Carrera: INGENIERÍA ELÉCTRICA
Materia: CONTROL
Asignaturas: SISTEMAS Y CONTROL
Plan: 97
Fecha: 17/10/2020

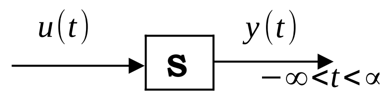
Instituto de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Sistemas y Control

PRUEBA PARCIAL

<u>Ejercicio 1</u> (Total 9 puntos: 1 punto por cada resp. correcta; -1 punto por cada resp. incorrecta)
Por favor responder en esta hoja.

Considere los siguientes sistemas. ¿Son causales?
¿Son lineales? ¿Son invariantes en el tiempo?
Marcar la respuesta en la tabla (" √ ")



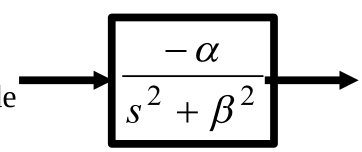
con $u : R \rightarrow R$

Sistema	¿Causal?		¿Lineal?		¿Invariante en t?	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO
$y(t) = u(t^2 + 2t) + u(t)$						
$y(t) = u(t^2 - 2t) + u(t)$						
$y(t) = u(t/2) + u^2(t)$						

<u>Ejercicio 2</u> (6 puntos)

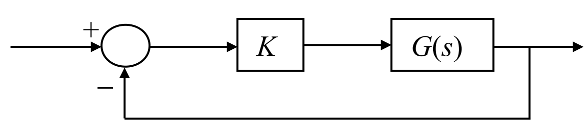
Considere el sistema de la figura, donde $\boldsymbol{\alpha}$ y $\boldsymbol{\beta} \in \mathbf{R}^+$.

1) ¿El sistema es estable en el sentido BIBO (sigla en inglés de Entrada Acotada - Salida Acotada)?
2) Justifique su respuesta, con 3 argumentos diferentes.



<u>Ejercicio 3</u> (4 puntos)

Se considera el sistema de la figura, donde $G(s) = \frac{1}{(s^2 + 5.s + 7).s}$ y $K \in R$



Determinar el rango de valores de K para que el sistema en lazo cerrado sea estable.

Carrera:	**INGENIERÍA ELÉCTRICA**	**Instituto de Ingeniería Eléctrica**
Materia:	**CONTROL**	
Asignaturas:	**SISTEMAS Y CONTROL**	**Departamento de Sistemas y Control**
Plan:	**97**	
Fecha:	**17/10/2020**	**PRUEBA PARCIAL**

Ejercicio 4 (25 puntos)

En la Figura 1 se representa un modelo simplificado de un sistema de suspensión de un automóvil. Una masa m (igual a un cuarto de la masa del automóvil) está ligada a una de las ruedas a través del sistema de suspensión de esa rueda, el cual consta de: un resorte de constante k y longitud natural l, y un amortiguador de constante b.

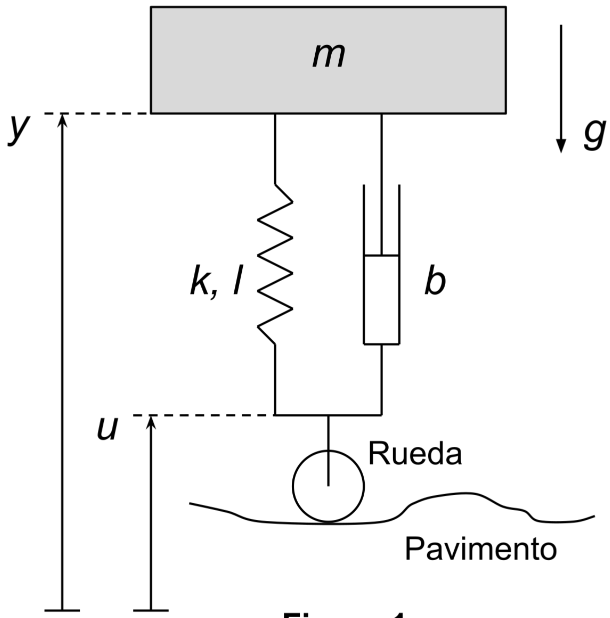


Figura 1

Las alturas de los dos extremos del sistema de suspensión (con respecto al nivel del mar) se denotan u e y, como se representa en la Figura 1. El extremo inferior es solidario al eje de la rueda, mientras que el extremo superior es solidario a la masa m. Se supone que la rueda, rígida y de masa despreciable, nunca pierde contacto con el pavimento, y que la masa permanece con su centro de gravedad sobre el eje de la rueda. En la Figura 1, g denota la aceleración gravitatoria.

