

Nombre: \_\_\_\_\_

C.I.: \_\_\_\_\_

Los ejercicios 1 y 2 deben ser contestados en esta hoja

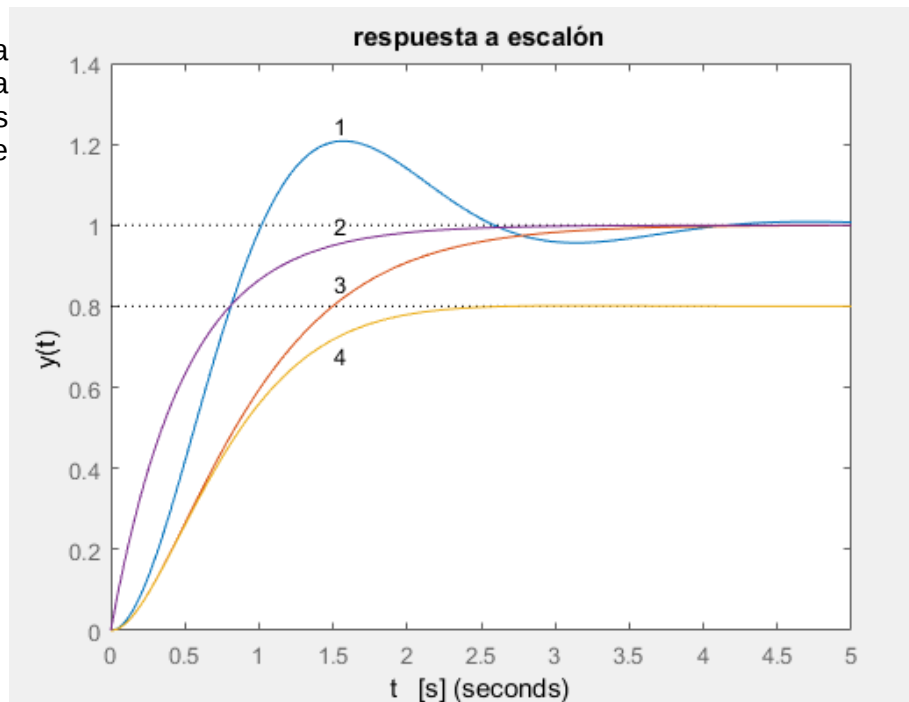
Puntaje total: 65 puntos

Tiempo disponible: 3:40 horas

**Ejercicio 1** (Total 6 puntos: hasta -1 punto por respuesta incorrecta)

Indique a cuál curva de la figura de la derecha corresponde la respuesta a escalón de los siguientes sistemas representados por sus funciones de transferencia:

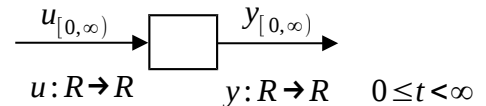
Transferencia H(s)	Curva N°
$\frac{4}{s^2+4 \cdot s+4}$	
$\frac{4}{s^2+4 \cdot s+5}$	
$\frac{5}{s^2+2 \cdot s+5}$	
$\frac{2}{(s+2)}$	



**Ejercicio 2** (Total 8 puntos: 1 punto por correcta; -1 punto por incorrecta)

Considere los siguientes sistemas.

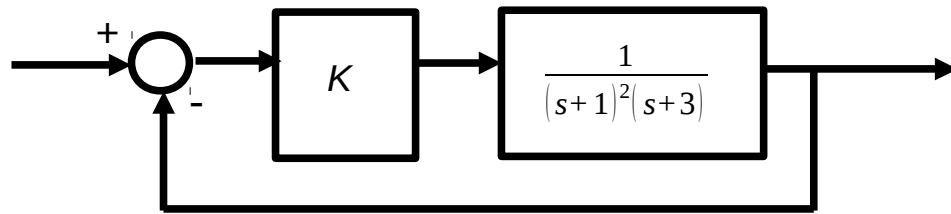
¿Son lineales? ¿Son estables?



Sistema	¿lineal?		¿estable?	
	SI	NO	SI	NO
$y(t) = \int_0^t \frac{u(\sigma)}{t-\sigma+1} \cdot d\sigma$				
$y(t) = \int_0^t \frac{u(\sigma)}{(t-\sigma+1)^2} \cdot d\sigma$				
$y(t) = \alpha \cdot u(t) + \beta$ Con $0 < \alpha < 1$ , $0 < \beta < 1$ ctes.				
$y(t) = u(\alpha \cdot t + \beta)$ Con $0 < \alpha < 1$ , $0 < \beta < 1$ ctes.				

