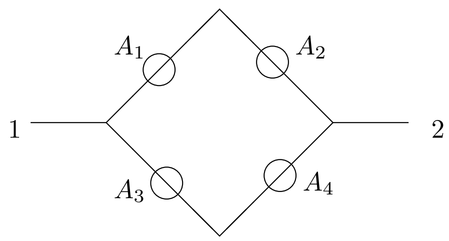
Facultad de Ingeniería
IMERL
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
Curso 2009
Primer Parcial, 7 de mayo de 2009

Nº de Parcial	Cédula	Apellido y Nombre	Salón

Parte de Múltiple Opción (Total: 20 puntos)

Respuesta correcta: 4 puntos	**Respuesta incorrecta: -1 punto**	**Respuesta en blanco: 0 punto**

1. En los canales de la figura, el agua circula de la posición 1 a la 2.



En esos canales, hay compuertas indicadas con los símbolos A_1, A_2, A_3 y A_4. Cada una de esas compuertas (que funcionan independientemente de las restantes) puede estar abierta con probabilidad p, o cerrada con probabilidad $1-p$. La probabilidad de que el agua vaya de la posición 1 a la 2 vale:

A. $p^2 + p^4$.
B. p^2.
C. p^4.
D. $2p^2 - p^4$.
E. $p^2 - p^4$.

2. La siguiente tabla muestra la probabilidad de obtener los distintos resultados al lanzar dados cargados (los dados A, B y C). Se toma un dado al azar, se lanza, y se obtiene un 3. Hallar la probabilidad de que el dado elegido sea el A.

	Probabilidad					
Dado	1	2	3	4	5	6
A	1/12	1/6	1/3	1/6	1/6	1/12
B	1/12	1/3	1/6	1/6	1/12	1/6
C	1/3	1/6	1/12	1/6	1/12	1/6

A. 4/7.
B. 5/9.
C. 8/9.
D. 5/7.
E. 7/9.

3. Sea realiza el siguiente experimiento aleatorio: se tira una moneda cargada, de modo que la probabilidad de obtener cara es p y la probabilidad de obtener número es $1-p$. Si sale cara, se extraen con reposición, dos bolas de un bollillero que contiene dos bolillas azules y dos rojas; si sale número, se extraen sucesivamente con reposición, dos bolas de un bollillero que contiene tres bolillas azules y una roja. La probabilidad de extraer dos bolillas azules es:

   A. $\frac{2}{4}p + \frac{3}{4}(1-p)$.

   B. $\left(\frac{2}{4}\right)^2 p + \left(\frac{3}{4}\right)^2 (1-p)$.

   C. $\frac{2}{4}p^2 + \frac{3}{4}(1-p)^2$.

   D. $\left(\frac{2}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2$.

   E. $p^2 + (1-p)^2$.

4. En una red de datos éstos se trasmiten en paquetes. El largo de los paquetes en bytes se puede modelar mediante una variable aleatoria con distribución exponencial. Hay dos tipos de paquetes, los de tipo A, con distribución exponencial de parámetro λ_1 y los de tipo B, con distribución exponencial de parámetro λ_2. La proporción de paquetes de tipo A es p y la de paquetes de tipo B es $1-p$. Se recibe un paquete. La probabilidad de que el paquete sea del tipo A dado que supera los x bytes es:

   A. $\frac{e^{-\lambda_1 x}}{e^{-\lambda_1 x} + e^{-\lambda_2 x}}$.

   B. $\frac{pe^{-\lambda_1 x}}{pe^{-\lambda_1 x} + (1-p)e^{-\lambda_2 x}}$.

   C. $\frac{\lambda_1 pe^{-\lambda_1 x}}{\lambda_1 pe^{-\lambda_1 x} + \lambda_2(1-p)e^{-\lambda_2 x}}$.

   D. $\frac{e^{-\lambda_1 x}}{2 - e^{-\lambda_1 x} - e^{-\lambda_2 x}}$.

   E. $\frac{(1-e^{-\lambda_1 x})p}{(1-e^{-\lambda_1 x})p + (1-e^{-\lambda_2 x})(1-p)}$.

5. Sean X e Y dos variables aleatorias independientes tales que X tiene distribución uniforme en el intervalo $[0, a]$ e Y tiene distribución uniforme en el intervalo $[0, b]$, donde $0 < a < b$. La probabilidad $P\{X < Y\}$ vale:

   A. $\frac{a}{b}$.

   B. $\frac{a}{a+b}$.

   C. $\frac{b}{a+b}$.

   D. $1 - \frac{a}{b}$.

   E. $1 - \frac{a}{2b}$.

MÚLTIPLE OPCIÓN: POR FAVOR, **LLENAR CON LETRAS MAYÚSCULAS**

PREGUNTA	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
RESPUESTA					

NO LLENAR. PARA USO DOCENTE

PREGUNTA	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**1.a.**	**1.b.**	**2.a.**	**2.b.**	**2.c.**	**TOTAL**
PUNTAJE											

Parte de desarrollo (Total: 20 puntos)

(En esta parte no se penalizan los errores con puntajes negativos)

Ejercicio 1. (8 puntos)

i (4 puntos) Una máquina fabrica piezas. Esas piezas se clasifican en: buenas, recuperables y defectuosas. De un lote de 12 piezas en que hay 5 piezas buenas, 3 recuperables y 4 defectuosas, se extraen sucesivamente con reposición 6 piezas. Hallar la probabilidad que en la extracción hayan 3 piezas buenas, 2 recuperables y 1 defectuosa .

ii (4 puntos) En la situación de la misma máquina anterior, ahora el lote consta de una proporción p de piezas buenas, q de piezas recuperables y r de piezas defectuosas con $p+q+r=1$. Hallar, *justificando*, la probabilidad de que en un muestreo de n piezas extraídas sucesivamente con reposición, haya n_1 buenas, n_2 recuperables y n_3 defectuosas con $n_1+n_2+n_3=n$.

Ejercicio 2. (12 puntos) Sean X e Y dos variables aleatorias con densidad conjunta:

$$f(x,y)=\begin{cases} 1 & \text{si } \; x>0 \; \text{ e } \; 0<y<e^{-x}/2 \\ 1 & \text{si } \; x<0 \; \text{ y } \; -e^{x}/2<y<0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

i (4 puntos) Calcular las densidades marginales f_X y f_Y.

ii (4 puntos) Calcular las funciones de distribución marginales F_X y F_Y.

iii (4 puntos) ¿Son X e Y independientes? Justificar.