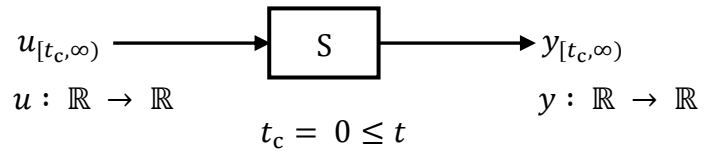


Problema 1 (10 puntos)

Considere los siguientes sistemas:

- 1) $y(t) = \int_0^t \frac{u(\sigma)}{t-\sigma+1} d\sigma$
- 2) $y(t) = \int_0^t \frac{u(\sigma)}{(t-\sigma+1)^2} d\sigma$
- 3) $y(t) = u(\alpha t + \beta)$ con $0 \leq \alpha \leq 1$, $0 \leq \beta \leq 1$ constantes.



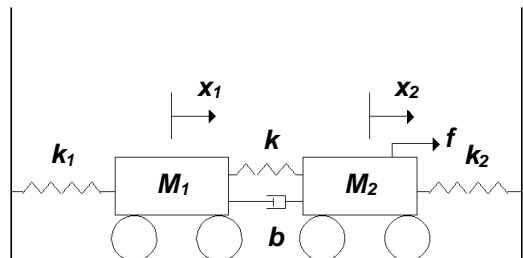
Para cada uno de estos sistemas responda a las siguientes preguntas:

- a) ¿Es el sistema causal?
- b) ¿Es el sistema lineal?

Justifique sus respuestas. Discuta en función de los parámetros del sistema en caso de ser necesario.

Problema 2 (12 puntos)

Dado el mecanismo de la figura, con dos carritos, tres resortes y un amortiguador de pistón, se considera su movimiento alrededor de la posición de reposo con el carro de masa M_2 sometido a una fuerza variable $f(t)$.



- a) Modele el mecanismo con un sistema de la forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

donde $u = f(t)$, $x = [x_1 \quad x_2 \quad \dot{x}_1 \quad \dot{x}_2]^T$, $y = x$.

- b) Deduzca la matriz de transferencia $H(s)$ para condiciones iniciales nulas.

Problema 3 (8 puntos)

La Figura 1 muestra el diagrama esquemático de un sistema de control de posición de un satélite. Pequeños chorros aplican fuerzas de reacción para que el cuerpo del satélite gire a la posición deseada. Cada uno de los chorros ejerce sobre el cohete un empuje $F/2$. Como se enciende siempre una pareja de chorros (A-C o B-D) el efecto neto es un par de valor $F.l$.

El momento de inercia alrededor del centro de masas es J .

Suponga que el control de posición es del tipo proporcional y derivativo. La representación en diagrama de bloques del sistema aparece en la Figura 2.

Determine el valor del tiempo derivativo de modo que el valor de la relación de amortiguamiento sea $\xi = 0,7$.

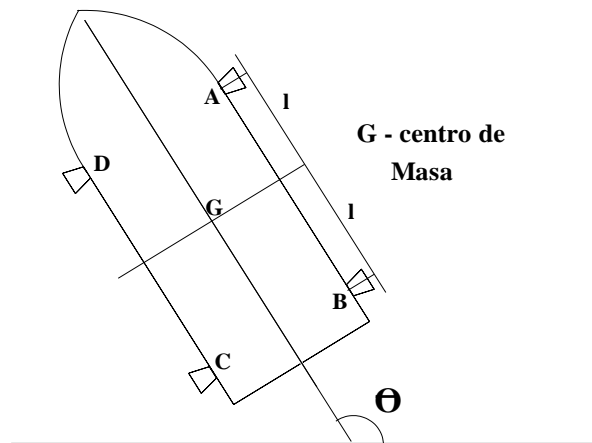


Figura 1

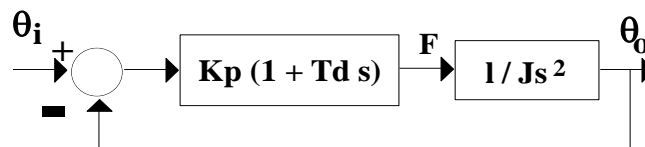


Figura 2

Carrera: INGENIERÍA ELÉCTRICA
Materia: CONTROL
Asignatura: SISTEMAS Y CONTROL
Plan: 97
Fecha: 16/09/2023

