Carrera:	**INGENIERÍA ELÉCTRICA**		**Instituto de Ingeniería Eléctrica**
Materia:	**CONTROL**		
Asignatura:	**SISTEMAS Y CONTROL**		**Departamento de Sistemas y Control**
Plan:	**97**		
Fecha:	**20/09/2022**		**PARCIAL 2022**

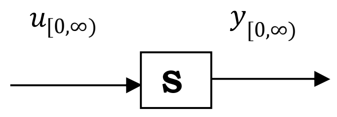
PRUEBA PARCIAL

(65 puntos) Tiempo disponible: 3 horas

Ejercicio 1

(Total 10 puntos: 1 punto por cada correcta; -1 punto por cada incorrecta)

Considere los siguientes sistemas.



Por el tipo de dinámica ¿Son algebraicos, de parámetros concentrados, de parámetros distribuidos?

¿Son lineales?

Sistema	¿Tipo de dinámica?				¿Lineal?	
	Algebraico	Parám. concentrados	Parám. distribuidos	Ninguno de los anteriores	SI	NO
$y(t) = \int_0^t sgn^2(u(\sigma)).d\sigma$	✓	*				✓
$y(t) = \int_0^t u(\sigma).e^{-3.\sigma}.d\sigma$		✓			✓	
$y(t) = trunc\left(\int_0^t u(\sigma).d\sigma\right)$		✓				✓
$y(t) = u^2(t) + 3.e^{-u(t)}$	✓					✓
$y(t) = \mathrm{sen}(u(t) + 1)$	✓					✓

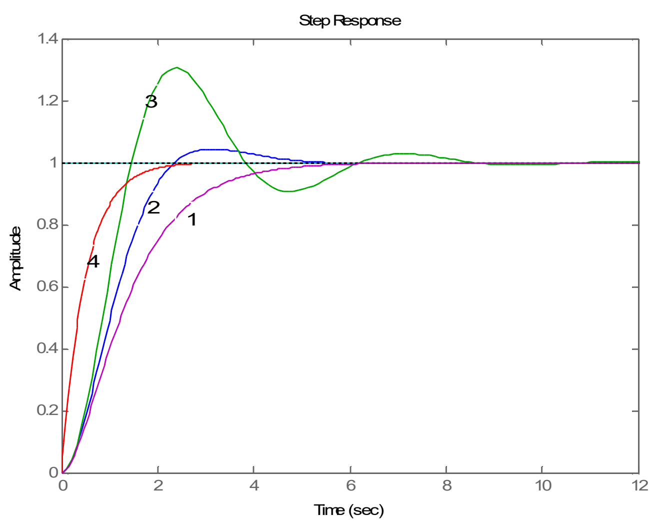
* Se acepta si se considera que sgn puede valer 0.

Ejercicio 2

(Total 5 puntos: 1 punto por cada correcta; -1 punto por cada incorrecta. 1 punto extra si todas son correctas)

Indique cual curva corresponde la respuesta a escalón de los siguientes sistemas:

Sistema	Curva
$H(s) = \dfrac{2}{s^2 + 2s+2}$	**2**
$H(s) = \dfrac{2}{s^2+s+2}$	**3**
$H(s) = \dfrac{2}{s+2}$	**4**
$H(s) = \dfrac{2}{(s+1)(s+2)}$	**1**

