Lab. Medidas Físicas

Práctica 3 - Oscilaciones Amortiguadas

Objetivos

En esta práctica estudiaremos el movimiento de un sistema masa-resorte con amortiguamiento viscoso. Se diseñará una experiencia que permita determinar la constante elástica del resorte utilizado, así como el coeficiente de amortiguamiento viscoso b para diferentes medios. También se pretende afirmar los conceptos y herramientas de análisis de datos trabajadas en las clases anteriores.

1. Fundamento Teórico

La **elasticidad** es la propiedad de un material de recuperar su tamaño y forma original después de ser comprimido o estirado por una fuerza externa. En muchos materiales (metales y minerales) la deformación es directamente proporcional a la fuerza. Esto se conoce como la ley de Hooke, publicada en 1678 por Robert Hooke, uno de los científicos experimentales más importantes de la historia. Sin embargo, si la fuerza supera determinado valor, el material queda deformado permanentemente y la ley de Hooke ya no es válida. La máxima fuerza que un material puede soportar antes de quedar permanentemente deformado se llama **límite de elasticidad**.

Ahora supongamos un sistema masa resorte con amortiguamiento como el de la figura 1:

La fuerza ejercida por el resorte debido a su estiramiento o compresión es:

$$F_e = -k\,(y - l_0) \tag{1}$$

donde k es la constante elástica del resorte y l_0 su longitud natural, de modo que $(y - l_0)$ representa la elongación respecto a la longitud natural. Por otro lado, fuerza viscosa ejercida por el medio (aire, agua, etc.) se puede modelar como:

$$F_v = -b\dot{y} \tag{2}$$

Teniendo en cuenta las fuerzas que actúan sobre la masa descritas por las ecuaciones 1 y 2 además del peso, se llega a la siguiente ecuación de movimiento,

$$-k\,(y - l_0) - b\dot{y} + mg = m\ddot{y} \tag{3}$$

donde g es la aceleración gravitatoria terrestre y m la masa que oscila unida al resorte.

Si hallamos la posición de equilibrio:

$$\begin{cases} \dot{y} = 0 \\ \ddot{y} = 0 \quad \rightarrow y_0 = l_0 + mg/k \end{cases} \tag{4}$$

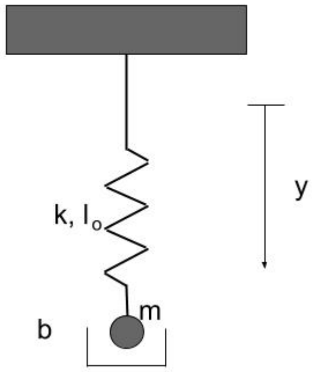

Figura 1: Sistema masa resorte con amortiguamiento

Realizando el cambio de variable: $x = y - y_0$, se resuelve la ecuación 3 para obtener la ley $x\,(t)$, que representa la posición de la masa respecto de la posición de equilibrio (elongación) en función del tiempo, involucrando los parámetros propios del sistema (masa, constante del resorte, constante de amortiguamiento).

Ejercicio 1: Realizar el cambio de variable planteado en la parte anterior y obtener la ley horaria del movimiento.

Según la relación que vincule los parámetros del sistema existen tres tipos de soluciones para la ec.3:

a. Si $b^2 > 4mk$ el movimiento de la masa es **sobreamortiguado** y el gráfico de la elongación en función del tiempo será como se muestra en la Figura 2.

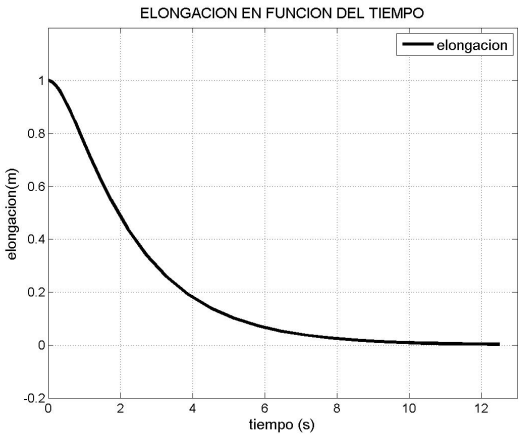

Figura 2: Gráfica de la elongación en función del tiempo para el caso sobreamortiguado.

b. Si $b^2 < 4mk$, se dice que el movimiento es **subamortiguado** y el gráfico de la elongación en función del tiempo será como se muestra en la Figura 3.

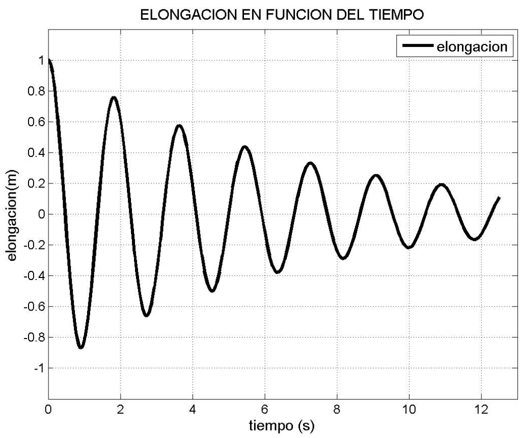

Figura 3: Gráfica de la elongación en función del tiempo para el caso subamortiguado.

c. Si $b^2 = 4mk$ se dice que existe **amortiguamiento crítico** y el gráfico de la elongación en función del tiempo será como se muestra en la Figura 4.

