INSTITUTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
DEPARTAMENTO DE
SISTEMAS Y CONTROL

INTRODUCCIÓN A LA
TEORÍA DEL CONTROL
PARCIAL 2010

PRUEBA PARCIAL

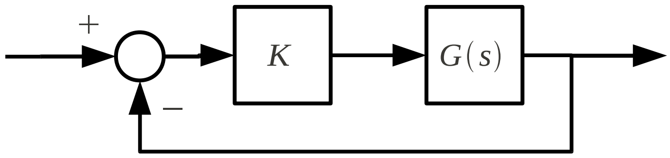
(65 puntos) Tiempo disponible: 3:40 horas

Ejercicio 1 (24 puntos)

Sea un sistema de tercer orden sin ceros, con ganancia en continua igual a 2, un polo con constante de tiempo igual a $0{,}5$, y un par de polos complejos con parte real igual a -11 y parte imaginaria igual a $\pm 3\sqrt{3}$.

1) Halle la función de transferencia $G(s)$ del sistema descripto. Indique los valores de la relación de amortiguamiento y de la frecuencia natural de oscilación no amortiguada de los polos complejos de este sistema.

Se quiere modificar el comportamiento del sistema. Para ello, se implementa el sistema de control de la figura, donde K es una constante positiva cuyo valor se habrá de elegir.



2) Realice un dibujo donde se muestre cómo varían los polos del sistema controlado en función de K, indicando en él toda la información posible y justificándola.
3) Analizando el dibujo anterior, indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, discutiendo según K (para cada afirmación indique el valor o rango de valores de K para el cual la afirmación es verdadera). Justifique sus respuestas exclusivamente en base al dibujo.
   a. El sistema realimentado exhibe una respuesta con error en régimen nulo ante una entrada escalón.
   b. El sistema realimentado exhibe una respuesta sin componentes sinusoidales ante una entrada escalón.
   c. El sistema realimentado exhibe una respuesta con componente sinusoidal de amplitud creciente linealmente con el tiempo ante alguna entrada sinusoidal.
4) Se desea tener polos con parte real igual a -1. Halle el valor, los valores, o el rango de valores de K para el cual esto se cumple. ¿Es posible simplificar la función de transferencia de lazo cerrado para alguno de los valores hallados? Justifique y, en caso de ser posible, encuentre una función de transferencia aproximada.

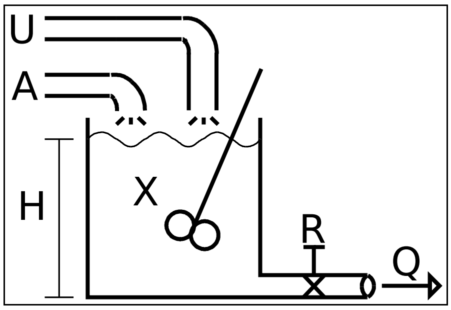
Ejercicio 2 (4 puntos)

Un sistema es modelado por la siguiente ecuación diferencial ordinaria, donde u es la entrada y y es la salida.

$$\frac{d^3 y}{d t^3}+5\frac{d^2 y}{d t^2}+7\frac{d y}{d t}+3y=2\frac{d^2 u}{d t^2}+\frac{d u}{d t}+4u$$

Utilizado únicamente bloques sumadores, proporcionales e integradores, construya un diagrama de bloques que represente al sistema, minimizando la utilización de bloques integradores.

Ejercicio 3 (19 puntos)



Se trabaja en una planta de una industria de procesos químicos en la cual el proceso a estudiar es la dinámica de la mezcla de dos componentes líquidos de densidades distintas. La mezcla se efectúa en un tanque de sección uniforme S y se puede suponer la concentración X (volumen del líquido 1 / volumen de la mezcla) homogénea en todo el tanque. Los caudales de alimentación de los líquidos 1 y 2 son U y A respectivamente, y el caudal de salida de la mezcla es Q.

Se considera que:

- Hay conservación de volumen y masa en la mezcla.
- Los caudales son volumétricos.
- La densidad del líquido 1 es ρ_1 y la del líquido 2 es ρ_2.
- La densidad de la mezcla ρ_m se supone uniforme dentro del tanque.
- H es el nivel de la mezcla en el tanque.
- El flujo es turbulento, por lo cual se cumple que $Q = K\sqrt{\Delta P}$, donde K es constante y ΔP es la diferencia de presión en la válvula R.
- La presión absoluta en cualquier punto del tanque vale $P(z) = P_{atm} + \rho_m g z$, donde z se mide a partir de la superficie libre del tanque.

Considerando $[U, A]^T$ como la entrada al sistema y $[X, Q]^T$ como la salida, se pide:

1) Hallar las ecuaciones que describen la dinámica del sistema.

2) Linealizar las ecuaciones del sistema en un entorno del punto de trabajo:

$$H = H_0 + h \;\; ; \;\; Q = Q_0 + q \;\; ; \;\; U = U_0 + u \;\; ; \;\; A = A_0 + a \;\; ; \;\; X = X_0 + x \;\; .$$

Hallar un modelo en variables de estado del sistema.

3) Datos numéricos (para ser utilizados exclusivamente en esta parte del ejercicio):

$$\rho_1 = 2\rho_2 \;\; ; \;\; H_0 = 2{,}5 \;\; ; \;\; Q_0 = 0{,}6 \;\; ; \;\; X_0 = 0{,}5 \;\; ; \;\; S = 1{,}0$$ en unidades compatibles.