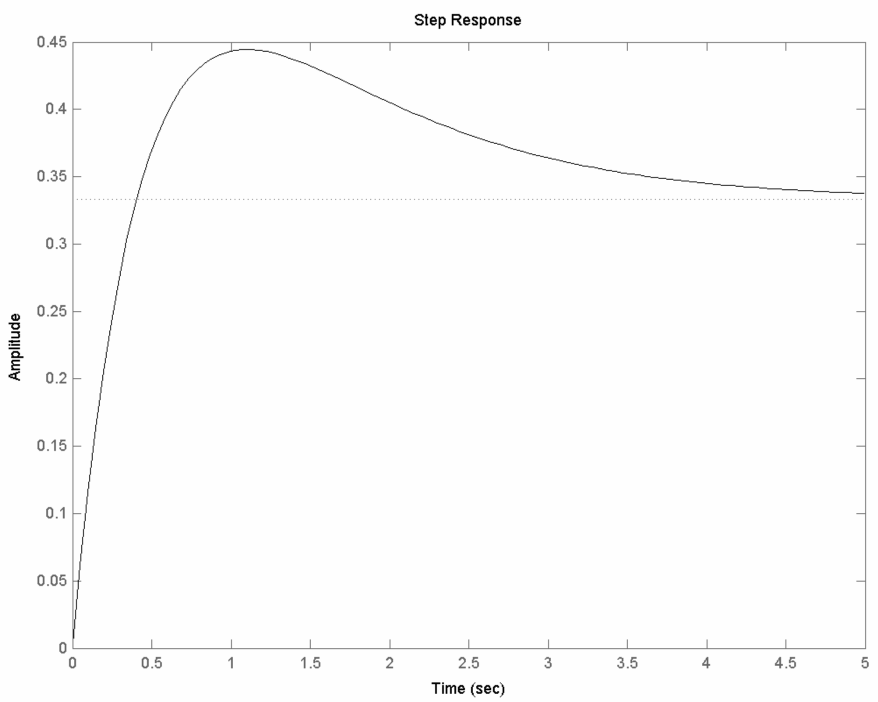


Carrera:	**INGENIERÍA ELÉCTRICA**	**Instituto de Ingeniería Eléctrica**
Materia:	**CONTROL**	
Asignatura:	**SISTEMAS Y CONTROL**	**Departamento de Sistemas y Control**
Plan:	**97**	
Fecha:	**20/09/2022**	**PARCIAL 2022**

<u>Ejercicio 3</u> (5 puntos si correcta; hasta -3 puntos por incorrecta)

En la figura se muestra la respuesta a escalón de un sistema lineal e invariante en el tiempo. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

a) El sistema es de primer orden.
b) El sistema es de segundo orden sin ceros.
c) La función de transferencia del sistema tiene algún polo en el semiplano derecho del plano complejo.
d) La función de transferencia del sistema tiene algún polo con parte imaginaria no nula.
e) Ninguna de las anteriores.



Ejercicio 4 (10 puntos)

Sea $G_{LC}(s)=\dfrac{G_{LA}(s)}{1+G_{LA}(s)}$ la función de transferencia del sistema realimentado. Como el sistema caracterizado por $G_{LA}(s)$ es de parámetros concentrados, la transferencia es una función racional y por lo tanto $G_{LC}(s)$ también es cociente de polinomios:

$G_{LC}(s)=\dfrac{q(s)}{p(s)}$, donde $n=grado(p)$ y $m=grado(q)$.

Se observa que la respuesta de $G_{LC}(s)$ al escalón (partiendo de condiciones iniciales nulas):

a) tiene pendiente nula para $t\to 0^+$,
b) es oscilatoria,
c) tiende a asentarse.

En cuanto al error entrada-salida, en régimen, se observa que:

d) es nulo si la entrada es constante,
e) es finito, pero no nulo, si la entrada tiene pendiente constante.

Por lo tanto, es razonable aproximar $G_{LC}(s)$ por una función de transferencia $\hat{G}_{LC}(s)$:

- con un exceso de polos sobre ceros mayor que 1, ya que (por a)),
  $\lim_{t\to 0}\dfrac{dy}{dt}(t)=\lim_{s\to\infty}s.\left(s.G_{LC}(s).\dfrac{1}{s}\right)=\lim_{s\to\infty}s.\dfrac{q(s)}{p(s)}=0$, y entonces debe ser $n-m>1$;
- que tenga al menos un par de polos con parte imaginaria no nula (por b)),
- cuyos polos tengan todos parte real negativa (por c)),
- que tenga ganancia estática unitaria (por d)),
- tal que $G_{LA}(s)=\dfrac{G_{LC}(s)}{1-G_{LC}(s)}$ tenga un polo en $s=0$ y solamente uno (de multiplicidad 1), ya que por (por e)) se sabe que el sistema realimentado es de tipo 1.

