Universidad de la República **Probabilidad y Estadística**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Primer Semestre 2017**

Primer Parcial
Sábado 29 de abril 2017.

Número de Parcial	Cédula	Nombre y Apellido

PARA USO DOCENTE			
Ej. 1	Ej. 2	Ej.3	TOTAL

Ejercicio 1. [**18 puntos**] Se tienen tres dados equilibrados A, B y C, de tres caras cada uno, y cuyas caras presentan los siguientes dígitos:

A: 2, 6, 7
B: 1, 5, 9
C: 3, 4, 8

Llamemos X_A, X_B y X_C el resultado de lanzar el dado A, B y C respectivamente.

1. Calcular las probabilidades $\mathbf{P}(X_A > X_B)$, $\mathbf{P}(X_B > X_C)$ y $\mathbf{P}(X_C > X_A)$.
2. Dos personas juegan al siguiente juego: el primer jugador elige uno de los tres dados y el segundo elige uno de los dos dados restantes. Los dados se lanzan y gana el jugador que obtenga el resultado más grande.
   (a) Si fueras el segundo jugador, y el primer jugador elige el dado B, ¿qué dado eligirías y por qué?
   (b) Si fueras el primer jugador, ¿qué dado eligirías y por qué?
3. Ahora los jugadores juegan con la siguiente modalidad: el primer jugador elige un dado, y al segundo jugador se le asigna uno de los dos dados restantes al azar con igual probabilidad.
   (a) Calcular la probabilidad de que gane el primer jugador si elige el dado A, B, y C respectivamente.
   (b) ¿Qué dado eligirías si fueras el primer jugador?
   (c) Supongamos que el primer jugador elige el dado al azar con probabilidades iguales.
      i. ¿Cuál es la probabilidad de que gane el primer jugador?
      ii. Sabiendo que el primer jugador ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que haya elegido el dado A?
4. Se considera ahora solo los dados A y B. Los jugadores deciden jugar un juego diferente con la siguientes reglas: el primero elige un dado y el segundo juega con el restante. Luego, los jugadores lanzan dos veces cada dado y registran el máximo de los resultados obtenido. Nuevamente gana el que obtiene el resultado más grande. Llamemos Y_A, Y_B al valor máximo de triar dos veces el dado A y B respectivamente.
   (a) Calcular y representar gráficamente la función de probabilidad puntual de Y_A y de Y_B.
   (b) Calcular los valores esperados $\mathbf{E}(Y_A)$ y $\mathbf{E}(Y_B)$. ¿Qué dado eligirías en este caso, si fueras el primer jugador?
   (c) Calcular el valor esperado de $Y_A + Y_B$.

Ejercicio 2. [**12 puntos**] Un curso que se dicta regularmente es de asistencia obligatoria. Un estudiante reprueba automáticamente en caso de faltar a 5 sesiones o más. El porcentaje histórico de reprobaciones por faltas es de 40%. El responsable del curso, propone un incentivo para reducir este porcentaje. Para verificar la eficacia del incentivo propone una prueba piloto con 5 estudiantes, de los cuáles ninguno reprobó por faltas. Esto lo convece de que el incentivo ha dado resultado. Sin embargo, un colega afirma que el incentivo no tiene efecto sobre las reprobaciones por faltas.

1. Para intentar refutar la afirmación del colega, el responsable asume que la probabilidad de que un estudiante repruebe por faltas es de 0.4 y que los estudiantes faltan de manera independiente y define X la variable aleatoria que cuenta el número reprobaciones por faltas en la muestra de 5 estudiantes.

(a) Hallar la función de probabilidad puntual de X.

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ninguna reprobación por faltas? ¿Cuál es el número esperado de reprobaciones por faltas?

(c) Aplicando un razonamiento por improbable ¿cuál es su opinión sobre la afirmación del colega?

2. Viendo los resultados de la prueba anterior, el responsable decide realizar una nueva prueba piloto en las mismas condiciones que la prueba anterior pero con una muestra más grande que incluye a 80 estudiantes. Los resultados obtenidos se indican en la siguiente tabla:

Número de faltas	Cantidad de estudiantes
0	8
1	13
2	11
3	9
4	12
5	11
6	6
7	5
≥ 8	5

Sea como antes, X la variable aleatoria que cuenta el número de reprobaciones por faltas en esta nueva muestra.

(a) Reconocer la distribución de X e indicar su valor esperado.

(b) Nuevamente razonando por improbable, indicar cuál es la conclusión respecto a la afirmación del colega. ¿Coincide con la respuesta de la parte anterior?

En la figura 1 se muestra la función de probabilidad puntual de X para algunos valores representativos que pueden ser de utilidad.

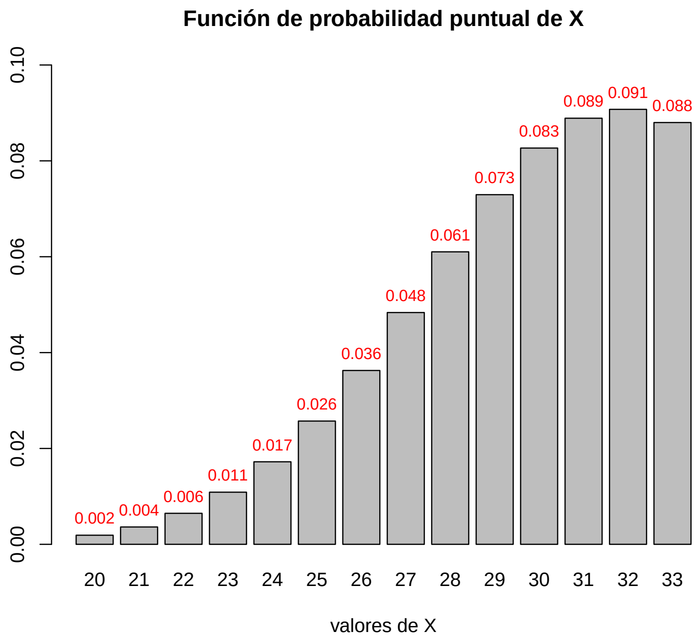

Figure 1: Función de probabilidad puntual de X para algunos valores representativos

Ejercicio 3. [**10 puntos**] Dos estudiantes de probabilidad, Ana (A) y Bernardo (B) juegan al siguiente extraño juego: se elige por única vez al azar y con igual probabilidad un número μ que puede ser 0 o 1. Una vez elegido μ, este queda **fijo** para el resto del juego. Luego, se sortea una variable X con distribución normal $N(\mu, 1)$. Si $X \leq 0$ A gana un punto, y si $X > 0$ B gana un punto. Se han jugado 4 turnos y tanto A como B tienen 2 puntos cada uno.

1. Calcular la probabilidad de que Ana gane el punto en un turno.

2. Sea D el evento "se juegan cuatro turnos y tanto A como B tienen 2 puntos cada uno". Calcular $\mathbf{P}(D)$.

3. Calcular las probabilidades condicionales $\mathbf{P}(\mu = 1|D)$ y $\mathbf{P}(\mu = 0|D)$. Si tuvieras que adivinar con qué valor de μ están jugando, ¿cuál eligirías y por qué?