, ψ_i dirección de incidencia

θ_r, ψ_r dirección del observador

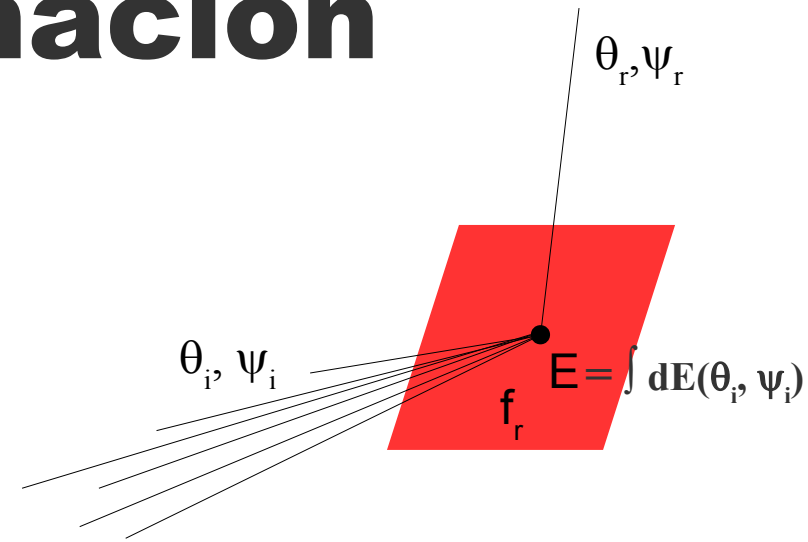
Cálculos de iluminación

- **Luminancia puntual**
- Hay que considerar todos los aportes que puedan reflejarse en la dirección del observador

$$L = \int f_r(\theta_i, \psi_i; \theta_r, \psi_r) dE(\theta_i, \psi_i)$$

donde

$dE(\theta_i, \psi_i)$ es el diferencial de iluminancia en el punto aportado desde la dirección (θ_i, ψ_i)

