

Nº de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Respuestas

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Ej. 5	Ej. 6
		En tabla			
Ej. 7	Ej. 8	Ej. 9	Ej. 10	Ej. 11	Ej. 12

Total

Importante

- El parcial dura 4 horas.
- En cada ejercicio se indica la cantidad de puntos que le corresponden. El parcial es de 40 puntos en total.
- Solo serán válidas las respuestas indicadas en el cuadro de respuestas, a excepción de la tabla del Ejercicio 3 que debe completarse allí mismo.
- El cuadro con el título total debe dejarse en blanco.
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.
- No se restan puntos por respuesta incorrecta.

Tabla de $\Phi(z)$ (normal estándar)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9958	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

Ejercicio 1 (2 puntos)

Seis personas se sientan al azar en una mesa redonda. Dos de ellas son amigas. ¿Cuál es la probabilidad de que se sienten una al lado de la otra?

- (A) $4/5$ (B) $1/3$ (C) $1/2$ (D) $1/6$ (E) $2/5$ (F) $1/5$

Ejercicio 2 (2 puntos)

A y B son dos eventos. Solamente se sabe que $P(A) = 0.3$ y $P(B) = 0.4$. ¿Cuál de las siguientes es siempre verdadera?

- (A) $P(A \cup B) = 0.58$. (C) $0.4 \leq P(A \cup B) \leq 0.7$ (E) $P(A \cup B) \leq 0.3$
 (B) $P(A \cup B) \geq 0.7$ (D) $P(A \cup B) = 0.35$ (F) $0.3 \leq P(A \cup B) \leq 0.4$

Ejercicio 3 (3 puntos)

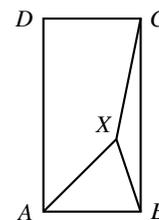
Una urna tiene dos bolas rojas y tres blancas. Se extraen las bolas de la urna, una a la vez y sin reposición, hasta sacar una bola roja. Sea X el número de extracciones.

Completar la siguiente tabla con la f.p.p. y la f.d.a. de X :

Valor de X	1	2	3	4
f.p.p.				
f.d.a.				

Ejercicio 4 (3 puntos)

En el rectángulo $ABCD$, $AB = 1$ y $BC = 2$. El punto X se selecciona al azar dentro del rectángulo. ¿Cuál es la probabilidad de que el área del triángulo ABX sea más del doble del área del triángulo BCX ?



- (A) $1/6$ (B) $3/4$ (C) $2/3$ (D) $1/3$ (E) $1/2$ (F) $1/4$

Ejercicio 5 (3 puntos)

Sea X una variable aleatoria con f.d.a. dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ x(2-x) & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Calcular la esperanza $E(X)$.

- (A) $3/4$ (B) $2/3$ (C) $1/2$ (D) 2 (E) $1/3$ (F) 1

Ejercicio 6 (3 puntos)

La distribución conjunta y las marginales de X e Y se muestran parcialmente en la siguiente tabla:

	X	0	1	2	total
Y					
0		1/9	2/9		4/9
1			2/9		4/9
2				0	
Total		4/9	4/9		1

Indicar la opción correcta:

- (A) X e Y son independientes. (D) $P(X = 2|Y = 1) = 4/9$.
 (B) $P(X = Y) = 1$. (E) $P(Y \leq 1|X = 1) = 1$.
 (C) $P(X \geq 1) = 4/9$. (F) $P(X \geq 1|Y = 0) = 1/3$.

Ejercicio 7 (4 puntos)

Una bolsa tiene 3 monedas. Una de ellas es una moneda justa, pero las otras dos son monedas sesgadas. Cuando se lanzan, las tres monedas salen cara con probabilidad $1/2$, $1/4$, y $3/4$ respectivamente.

Se elige una de estas tres monedas al azar y se la lanza tres veces.

Suponiendo que las tres tiradas (en orden) son CXX, ¿cuál es la probabilidad de que la moneda elegida sea la moneda justa?

- (A) $2/5$ (B) $1/5$ (C) $1/3$ (D) $3/4$ (E) $1/2$ (F) $2/3$

Ejercicio 8 (4 puntos)

El puntaje de un estudiante en un examen de Cálculo es una variable aleatoria con distribución normal, de esperanza 50 y varianza 25. Cinco amigos dan el examen, y se asume que sus puntajes son independientes. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos saque 55 o más?

- (A) 0.5785 (B) 0.4215 (C) 0.7935 (D) 0.2000 (E) 0.3180 (F) 0.9348

Ejercicio 9 (4 puntos)

Sean X e Y independientes con distribución exponencial de parámetros 1 y 2 respectivamente. Calcular $P(X < 3Y)$.

- (A) $1/3$ (B) $1/2$ (C) $1/5$ (D) $3/5$ (E) $4/5$ (F) $2/3$

Ejercicio 10 (4 puntos)

Se lanza una moneda justa cinco veces. ¿Cuál es el valor esperado de pares consecutivos de caras (CC)?

Aclaración: si los resultados son CCCXC, el número de pares consecutivos de caras es 2.

- (A) 1/2 (B) 1 (C) 3/2 (D) 1/3 (E) 2 (F) 1/4

Ejercicio 11 (4 puntos)

Dos monedas falsificadas de igual peso se mezclan con 8 monedas idénticas auténticas. El peso de cada una de las monedas falsificadas es diferente del peso de cada una de las monedas auténticas. Se selecciona un par de monedas al azar sin reposición de las 10 monedas. Luego se selecciona un segundo par al azar sin reposición de las 8 monedas restantes.

¿Cuál es la probabilidad de que las 4 monedas seleccionadas sean auténticas, dado que el peso combinado del primer par es igual al peso combinado del segundo par?

- (A) 9/13 (B) 15/19 (C) 1/2 (D) 11/15 (E) 15/16 (F) 7/11

Ejercicio 12 (4 puntos)

Sean X_1, \dots, X_n variables aleatorias i.i.d. con densidad

$$p(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1; \\ 0 & \text{si no;} \end{cases}$$

Sea \bar{X}_n el promedio. Aplicando la desigualdad de Chebyshev, hallar el menor valor de n que cumple $P(|\bar{X}_n| > 0.1) \leq 0.05$.

- (A) $n = 1000$ (C) $n = 1100$ (E) $n = 1200$
 (B) $n = 1300$ (D) $n = 1500$ (F) $n = 1400$