**Ejercicio 3** (5 puntos)

Sea el sistema realimentado de la figura, donde  $K$  es un número real. Determine el conjunto de valores de  $K$  para el cual el sistema realimentado es estable.



**Ejercicio 4** (5 puntos)

Sea un sistema  $S$  caracterizado por una función de transferencia  $H$  de segundo orden sin ceros, con las siguientes particularidades:

- La ganancia en régimen vale 2
- La constante de tiempo más lenta vale 0,5 s
- Tiene un polo en  $s = -10 \text{ rad/s}$ .

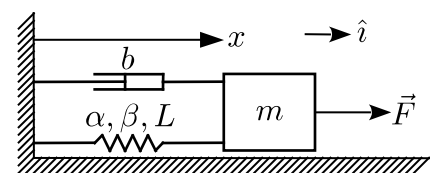
1. Encuentre los valores numéricos de la función de transferencia  $H$ .
2. Calcular la respuesta del sistema a un escalón unitario en la entrada con condiciones iniciales nulas. Hallar el valor final, el sobretiro máximo (en %), y el tiempo de asentamiento al 5% (aproximado).

Notas: Para el tiempo de asentamiento se acepta una precisión de 1 cifra decimal.

Se deberán justificar los razonamientos y aproximaciones utilizados en todo el ejercicio.

**Ejercicio 5** (15 puntos)

Se considera el sistema mecánico que se representa en la figura. Se desea controlar la posición horizontal  $x$  del cuerpo de masa  $m$  mediante la aplicación de una fuerza  $\vec{F} = F\hat{i}$  sobre el mismo. El coeficiente de viscosidad del amortiguador es  $b > 0$ . El resorte, de longitud natural  $L$ , es "suave" porque ejerce sobre el cuerpo una fuerza de la forma  $F_R = \left(-\alpha(x - L) + \beta(x - L)^3\right)\hat{i}$  donde  $\alpha, \beta > 0$ . Se asume que  $L^2 > \frac{\alpha}{\beta}$ , y que el rozamiento entre el cuerpo y la guía horizontal es despreciable.



- 1) Hallar una representación en variables de estado para el sistema, tomando  $x$  como salida y  $F$  como entrada.
- 2) Determinar la fuerza constante  $F = F_0$  (en función de  $x_0$ ) que hay que ejercer para que  $x = x_0 > 0$  sea una posición de equilibrio.
- 3) Utilizando el método del lugar de raíces, dibujar cómo varían los puntos de equilibrio  $x_0 > 0$  en función de  $F_0 > 0$ . Indicar en el dibujo los valores de  $F_0$  que sean relevantes.
- 4) Linealizar la representación en variables de estado hallada en 1) en torno a un punto de operación genérico:  $x_0 > 0, F_0 > 0$ .
- 5) Para el sistema linealizado hallado en 4): i) discutir su estabilidad en función de  $x_0 > 0$ , y ii) elegir  $b$  (en función de  $x_0 > 0$ ) de forma tal que resulte críticamente amortiguado.

## Ejercicio 6

(26 puntos)

En la Fig. 1 se representa esquemáticamente un elevador hidráulico de un taller mecánico. El mismo se utiliza para posicionar un automóvil cualquiera a la altura que requiera el trabajo de inspección o reparación.

El elevador se modela como un par de tanques comunicados: el  $T_1$  de sección  $a$  y el  $T_2$  de sección  $A$ . El caño comunicante es de largo  $L$  y sección uniforme  $c$ . Un volumen  $V_L$ , de un líquido incompresible, de densidad  $\rho$  está contenido dentro del conjunto (tanques y caño). Un actuador alimentado por un voltaje  $V$  realiza, sobre un pistón de masa despreciable contenido en  $T_1$ , una fuerza  $F = kV$ , donde  $k$  es una constante positiva y  $F > 0$  cuando la fuerza sobre el pistón es hacia abajo.

La altura de la carga de masa  $M$  (automóvil y plataforma elevadora) con respecto al piso es  $h$ .