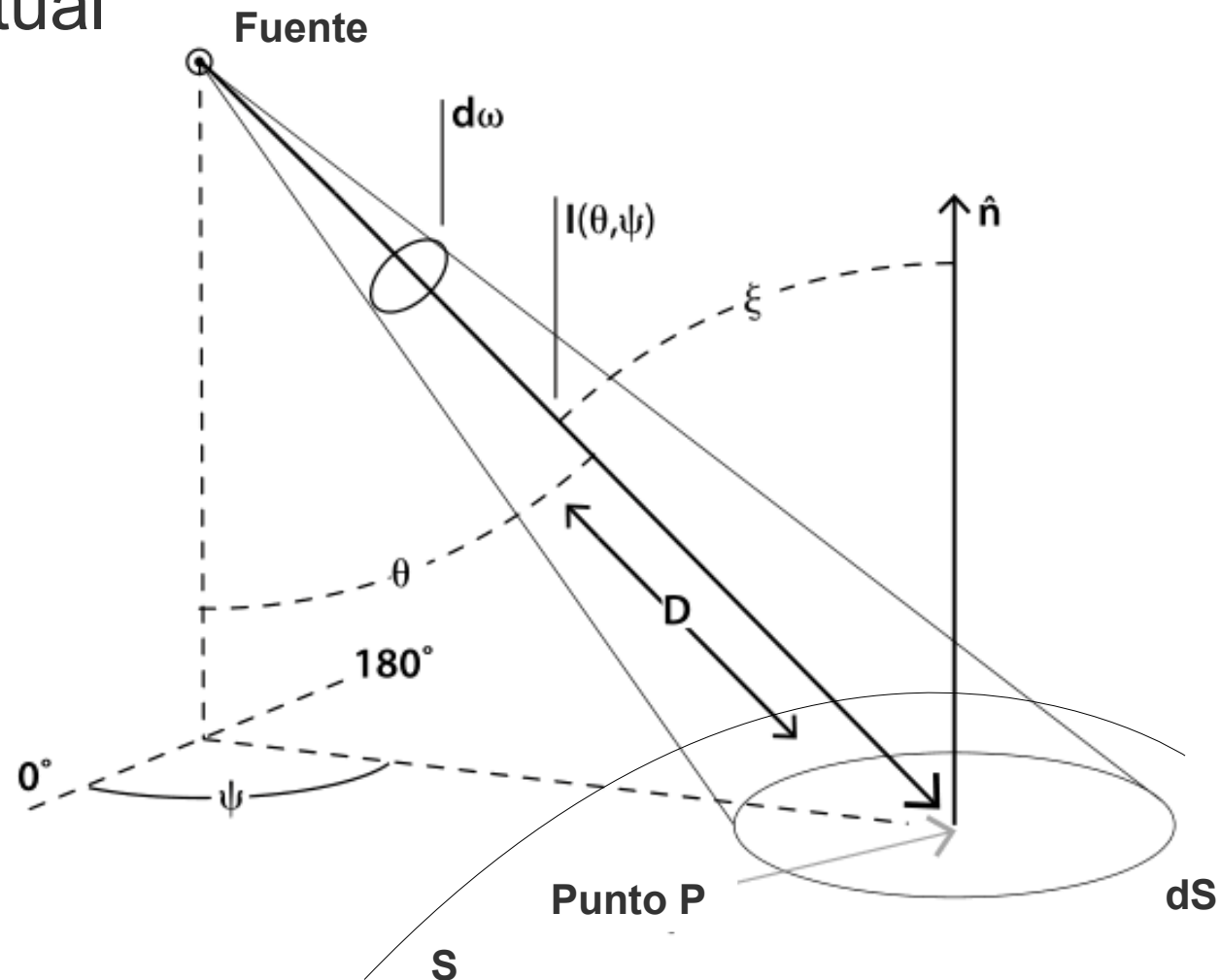


Cálculos de iluminación

- Flujo sobre una determinada superficie
- Para una fuente puntual

$$\Phi = \int_{\Omega} I(\theta, \psi) d\omega$$

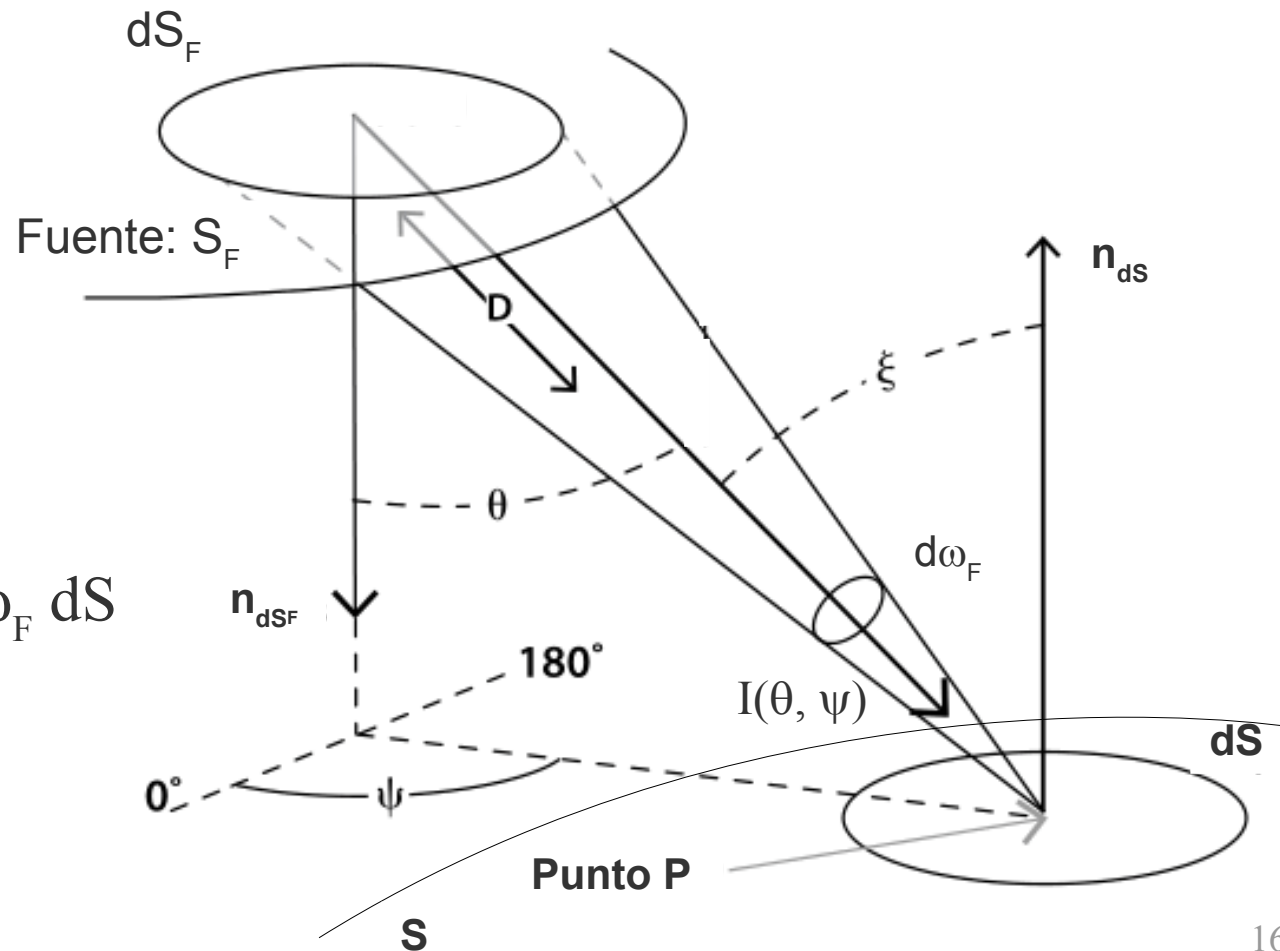
$$\Phi = \int_S \frac{I(\theta, \psi) \cos \xi}{D^2} dS$$