1) Hallar la ecuación diferencial que rige la dinámica del sistema de entrada u y salida y.
2) Considerar la solución de equilibrio $y = y_0$ (constante) correspondiente a $u = u_0$ (constante conocida). Hallar y_0 en función de u_0.
3) Sean $\tilde{y} = y - y_0$ y $\tilde{u} = u - u_0$.
   a) Hallar la ecuación diferencial que rige la dinámica del sistema de entrada $\tilde{u}$ y salida $\tilde{y}$. Justificar.
   b) Verificar si este sistema se puede representar como el sistema realimentado de la Figura 2. En tal caso, ¿cuál es la expresión adecuada para $L(s)$? Justificar.

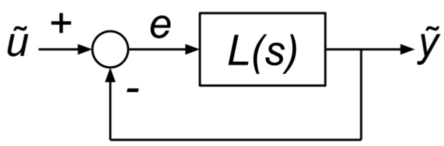


Figura 2

4) Determinar qué condiciones se deben cumplir para que ante una entrada $\tilde{u}(t) = \frac{1}{2}gt^2$
   - $\tilde{y}(t)$ no presente oscilaciones, y
   - $\lim_{t\to\infty} e(t) < y_0 - u_0$, donde $e(t) = \tilde{u}(t) - \tilde{y}(t)$.
5) Hallar una representación en variables de estado para el sistema de entrada $\tilde{u}$ y salida $\tilde{y}$. Justificar.

Para las siguientes dos partes del ejercicio, se asume que:

$$m = 500 \text{ kg}, \quad k = 10500 \text{ N/m}, \quad l = 1 \text{ m}, \quad b = 5000 \text{ Ns/m} \quad \text{y} \quad g = 10 \text{ m/s}^2.$$

6) Calcular la matriz de transición de estados asociada a la representación hallada en 5).
7) Calcular la respuesta $\tilde{y}(t)$, para $t \geq 0$, ante una entrada $\tilde{u}$ de la forma:

$$\tilde{u}(t) = 1 \quad \text{si } t < 0,$$
$$\tilde{u}(t) = 0 \quad \text{si } t \geq 0.$$

Carrera:	**INGENIERÍA ELÉCTRICA**	**Instituto de Ingeniería Eléctrica**
Materia:	**CONTROL**	
Asignatura:	**INTRODUCCIÓN A LA TORÍA DE CONTROL**	**Departamento de Sistemas y Control**
Plan:	**97**	
Fecha:	**17/10/2020**	**PRUEBA PARCIAL**

Ejercicio 5 (21 pts)

Algunas aspiradoras inteligentes incluyen un mecanismo de *docking* sobre su base de carga, que permite que el robot se conecte a su fuente de alimentación de forma autónoma.

El robot de la Figura 1 cuenta con un fotorresistor conectado a un circuito de control. Por su parte, la base de carga cuenta con una fuente de luz infrarroja que ilumina el fotorresistor, variando su resistencia eléctrica.