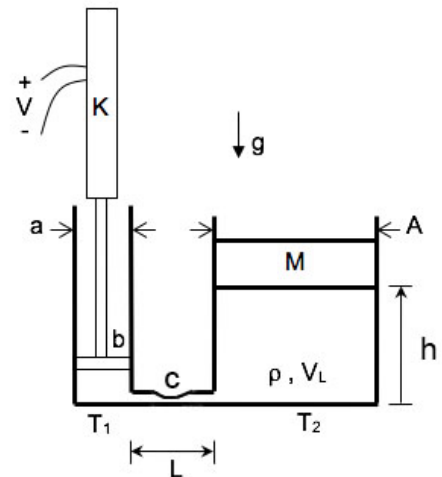


Figura 1

Suposiciones:

- La presión del líquido se puede suponer hidrostática.
- El caño comunicante se modela como una resistencia hidráulica a través de la cual el caudal es  $\gamma\sqrt{\Delta p}$ , donde  $\gamma$  es una constante y  $\Delta p$  es la caída de presión a través de la resistencia.
- El rozamiento entre el pistón (sobre el que hace fuerza el actuador) y las paredes del tanque  $T_1$  se modela como rozamiento viscoso con constante de viscosidad  $b$ .
- El rozamiento entre la carga (de masa  $M$ ) y las paredes del tanque  $T_2$  se considera despreciable.
- El líquido queda herméticamente contenido bajo el pistón dentro de  $T_1$  y bajo la carga dentro de  $T_2$ .

1. Halle una representación en variables de estado para el elevador, tomando  $V$  como entrada y  $h$  como salida.
2. Halle (en función de  $M$ ) el voltaje  $V = V_0(M)$  que se debe aplicar en bornes del actuador para mantener en equilibrio una carga de masa  $M$  a una altura de inspección nominal  $H_0$  dada. ¿Cuánto volumen de líquido ( $V_L$ ) es necesario para que esto sea posible?
3. i) Linealice el modelo hallado en 1), en torno a la configuración de equilibrio descrita en 2).  
ii) Halle la función de transferencia del modelo linealizado.

Para las restantes partes del problema se puede asumir que  $\alpha = \frac{A}{a} \gg 1$ .

4. Originalmente, el sistema tenía una fuente de alimentación que fijaba el voltaje  $V$  a un valor  $V_0(M_0)$  constante; de forma tal que para una masa nominal  $M_0$ , la altura de inspección en equilibrio resultase ser la altura nominal  $H_0$ . En esta situación, la altura de equilibrio real  $H$  depende de la masa real  $M$ . Calcule la variación  $\Delta H = H - H_0$  en función del apartamiento  $\Delta M = M - M_0$ .

5. Para trabajar con mayor flexibilidad, los mecánicos del taller diseñaron un sistema realimentado como el que se representa en la Fig. 2.

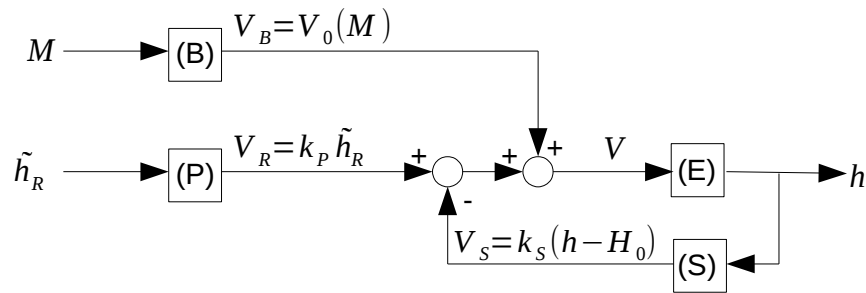


Figura 2

Un dispositivo (B), cuyo objetivo es compensar  $\Delta M$ , tiene como salida un voltaje  $V_B = V_0(M)$  que es mantenido constante durante todo el tiempo que el auto permanece sobre la plataforma elevadora.

Un sensor de posición analógico (S), tiene como salida un voltaje  $V_S = k_S(h - H_0)$ , donde  $k_S$  es una constante positiva conocida.

Los mecánicos comandan un potenciómetro lineal (P), graduado con  $\tilde{h}_R \in [-1, 1]m$  mediante el cual se modifica un voltaje  $\tilde{V}_R = k_P \tilde{h}_R$ , donde  $k_P$  es una constante positiva conocida. Se asume que  $H_0 > 1m$ .

- Utilice el modelo linealizado, para calcular la altura de equilibrio de la plataforma elevadora correspondiente a  $\tilde{h}_R = 1m$  (constante).
- Calcule la función de transferencia  $\tilde{h}/\tilde{h}_R$  del sistema realimentado, donde  $\tilde{h} = h - H_0$ .