Cálculos de iluminación

- **Flujo sobre una determinada superficie**
- Para una fuente no puntual

$$\Phi = \int_S \int_{\Omega_F} \frac{I(\theta, \psi) \cos \xi}{D^2} d\omega_F dS$$



Cálculos de iluminación

- **Aproximaciones**

- I, E, L

- no disponibles como funciones continuas
- matrices, tablas con valores discretos
- interpolación
- integrales \rightarrow sumatorias

- Discretización

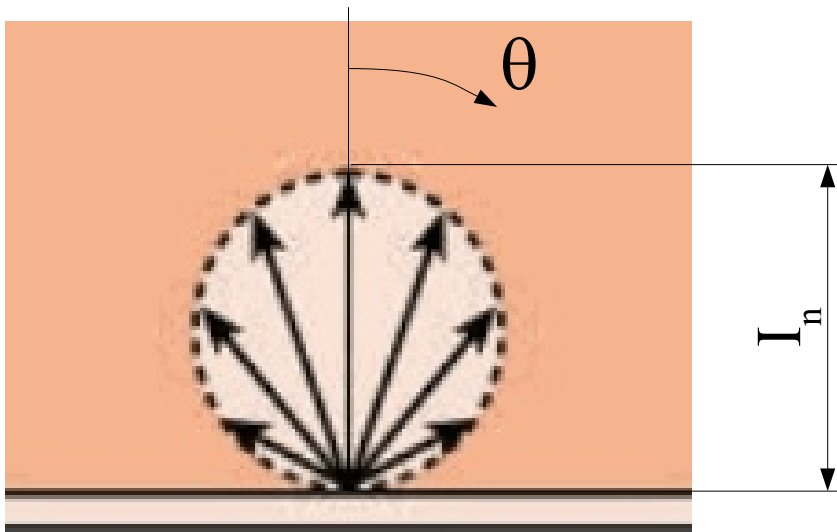
- su densidad determina la precisión
- iterar variándola sirve para estimar la calidad del resultado

Cálculos de iluminación

- **Aproximaciones**
- Iteración en el cálculo
 - ↑ densidad → variación en resultado
 - cuando la variación es pequeña, se deja de iterar
 - tipos de iteración
 - manual
 - controlada por el usuario
 - automática
 - el software decide