La función $\hat{G}_{LC}(s)$ más sencilla que cumple con lo anterior es $\hat{G}_{LC}(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2.\zeta.\omega_n.s+\omega_n^2}$ donde $0<\zeta<1$ y $\omega_n>0$, y entonces la aproximación de $G_{LA}(s)$ es

$$\hat{G}_{LA}(s)=\frac{\omega_n^2}{s.(s+2.\zeta.\omega_n)}=\frac{\dfrac{\omega_n}{2.\zeta}}{s.\left(\dfrac{1}{2.\zeta.\omega_n}s+1\right)}.$$

Se ve en la figura, que el sobretiro de la respuesta de $G_{LC}(s)$ al escalón es aproximadamente del 20 %, por lo tanto se elige para $\hat{G}_{LC}(s)$ una relación de amortiguamiento igual a $\zeta=\dfrac{|\ln 0{,}2|}{\sqrt{\pi^2+(\ln 0{,}2)^2}}\approx 0{,}456$.

También se observa en la figura, que error en régimen ante la rampa de pendiente -¼ es aproximadamente igual a -0,05. Entonces se elige una constante de velocidad

$$K_v=\lim_{s\to 0}s.\hat{G}_{LA}(s)=\frac{\omega_n}{2.\zeta}=\frac{-0{,}25}{-0{,}05}=5,$$

de donde resulta $\omega_n=10.\zeta\approx 4{,}56$. La aproximación para $G_{LA}(s)$, es entonces:

$$\hat{G}_{LA}(s)=\frac{100.\zeta^2}{s.(s+20.\zeta^2)}\approx\frac{20{,}8}{s.(s+4{,}158)},\quad \hat{G}_{LA}(s)=\frac{5}{s.\left(\dfrac{1}{20.\zeta^2}.s+1\right)}\approx\frac{5}{s.(0{,}241.s+1)}.$$

Ejercicio 5

A)

De la ecuación del driver del motor

$$v = Au$$

Malla de alimentación del motor

$$\begin{cases} v = Ri + \varepsilon_m \\ \varepsilon_m = K_m.\dot{\theta} \end{cases} \rightarrow i = \frac{v - K_m.\dot{\theta}}{R}$$

Segunda cardinal en el eje del telescopio

$$\begin{cases} J\ddot{\theta} = \tau_m - B\dot{\theta} - k\theta \\ \tau_m = K_m.i \end{cases} \rightarrow J\ddot{\theta} = K_m.i - B\dot{\theta} - k\theta$$

Sustituyendo

$$J\ddot{\theta} = K_m.\left(\frac{v - K_m.\dot{\theta}}{R}\right) - B\dot{\theta} - k\theta$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{J} & -\frac{\left(B + \frac{K_m^2}{R}\right)}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{AK_m}{JR} \end{bmatrix} [u] \\ [\theta] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + [0][u] \end{cases}$$