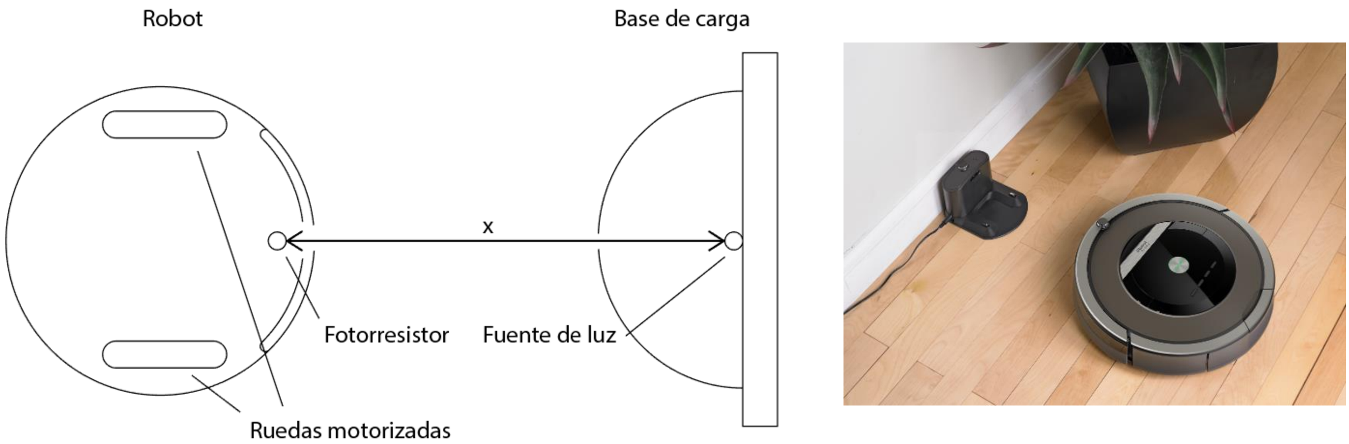


Figura 1: Robot y base cargadora. Los robots de limpieza reales usan un sistema similar, que permite guiar el robot a la base

El circuito de control al que se conecta el fotorresistor puede verse en la Figura 2. El fotorresistor conforma un divisor de tensión, cuyo voltaje de salida es amplificado por un buffer construido con un amplificador operacional ideal. El voltaje de salida del buffer es amplificado por un controlador de motor (de ganancia K), que controla un único motor que impulsa ambas ruedas.

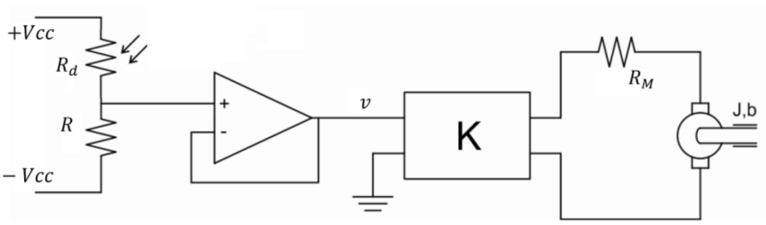


Figura 2: Circuito de control del robot

En las condiciones del problema, consideraremos que la resistencia del fotorresistor puede ser modelada
Como

$$R_d = \frac{Cx^2}{P}$$

donde

- x es la distancia entre la fuente luminosa y el fotorresistor.
- P es la potencia lumínica de la fuente luminosa
- C es una constante de unidades adecuadas

Se considera que:

- En todo momento, las ruedas del robot giran sin deslizamiento, y ambas ruedas giran la misma cantidad de grados. θ es el ángulo de giro del eje. La relación entre x y θ es $x = \alpha\theta$.
- El motor es de corriente continua, con inducido de resistencia R_M e inductancia despreciable. Ambas constantes del motor son iguales, de valor A_ϕ
- El controlador de motor tiene una ganancia K
- La inercia de todo el conjunto mecánico vista desde el eje del motor es J. El rozamiento viscoso de todo el conjunto mecánico es b

Se pide:

a. Hallar la ecuación que vincula la tensión v con la potencia P y la distancia x
b. Hallar las ecuaciones dinámicas de todo el sistema tomando P como entrada y x como salida.
c. Linealizar el sistema en torno a un punto de equilibrio con entrada $P = P_o$. Realizar un diagrama de bloques del sistema lineal y expresar el modelo matricial en variables de estado.
d. Calcular la transferencia del sistema lineal.

A partir de ahora, se consideran los siguientes valores numéricos:

$P_0 = 50mW$ $\quad \alpha = 0{,}05m$ $\quad J = 0{,}5\dfrac{Nms^2}{rad}$

$C = 50k\Omega.\dfrac{mW}{m^2}$ $\quad R_m = 1\Omega$ $\quad b = 0{,}25\dfrac{NMs}{rad}$

$V_{CC} = 10V$ $\quad A_\phi = 0{,}5\dfrac{V.s}{rad}$ $\quad K = 2{,}5$

$R = 100k\Omega$

e. Determine el valor numérico del punto de operación x_0
Debido al envejecimiento del sistema, la potencia de salida de la fuente luminosa desciende de $P_0 = 50mW$ a $P_0' = 40\ mW$. Calcular el error relativo en la predicción del modelo lineal, con respecto al no lineal, para el valor de régimen estacionario de la distancia entre la fuente luminosa y el fotorresistor

$$e = \frac{x_{lineal_{t\to\infty}} - x_{no\ lineal_{t\to\infty}}}{x_{lineal_{t\to\infty}}}$$