Cálculos de iluminación

- **Superficies difusas**
- Son aquellas que cumplen
 - magnitud de la *emisión / reflexión / transmisión* depende del coseno del ángulo a la normal
 - es independiente de la dirección azimutal



$$I(\theta, \psi) = I_n \cos \theta$$

Observar que para una superficie reflectante

$$f_r(\theta_i, \psi_i; \theta_r, \psi_r)$$

solo depende de $\theta_r = \theta$

Cálculos de iluminación

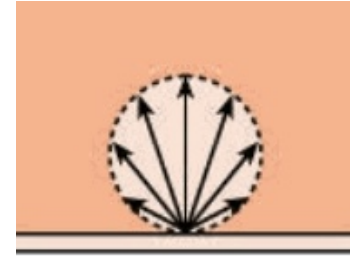


- **Superficies difusas**

- Muchas superficies reales pueden aproximarse razonablemente así
- Ejemplos
 - reflector difuso: pinturas o acabados mate
 - transmisor difuso: vidrios esmerilados
 - emisor difuso: ciertos tipos de OLED
- Como veremos, el cálculo de interreflexiones para estas superficies se simplifica radicalmente

*Las superficies difusas se llaman también **Lambertianas***

Cálculos de iluminación



- **Superficies difusas**

- Cuando la rugosidad \uparrow
 - el modelado como superficie difusa puede introducir errores no aceptables
- Ejemplo



Luna renderizada en Stellarium con el modelo lambertiano

Moon

Type: moon
Magnitude: **-12.28**
Absolute Magnitude: 32.35
RA/DE (J2000): 18h43m21.4s/-18°40'36.0"
RA/DE (of date): 18h44m12s/-18°39'41"
Galactic longitude/latitude: +15°20'14.7"/-6°40'41.9"
Hour angle/DE: 9h39m43s/-18°39'41"
Az/Alt: +304°26'46"/-48°41'31"
Ecliptic Topocentric (of J2000): +280°29'38.8"/+4°22'34.3"
Ecliptic Topocentric (of date): +280°29'38.7"/+4°22'27.6"
Obliquity (of date, for Earth): +23°26'14.7"
Distance: 0.002455AU (367203.629 km)
Apparent diameter: +0°32'31.8"
Sidereal period: 27.32 days (0.075 a)
Sidereal day: 655h43m11.5s
Mean solar day: 708h44m2.8s
Phase Angle: +17°40'02"
Elongation: +162°17'27"
Phase: 0.98
Illuminated: 97.6%

HIP 92071

HIP 91903



Moon

Luna renderizada en Stellarium con el modelo Oren-Nayar

Moon

Type: **moon**
Magnitude: **-12.28**
Absolute Magnitude: 32.35
RA/DE (J2000): 8h43m 6.7s/-18°40'44.3"
RA/DE (of date): 8h44m8s/- 8°39'50"
Galactic longitude/latitude: +15°19'37.2"/-6°39'45.6"
Hour angle/DE: 9h38m 8s/-18°39'50"
Az/Alt: +304°01'41"/-48°30'03"
Ecliptic Topocentric (of J2000): +280°28'31.2"/+4°22'31.0"
Ecliptic Topocentric (of date): +280°28'31. 2"/+4°22'24.4"
Obliquity (of date, for Earth): +23°26'14.7"
Distance: 0.002455AU (367190.500 km)
Apparent diameter: +0°32'31.9"
Sidereal period: 27.32 days (0.075 a)
Sidereal day: 655h43m11.5s
Mean solar day: 708h44m2.8s
Phase Angle: +17°38'59"
Elongation: +162°18'29"
Phase: 0.98
Illuminated: 97.6%



HIP 91903

Cálculos de iluminación



- **Superficies difusas**
- Observar que

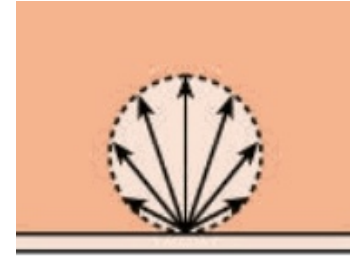
$$L = I / (S_F \cos \theta)$$

$$[I = I_n \cos \theta]$$

$$\rightarrow L = I_n / S_F$$

- La luminancia es constante para cualquier ubicación del observador
- La reducción en la superficie vista (tamaño visual) es la misma que la dada por la ley del coseno a la intensidad $\rightarrow L = \text{cte}$