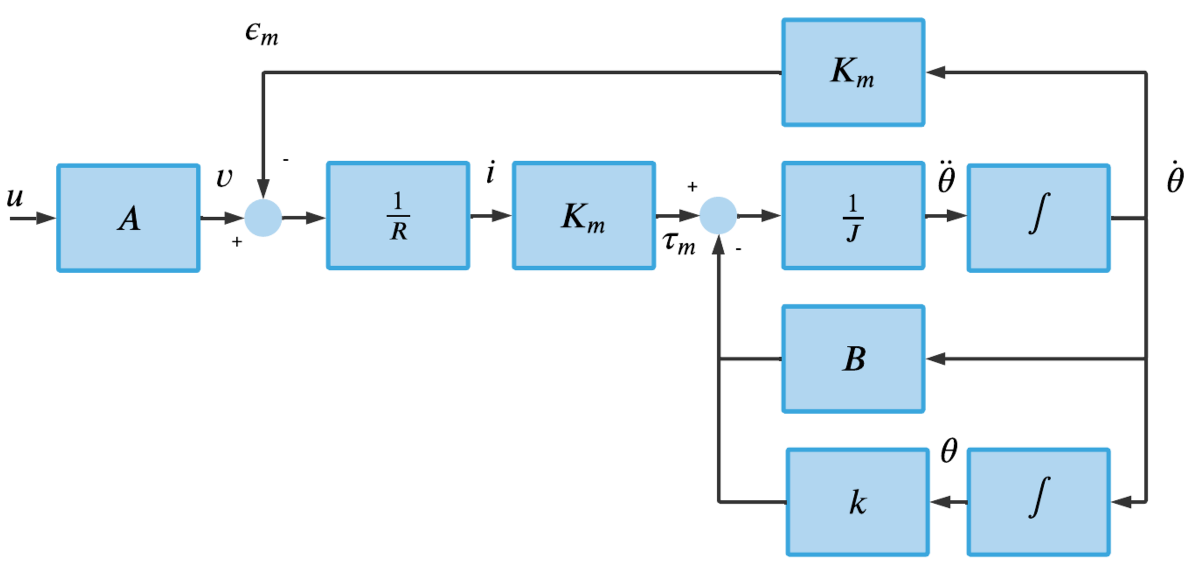
Para calcular la transferencia del sistema

$$J\ddot{\theta} = K_m.\left(\frac{v - K_m.\dot{\theta}}{R}\right) - B\dot{\theta} - k\theta$$

$$J\theta(s)s^2 = K_m.\left(\frac{v(s) - K_m.\theta(s)s}{R}\right) - B\theta(s)s - k\theta(s)$$

$$H(s) = \frac{\theta(s)}{v(s)} = \frac{\frac{AK_m}{JR}}{s^2 + \frac{\left(B + \frac{K_m^2}{R}\right)}{J}s + \frac{k}{J}}$$

Diagrama de bloques del sistema



B)

Sustituyendo los valores numéricos

$$H(s) = \frac{40}{s^2 + 20{,}2s + 4} = \frac{40}{(s + 20)(s + 0{,}2)}$$

El efecto del polo más rápido puede ser despreciado

$$H(s) \cong \frac{2}{s + 0{,}2}$$

C) i)

$G^{OL}(s) = PI(s)H(s) = \left(K_P + \frac{K_I}{s}\right)\left(\frac{2}{s+0,2}\right) \rightarrow$ Es de Tipo 1 (el error en régimen frente a la rampa es constante)

$$\left.\begin{array}{r} K_V = \lim_{s\to 0} s.G^{OL}(s) = \lim_{s\to 0}\left(K_P + \dfrac{K_I}{s}\right)\left(\dfrac{2}{s+0,2}\right)s = 10K_I \\ error_{rampa} = \dfrac{1}{K_V} < 0,1 \end{array}\right\} K_I > 1$$

Por otra parte, el sistema debe ser estable → Los polos de $G^{CL}(s)$ deben cumplir $Re(p_i) < 0 \; \forall \; i$

$$G_{CL}(s) = \frac{2(K_P s + K_I)}{s^2 + (0,2 + 2K_p)s + 2K_I} \rightarrow K_I > 0, K_P > -0,1$$

En resumen

$$K_P > -0,1$$
$$K_I > 1$$

C) ii)

$error_{rampa} = 0,05 \rightarrow$ Según el razonamiento de la parte anterior, $K_I = 2$

$$s^2 + (0,2 + 2K_p)s + 2K_I = s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2$$

Sustituyendo a ambos lados,

$$\omega_n^2 = 4 \rightarrow \omega_n = 2$$

$$2\zeta\omega_n = 0,2 + 2K_P \rightarrow K_P = 1,5$$