Considere un nuevo punto de funcionamiento del sistema, con el caudal U incrementado un 10 % y el caudal A decrementado un 10 %. Calcule los errores relativos entre los valores de régimen de las salidas, obtenidos por el modelo lineal y el no lineal $\left(e^{rel} = \dfrac{Valor_{no\,lineal} - Valor_{lineal}}{Valor_{no\,lineal}} \right)$.

Ejercicio 4 (Total 10 puntos: 1 punto por correcta; -1 punto por incorrecta)

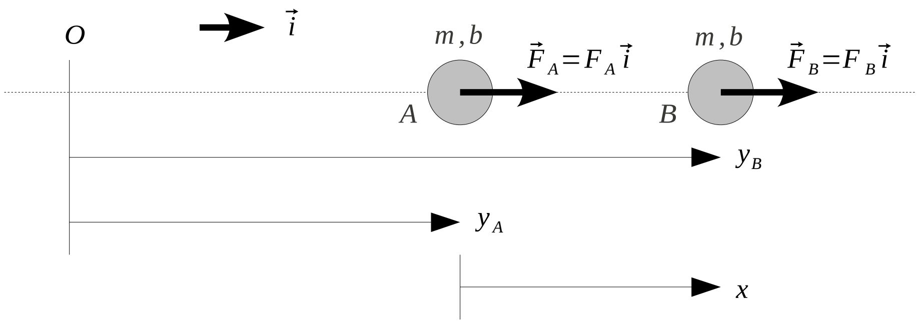
Cada fila de la siguiente tabla corresponde a un sistema lineal e invariante en el tiempo cuya respuesta a impulso se indica en la primer columna. Indique, en cada caso, si el sistema es BIBO estable y si es causal y de parámetros concentrados.

Respuesta a impulso	¿Es BIBO estable?		¿Es causal y de parámetros concentrados?	
	SI	NO	SI	NO
$sen(2t+\pi/6)\cdot Y(t)$				
$e^{-3t} sen(5t+\pi/4)\cdot Y(t+1)$				
$Y(t-1)$				
$\delta(t)$				
$\delta(t-1)$				

Nota: $Y(t)$ es el escalón de Heaviside y $\delta(t)$ es la delta de Dirac.

Fue un error. No se descontaron puntos.
El ejercicio valía globalmente 8 puntos.

<u>Ejercicio 5</u> (Total 8 puntos~~: 1 puntos por correcta; -1 puntos por incorrecta~~)



En la figura se representan dos estudiantes de ingeniería, A y B, ambos de igual masa m, que corren por la rambla (la cual se asume recta). $\vec{F}_A = F_A \vec{i}$ y $\vec{F}_B = F_B \vec{i}$ son las componentes horizontales de las fuerzas que, por acción y reacción, el piso ejerce sobre A y B respectivamente; donde $\vec{i}$ es el versor que se representa en la figura.

Se supone que el aire ejerce una fuerza de rozamiento viscoso sobre cada corredor caracterizada por una constante de viscosidad b. Las posiciones de A y B, respecto a un punto fijo O, se denotan por y_A y y_B respectivamente. Sea $x = y_B - y_A$.

En el instante $t=0$: $y_A(0)=0$; $\frac{d\,y_A}{d\,t}(0)=0$; $y_B(0)=L>0$ y $\frac{d\,y_B}{d\,t}(0)=V>0$.

A quiere correr junto a B, pero B quiere correr a una distancia prudente de A. Para esto, A adopta una estrategia $F_A = F_A\left(x, \frac{d\,x}{d\,t}\right)$ y B adopta una estrategia $F_B = F_B\left(L-x, \frac{d\,(L-x)}{d\,t}\right)$. Se entiende que "$A$ gana y B pierde" si $\exists t_1 > 0$ tal que $\forall t \geqslant t_1$ se verifica: $|x(t)| \leqslant \frac{L}{10}$. En caso contrario, "$A$ pierde y B gana".

Complete la siguiente tabla justificando cada respuesta.

Caso	F_A	F_B	¿Es posible que el resultado de la contienda sea: "A gana y B pierde"? (Complete **SI** o **NO**)	¿Qué condiciones deben verificar k_A y k_B para que el resultado de la contienda sea: "A gana y B pierde"? (Responda solamente en los casos que corresponda)
I	$k_A x$	$k_B(L-x)$		
II	$k_A \frac{d\,x}{d\,t}$	$k_B(L-x)$		
III	$k_A x$	$k_B \frac{d\,(L-x)}{d\,t} = -k_B \frac{d\,x}{d\,t}$		
IV	$k_A \frac{d\,x}{d\,t}$	$k_B \frac{d\,(L-x)}{d\,t} = -k_B \frac{d\,x}{d\,t}$		

<u>Nota:</u> En todos los casos se asume que: $k_A > 0$ y $k_B > 0$.

Por un error de digitación; esta "x" no apareció en la versión impresa que se entregó en el parcial. Aunque no tiene sentido una estrategia de lazo abierto para el corredor A, se corrigió teniendo en cuenta el error; lo cual conlleva a que |x(t)| tienda a infinito para t tendiendo a infinito (es decir, A pierde).