Cálculos de iluminación



- **Superficies difusas**

- El flujo emitido por el diferencial de superficie difusa es

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{tot}} &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_n \cos \theta (\sin \theta \, d\theta) \, d\psi = \\ &= 2\pi I_n \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \sin 2\theta \, d\theta = 2\pi I_n \left(-\frac{1}{4} \cos 2\theta \right) \Big|_0^{\pi/2} = \pi I_n \end{aligned}$$

$$\Phi_{\text{tot}} = \pi I_n$$

El flujo solo depende de la emisión máxima que corresponde a la normal

Cálculos de iluminación



- **Superficies difusas**

$$\Phi_{\text{tot}} = \Phi_{\text{incidente}} \rho$$

$$\Phi_{\text{incidente}} = E S$$

$$I_n = \Phi_{\text{tot}} / \pi = E S \rho / \pi = M S / \pi$$

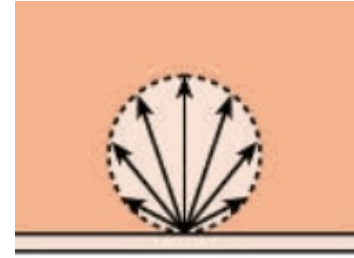
donde M así definido es la excitancia de la superficie – vale para emisor, transmisor o reflector

- como $L = I_n / S \rightarrow$

$$L = M / \pi$$

$\rightarrow L$ es independiente de θ y ψ

Cálculos de iluminación



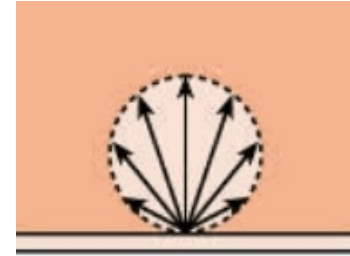
- **Superficies difusas**
- La iluminancia puntual era

$$E = \int_{\Omega_F} L \cos \xi \, d\omega_F$$

- si la excitancia es igual en toda S_F , como $L = M / \pi$

$$E = \frac{M}{\pi} \int_{S_F} \frac{\cos \xi \cos \theta}{D^2} \, dS_F$$

Cálculos de iluminación



- **Superficies difusas**

- La expresión

$$c = \frac{1}{\pi} \int_{S_F} \frac{\cos \xi \cos \theta}{D^2} dS_F$$

- solo contiene información geométrica
- se llama *factor de configuración*

- Luego

$$E = M c$$

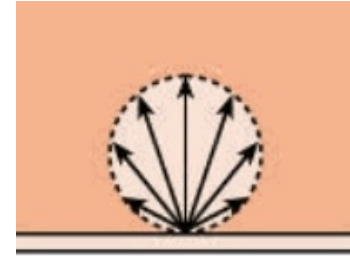
- es la *iluminancia puntual* generada por una *superficie difusa de excitancia uniforme*

Cálculos de iluminación



- **Superficies difusas**
- Factor de configuración c
 - $c \in [0, 1]$
 - tiene validez en ambos sentidos (ej. si la fuente es el punto y el receptor la superficie)
- Factor de forma f
 - similar al factor de configuración
 - cuando la interacción es entre dos superficies

Cálculos de iluminación



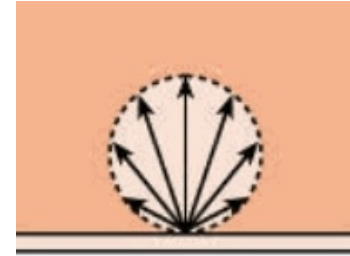
- **Superficies difusas**
- Supongamos flujo desde la superficie S_F , con excitancia M_F , que llega a la superficie S_R
- ya vimos que

$$E = \frac{M}{\pi S_F} \int \frac{\cos \xi \cos \theta}{D^2} dS_F$$

- el flujo de fuente a receptor es

$$\Phi_{F \rightarrow R} = \int_{S_R} E_{dS_R} dS_R$$

Cálculos de iluminación



- **Superficies difusas**
- sustituyendo

$$\Phi_{F \rightarrow R} = \frac{M_F}{\pi} \int_{S_R} \int_{S_F} \frac{\cos \xi \cos \theta}{D^2} dS_F dS_R$$