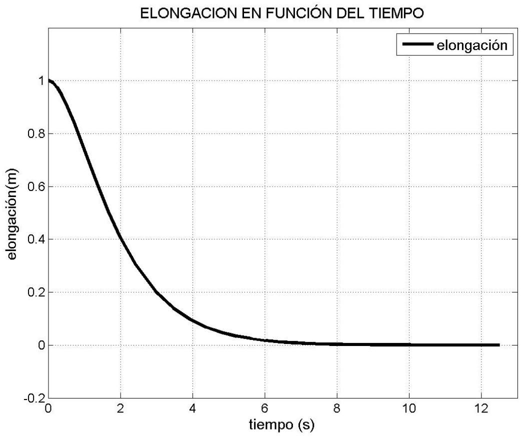

Figura 4: Gráfica de la elongación en función del tiempo para el caso de amortiguamiento crítico.

Ejercicio 2: Para el caso subamortiguado:

a. Verificar que la expresión $x(t)$ que se presenta a continuación es solución de la ecuación de movimiento obtenida en el Ejercicio 1, para el caso subamortiguado:

$$\begin{aligned} &x(t) = A(t)\, sen\,(wt - \phi) \quad A(t) = A_0 e^{-t/\tau} \\ &w^2 = w_0^2 - \left(\frac{1}{\tau}\right)^2 \\ &\tau = \frac{2m}{b} \qquad\qquad w_0^2 = \frac{k}{m} \end{aligned} \tag{5}$$

El coeficiente b corresponde al coeficiente de amortiguamiento y la curva $A(t)$ es la envolvente de $x(t)$.

b. Pensar como aplicaría el método de Mínimos Cuadrados para obtener el valor de b y de A_0 y sus respectivas incertidumbres. ¿Qué significado físico tiene el valor obtenido de A_0?

c. Demostrar que si despreciamos el coeficiente de amortiguamiento viscoso (b) la constante del resorte esta dada por la expresión:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \tag{6}$$

d. A partir de la ecuación 6 hallar una expresión para la incertidumbre en k.

2. Dispositivo experimental

Para realizar esta experiencia se cuenta con un sistema masa - resorte, que puede oscilar tanto en aire como en agua. La posición de la masa será determinada utilizando un sensor de ultrasonido, cuyo funcionamiento se describe en el apéndice.

- Discutan en grupos que metodología pueden utilizar para determinar el valor de la constante elástica del resorte. Se dispone para eso de varias masas diferentes.
- Antes de comenzar a medir se debe analizar qué cuidados experimentales deben tomarse para cumplir las hipótesis del modelo teórico que se quiere aplicar para el análisis.
- Los datos obtenidos deberán ser exportados desde LoggerPro a un archivo de texto para poder analizarlos utilizando el programa SciDavis o similar. Visualizando la curva obtenida para $x(t)$, infiera a cuál de los movimientos oscilatorios que estudiamos corresponde.
- Encontrar b y su incertidumbre. Para obtener el valor de b, se deberá ajustar los valores de amplitudes máximas por una función adecuada, utilizando el método de Mínimos Cuadrados.
- Determinar el periodo T de oscilación del sistema y a partir de ese valor calcular k y su incertidumbre.
- Con el valor de b y de k obtenidos graficar la función elongación en función del tiempo que se desprende del modelo teórico (Ec. 5) y compararla con la gráfica obtenida experimentalmente.
- Graficar la energía mecánica total del sistema en función del tiempo, e interpretar los resultados que se observan.
- Las medidas y el análisis debe ser realizado para dos medios de amortiguamiento:

  a) Aire

  b) Agua

APÉNDICE: Características del Detector de Movimiento

El detector de movimiento emite pequeños paquetes de ondas de ultrasonido desde un transductor ubicado en su interior. El detector entonces escucha el eco de las ondas que fueron reflejadas por cierto objeto que se interpuso en su camino. El instrumento mide el tiempo que tardan las ondas en llegar al objeto y volver al detector, usando este tiempo y la velocidad del sonido en el aire, determina la distancia al objeto. La sensibilidad del circuito detector del eco se incrementa de a pasos por cada milisegundo que transcurre, con el fin de tener en cuenta la atenuación de las ondas si el objeto se encuentra lejos del detector. Las ondas son emitidas en un cono con un ángulo de aproximadamente 15 a 20 grados, medidos desde el centro del eje de la fuente, como se muestra en la figura 5. Las especificaciones del detector de movimiento proporcionadas por el fabricante se encuentran en la tabla 1.

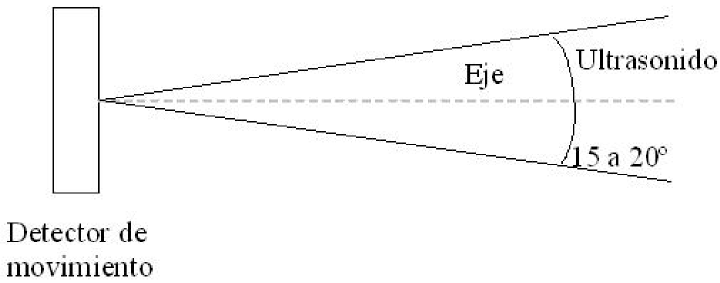

Figura 5: Esquema del detector de movimiento con el cono de ondas de ultrasonido

Cuadro 1: Especificaciones del detector de movimiento

Frecuencia del ultrasonido	$40KHz$
Resolución	$2mm$
Exactitud típica	$2mm$
Rango mínimo	$0,4m$
Rango máximo	$6m$
Velocidad del ultrasonido	$343m/s$
Alimentación	$51mA@5VDC$