Instituto de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Sistemas y Control
PARCIAL 2023

Problema 4 (20 puntos)

Dos naciones, X e Y , se encuentran enfrentadas en una guerra armamentista que se modela mediante las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d}{dt}x(t) = k y(t) - \alpha x(t) + g(t), \quad \frac{d}{dt}y(t) = l x(t) - \beta y(t) + h(t).$$

donde $x(t)$ e $y(t)$ representan el nivel armamentístico de la nación X e Y , respectivamente, en el instante de tiempo t . Los coeficientes de “defensa”, k y l , reflejan la intensidad con que una nación reacciona al nivel armamentístico de la nación enemiga. Los coeficientes de “fatiga”, α y β , representan el desgaste de cada nación asociado al mantenimiento de su nivel armamentístico. Por último, las señales $g(t)$ y $h(t)$ representan el grado de hostilidad de una nación hacia la otra, en el instante de tiempo t , independiente de la amenaza debida al nivel armamentístico de la nación enemiga.

Se asume que: $\alpha, \beta, k, l \geq 0$ y $\alpha\beta - kl \neq 0$.

- 1) Dibuje un diagrama de bloques del sistema de entradas g y h , y salidas x e y , utilizando solamente bloques proporcionales, sumadores e integradores.
- 2) Calcule la matriz de transferencia del sistema.
- 3) Se desea pronosticar cómo evolucionará una carrera armamentística que comienza en $t = 0$, con $x(0) = y(0) = 0$, y tal que $g(t) = g_0$ y $h(t) = h_0$, para $t \geq 0$, donde g_0 y h_0 son constantes positivas.
 - a) ¿Bajo qué condiciones los niveles armamentísticos, $x(t)$ y $y(t)$, tienden a valores constantes para $t \rightarrow \infty$? Justifique.
Suponiendo que se verifican estas condiciones:
 - b) ¿Cuáles son los niveles armamentísticos pronosticados por el modelo a largo plazo para cada una de las dos naciones?
 - c) En el mediano plazo, ¿ocurren oscilaciones? Justifique.
- 4) Asumiendo que se verifican las condiciones halladas en la parte 3a y que $l = 0$, considere una situación en la que luego de muchos años de hostilidad, en $t = 0$ ambas naciones llegan a un acuerdo y cesan las hostilidades, como se detalla a continuación:

$$g(t) = \begin{cases} g_0 & \text{si } t < 0, \\ 0 & \text{si } t \geq 0; \end{cases} \quad h(t) = \begin{cases} h_0 & \text{si } t < 0, \\ 0 & \text{si } t \geq 0; \end{cases} \quad g_0, h_0 > 0.$$

Calcule $x(t)$ e $y(t)$ para $t \geq 0$.

Carrera: INGENIERÍA ELÉCTRICA
Materia: CONTROL
Asignatura: SISTEMAS Y CONTROL
Plan: 97
Fecha: 16/09/2023

Instituto de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Sistemas y Control
PARCIAL 2023

Problema 5 (15 puntos)

En una planta industrial se tiene el sistema de dos tanques representado en la figura. Las secciones de los tanques 1 y 2 son S_1 y S_2 respectivamente y son uniformes. Se toma el caudal Q_i como entrada y el caudal Q_2 como salida.

Se asume que los flujos en las salidas de los tanques son turbulentos, y que se cumple:

$$Q_n = K_n \sqrt{h_n} \text{ con } K_n \text{ constante positiva para } n = 1, 2.$$

Se pide:

- 1) Hallar las ecuaciones que rigen el sistema.
- 2) Se desea linealizar el sistema en torno a un punto de equilibrio fijando el punto de operación de la entrada en $Q_i = Q_{i0}$.
 - a) Calcular el punto de equilibrio h_{10}, h_{20} para las variables h_1 y h_2 .
 - b) Hallar un modelo lineal para pequeños apartamientos con respecto al punto de equilibrio y representarlo como un modelo de variables de estado.
- 3) Realizar un diagrama de bloques y calcular la función de transferencia del modelo lineal.