- luego

$$\Phi_{F \rightarrow R} = S_F M_F \frac{1}{\pi} \int_{S_R} \int_{S_F} \frac{\cos \xi \cos \theta}{D^2} dS_F dS_R$$

Se define ponderado por el área de la fuente.

No es reversible como el factor de configuración.

$\triangleq f_{F \rightarrow R}$ **Factor de forma de fuente a receptor.**

Cálculos de iluminación



- **Superficies difusas**

- luego

$$\Phi_{F \rightarrow R} = S_F M_F f_{F \rightarrow R}$$
$$= \Phi_F$$

- entonces

$$\Phi_{F \rightarrow R} = \Phi_F f_{F \rightarrow R}$$

- igual que el factor de configuración

$$f_{F \rightarrow R} \in [0, 1]$$

- se cumple que $S_R f_{R \rightarrow F} = S_F f_{F \rightarrow R}$

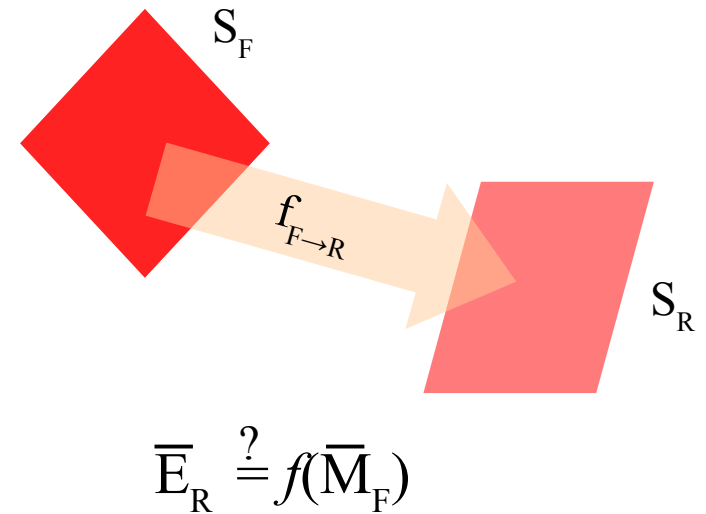


Ejercicio



Ejercicio⁽¹⁴⁾

- Se tiene una superficie emisora difusa S_F , y una superficie receptora S_R
- Se conoce $f_{F \rightarrow R}$
- Hallar la iluminancia promedio en la superficie receptora \bar{E}_R en función de la excitancia promedio de la superficie emisora \bar{M}_F



Recordar...

$$E = \Phi / S$$

$$\Phi = M S = E \rho S$$

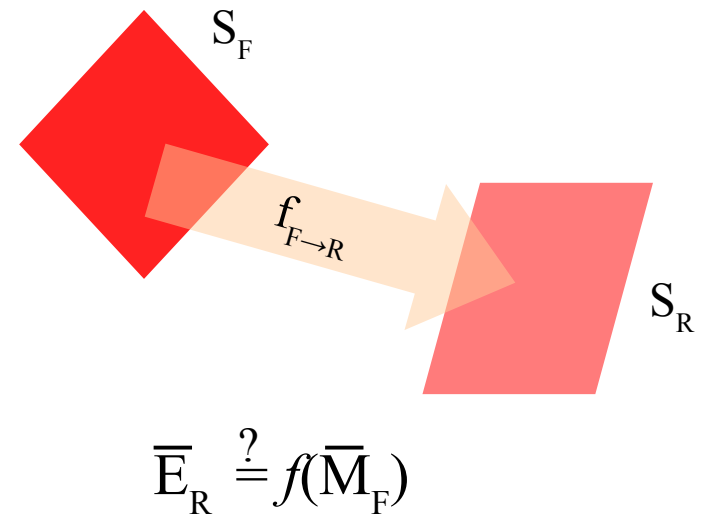
$$\Phi_{F \rightarrow R} = \Phi_F f_{F \rightarrow R}$$

$$S_R f_{R \rightarrow F} = S_F f_{F \rightarrow R}$$



Resolución

- $S_F, S_R, f_{F \rightarrow R}, \bar{M}_F$
- ¿ \bar{E}_R ?



