Universidad de la República **Cálculo diferencial e integral en varias variables**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Segundo Semestre 2020**

PRIMER PARCIAL – SÁBADO 17 DE OCTUBRE DE 2020

Nro de Parcial	Cédula	Apellido y nombre

(I) Múltiple opción. Total: 30 puntos

Puntajes: 5 puntos si la respuesta es correcta, 0 punto por no contestar y -1 si la respuesta es incorrecta.

Indique sus respuestas en los casilleros correspondientes, con letras mayúsculas imprenta: A, B, C, D o E.

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Ejercicio 6

Ejercicio 1

Se considera el polinomio complejo $P(z) = z^3 + 2z^2 + \frac{3}{2}z + \frac{1}{2}$, y las siguientes afirmaciones:

(I) Existen dos raíces tales que su suma es igual a la raíz restante.
(II) La distancia entre dos raíces distintas siempre es constante.
(III) El producto de todas las raíces es igual al inverso de la suma de todas sus raíces.

Entonces:

A) Todas las afirmaciones son correctas.
B) Ninguna afirmación es correcta.
C) Solo las afirmaciones (II) y (III) son correctas.
D) Solo las afirmaciones (I) y (III) son correctas.
E) Solo la afirmación (I) es correcta.

Ejercicio 2

Sea $y(x)$ la solución a la ecuación diferencial $y'' + 2y' + 2y = 5e^x$ que cumple $y(0) = 1, y'(0) = 2$. Calcule $y(\pi/2)$:

A) $y(\pi/2) = e^{-\pi/2} - e^{\pi/2}$
B) $y(\pi/2) = e^{-\pi/2} + e^{\pi/2}$
C) $y(\pi/2) = e^{-\pi/2}$
D) $y(\pi/2) = e^{\pi/2}$
E) $y(\pi/2) = \frac{\pi}{2}e^{\pi/2}$

Ejercicio 3

Se consideran las siguientes afirmaciones:

(I) Si A es un conjunto cerrado y $p \notin A$, entonces no existe ninguna sucesión con elementos de A que converja a p.
(II) Sea $a_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$. Entonces existen infinitas subsucesiones de a_n que convergen a -1.
(III) Si a_n es no acotada, entonces toda subsucesión de a_n también es no acotada.

Entonces:

A) Solo las afirmaciones (I) y (II) son correctas.
B) Todas las afirmaciones son correctas.
C) Solo las afirmaciones (II) y (III) son correctas.
D) Ninguna afirmación es correcta.
E) Solo la afirmación (I) es correcta.

Ejercicio 4

Sea a_n una sucesión de términos positivos tal que $\sum a_n$ es convergente. Considere las siguientes series

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{a_n^2} - 1 \quad \text{y} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \cos(a_n)\sin(a_n).$$

Entonces:

A) Ambas series son divergentes.
B) Ambas series son convergentes.
C) Solo la primera serie es convergente.
D) Solo la segunda serie es convergente.
E) La segunda serie no se puede clasificar a priori, por no ser de signo constante.

Ejercicio 5

Sean α, β, γ tres reales positivos. Considere la integral impropia $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{(\sin(x))^\alpha (e^x - 1)^\beta (\cos(x))^\gamma}$.
Entonces para que la integral sea convergente debe cumplirse:

A) $\alpha + \beta < 1$.
B) $\alpha + \beta + \gamma < 1$.
C) $\alpha < 1$, y $\beta + \gamma > \frac{1}{2}$
D) $\alpha + \beta + \gamma > 1$.
E) $\alpha + \beta < \frac{1}{2}$.

Ejercicio 6

Sea $A = \{(\frac{1}{n}, (-1)^n) : n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{R}^2$.
Seleccione la opción correcta (recuerde que A' es el conjunto de puntos de acumulación de A):

A) $A' = \emptyset$.
B) A es compacto.
C) $A' = A$.
D) A es cerrado.
E) $A \subset \partial A$.

(II) Desarrollo. Total: 10 puntos

1. Sea $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de números reales. Completar las siguientes definiciones:
   a) (a_n) es convergente si...
   b) (a_n) es monónona creciente si...
   c) (a_n) es acotada si...
2. Dar ejemplos de:
   a) Una sucesión convergente que no es monótona.
   b) Una sucesión acotada que no es convergente.
3. Consideremos la sucesión de término general $a_n = \dfrac{1 + \log(n)}{n^3}$.
   Probar que es monótona (decreciente), acotada y convergente.