

Soluciones Examen Probabilidad y Estadística **Feb. 09**
Facultad de Ingeniería – Instituto de Matemática - UDELAR

Ejercicio 1

- 1) $P(\text{Una persona encuestada responde que sí}) = px + (1-p)(1-x)$
- 2) $Y = n^{\circ}$ de respuestas afirmativas. Y es $\text{Bin}(N, px + (1-p)(1-x))$
- 3) $E(Y) = N[px + (1-p)(1-x)]$
Método de los momentos : $Y = N[\hat{p}x + (1-\hat{p})(1-x)]$
Despejando: $\hat{p} = (Y - N(1-x)) / N(2x-1)$
- 4) Llamemos $a = px + (1-p)(1-x) = 1-x + p(2x-1)$
 $C_Y^N a^Y (1-a)^{N-Y}$
- 5) Derivando la función anterior respecto a p y anulando esa derivada queda
la ecuación : $(1-a)Y - a(N-Y) = 0$
Resulta $a = Y/N$, o sea : $\hat{p}x + (1-\hat{p})(1-x) = Y/N$
Entonces: $p_{\max \text{ ver}} = (Y - N(1-x)) / N(2x-1)$

Ejercicio 2

- 1) $P(2 \text{ azules}) = (1/2)(1/3)(1/3) + (1/2)(1/2)(1/2) = 13/72$
- 2) A = "en la primera sale una azul"
B = "en la segunda sale una azul"
 $P(A) = (1/2)(1/3) + (1/2)(1/2) = 5/12$
 $P(B) = 5/12$
 $P(A)P(B) = 25/144$ distinto del valor de parte 1) por lo tanto
los sucesos no son independientes.
- 3) $P(\text{Cara} | 2 \text{ azules}) = (1/2)(1/9) / (13/72) = 4/13$

Ejercicio 3

- a) Test de Rachas: $n = 10 \quad 0, 1, 0, 1, 00, 1, 00 \quad R = 7$ rachas
No rechazo aleatoriedad

Test de Spearman:

Muestra:	7.61	7.4	11.13	8.39	19.65	5.71	5.5	8.63	7.41	6.15
Ordenada:	5.5	5.71	6.15	7.4	7.41	7.61	8.39	8.63	11.13	19.65
Vector de rangos:	6	4	9	7	10	2	1	8	5	3

 $\text{Suma de } (r(i) - i)^2 = 25 + 4 + 36 + 9 + 25 + 16 + 36 + 0 + 16 + 49 = 216$
Coef. de Spearman : $r_s = 1 - 6*216/10*99 = -0.30909$
P valor = 0.193 > 0.1, entonces no rechazo aleatoriedad

- b) $F(x) = 1 - 1/(x-4.5)$ si $x > 5.5$, 0 en otro caso

i	X ordenada	F. emp en X_{i-}^*	F. emp en X_{i+}^*	$F(X_i^*)$	Dif en Valor abs	Dif en Valor abs
1	5.5	0	0.1	0.0	0.0	0.1
2	5.71	0.1	0.2	0.1736	0.0736	0.0264
3	6.15	0.2	0.3	0.3939	0.1939	0.0939
4	7.4	0.3	0.4	0.6552	0.3552 *	0.2552
5	7.41	0.4	0.5	0.6564	0.2564	0.1564
6	7.61	0.5	0.6	0.6785	0.1785	0.0785

7	8.39	0.6	0.7	0.7429	0.1429	0.0429
8	8.63	0.7	0.8	0.7579	0.0579	0.0421
9	11.13	0.8	0.9	0.8492	0.0492	0.0508
10	19.65	0.9	1.0	0.934	0.034	0.066

Estimador = 0.3552 ; con un nivel de 0.1 el valor de Tabla para n = 10 vale 0.368
 Como el estimador dio más chico entonces NO rechazamos la hipótesis de que la F sea la función de distribución asociada a las variables muestrales.

c)

Yord	Xord	F Yemp_j-	F Yemp_j+	F x emp_i-	F xemp_i+	Dif en v.abs	Dif en v.abs
	5.50	0	0	0	0.1	0	0.1
	5.71	0	0	0.1	0.2	0.1	0.2
	5.9	0	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1
	6.05	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1	0
	6.15	0.2	0.2	0.2	0.3	0	0.1
	6.52	0.2	0.3	0.3	0.3	0.1	0
	7.40	0.3	0.3	0.3	0.4	0	0.1
	7.41	0.3	0.3	0.4	0.5	0.1	0.2
	7.61	0.3	0.3	0.5	0.6	0.2	0.3 **
	8.3	0.3	0.4	0.6	0.6	0.3	0.2
	8.31	0.4	0.5	0.6	0.6	0.2	0.1
	8.39	0.5	0.5	0.6	0.7	0.1	0.2
	8.5	0.5	0.6	0.7	0.7	0.2	0.1
	8.63	0.6	0.6	0.7	0.8	0.1	0.2
	9.01	0.6	0.7	0.8	0.8	0.2	0.1
	9.02	0.7	0.8	0.8	0.8	0.1	0
	11.13	0.8	0.8	0.8	0.9	0	0.1
	11.2	0.8	0.9	0.9	0.9	0.1	0
	19.65	0.9	0.9	0.9	1.0	0	0.1
	20.01	0.9	1.0	1.0	1.0	0.1	0

mnD = 10x10x0.3 = 30 . Usando la tabla resulta p-valor > 0.2 y por lo tanto no rechazamos que las dos muestras provienen de una misma distribución