Recordar...

$$E = \Phi / S$$

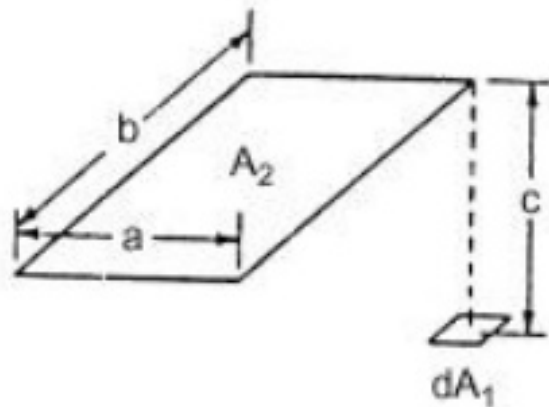
$$\Phi = M S = E \rho S$$

$$\Phi_{F \rightarrow R} = \Phi_F f_{F \rightarrow R}$$

$$S_R f_{R \rightarrow F} = S_F f_{F \rightarrow R}$$

Cálculos de iluminación

- **Superficies difusas**
- Factores de forma y configuración
 - existen tablas tabulando los casos mas típicos



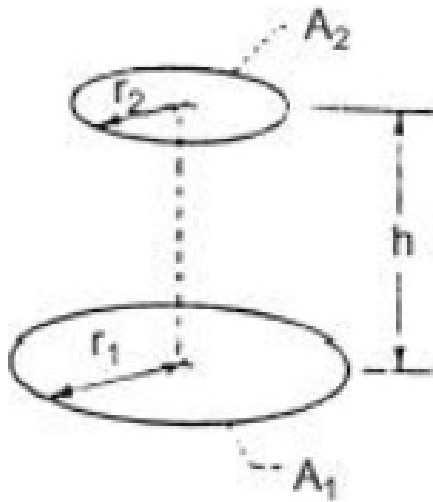
Plane element dA_1 to plane parallel rectangle A_2 ; normal to element passes through corner of rectangle. $X = a/c$;
 $Y = b/c$.

$$C = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{X}{\sqrt{1+X^2}} \arctan \frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} + \frac{Y}{\sqrt{1+Y^2}} \arctan \frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} \right)$$

Ejemplo para un caso de factor de configuración

Cálculos de iluminación

- **Superficies difusas**
- Factores de forma y configuración
 - existen tablas tabulando los casos mas típicos



Parallel circular disks A_1 and A_2 with centers along the same normal. $R_1 = r_1/h$; $R_2 = r_2/h$; $X = 1 + (1 + R_2^2)/R_1^2$.

$$F_{1-2} = \frac{1}{2} \left[X - \sqrt{X^2 - 4 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2} \right]$$

Ejemplo para un caso de factor de forma

Cálculos de iluminación

- **Superficies difusas**
- Factores de forma y configuración
 - si la situación no está tabulada
 - se debe resolver la expresión analítica para el caso particular

Cálculos de iluminación

- **Superficies difusas**
- Factores de forma y configuración
 - casos límite
 - si la fuente y el receptor no se “ven”
 - fuente puntual

$$c = 0$$

- ejemplo: luz bajo una mesa
- la superficie de la mesa no recibe aporte
- igual para fuentes no puntuales

$$f_{F \rightarrow R} = 0$$



Cálculos de iluminación

- **Superficies difusas**
- Factores de forma y configuración
 - casos límite
 - si el arreglo es completamente cerrado
 $c = 1$ o $f_{F \rightarrow R} = 1$
 - ejemplo: esfera integradora
 - todo el flujo que sale de la fuente llega a la superficie receptora



Esfera Integradora de Ulbricht.