

# Optimización de Problemas de Producción

Docentes:

Fernando Islas – Joaquín Correa – Carlos Testuri

Departamento de Investigación Operativa. Instituto de Computación.  
Facultad de Ingeniería. Universidad de la República

2024

- 1 A cargo docente con participación estudiantil:
  - ▶ Formulación y resolución de modelos mediante Ramificado y Acotamiento (*Branch and Bound*): 3 clases.
  - ▶ Dualidad y análisis de sensibilidad: 1 clase.
  - ▶ Implementación computacional de modelos mediante GLPK: 3 clases.
- 2 A cargo estudiantil con participación docente :
  - ▶ Trabajo grupal sobre modelo con evaluación y consultas en clases de monitoreo: 6 clases
  - ▶ Presentación y evaluación oral de trabajos: 3 clases

- EVA-OPP
- Programa 2024
- Cronograma

Según trabajo grupal (2 o 3 estudiantes) e individual:

- En taller con desarrollo de informe [70 %]
- Participación en clases de monitoreo [10 %]
- Presentación y evaluación oral de trabajos [20 %]

¿Qué es?

¿Para qué se usa?

¿Qué es?

¿Para qué se usa?

- Una representación simplificada de cierto problema o realidad que se construye para estudiarlo, comprenderlo y tratar de controlarlo.
- Permite realizar experimentos que en la realidad son muy costosos o imposibles.
- Ofrece apoyo a la toma de decisiones.

- Debe ser completo y realista: incorporar las entidades y relaciones esenciales del problema o realidad.
- Fácil de entender y usar: representación entendible del problema o realidad y resolución comprensible en tiempos razonables.
- Puede haber más de un modelo adecuado para un mismo problema o realidad.

¿Cuáles podrían ser?

¿Cuáles podrían ser?

- Complejidad del problema puede hacer difícil desarrollar modelos adecuados e interpretables.
- Supuestos simplificadores que pueden hacer al modelo no preciso e inferir de estas conclusiones inexactas sobre el problema.
- Disponibilidad de datos y calidad de los mismos.

## Modelo Cuantitativo

- Basado en aspectos observables del problema susceptibles de cuantificación.
- Se modela según atributos cuantificables mediante cantidades numéricas, representable matemáticamente.
- Se trabaja con modelos de *optimización* o *programación matemática*, los que consisten en encontrar la mejor decisión, entre un conjunto factible, con respecto a una función objetivo.

Su formulación involucra:

- ▶ datos (denominados parámetros)
- ▶ decisiones (variables algebraicas)
- ▶ un objetivo (función sobre datos y decisiones)
- ▶ conjunto factible de decisiones (explícito y/o implícito: restricciones sobre variables)

Sea  $X$  el conjunto factible y  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  la función objetivo.

En el caso de maximización de  $f$ , se busca elegir  $x^* \in X$  tal que para todo  $x \in X$  se cumple  $f(x^*) \geq f(x)$

- Clasificación (relevante para la resolución):
  - ▶ Programación Lineal (LP)
  - ▶ Programación Entera (IP)
  - ▶ Programación Lineal y Entera (MILP)
  - ▶ Programación No Lineal (NLP)
  - ▶ Programación No Lineal y Entera (MNLP)
- Formulación: Sea  $X$  el conjunto factible y  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  la función objetivo. En el caso de maximización de  $f$ , se busca elegir  $x^* \in X$  tal que para todo  $x \in X$  se cumple  $f(x^*) \geq f(x)$ , equivalente a:

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & f(x) \\ \text{s.a} & x \in X. \end{array}$$

# Construcción de un Programa Matemático



- Traducir a lenguaje matemático cuantitativo la descripción verbal del problema a resolver.
- Definir:
  - ▶ Parámetros
  - ▶ Variables de decisión
  - ▶ Función objetivo
  - ▶ Restricciones

- Aquellos valores que surgen del análisis de la realidad, y que no están bajo el control de quién toma las decisiones.
- La determinación entre variables de decisión y parámetros puede ser una tarea difícil; por ejemplo, el precio de venta de un producto o la demanda a satisfacer.

## Parámetros: ejemplos

- Costo variable de producir
- Costo fijo de realizar una actividad
- Costo de mantener en inventario
- Precio o ganancia neta de venta
- Demanda a satisfacer de un producto
- Capacidad máxima de producción
- Capacidad máxima de almacenamiento
- Cantidad mínima para una actividad

- Aquellas cantidades para las que se puede determinar su valor, porque están bajo el control de quién toma las decisiones.
- Son las cantidades que interesa optimizar, cumpliendo ciertas condiciones; es decir, las respuestas que se están buscando de un problema.
- Pueden usarse variables auxiliares para facilitar la legibilidad o la resolución del modelo.

## Variables de decisión: ejemplos

- Cantidad a producir
- Cantidad a vender
- Cantidad horas-persona
- Cantidad de materiales
- Cantidad de inventario
- Cuando realizar una actividad
- Donde ubicar una planta, equipo o producto

# Función Objetivo

- Es la expresión que se quiere optimizar (minimizar o maximizar) y que vincula las variables de decisión con algunos de los parámetros (costos, precios, etc).
- Para un problema puede haber más de un objetivo posible a seleccionar (objetivo único o múltiples objetivos).
- Se debe tener presente que los valores que no están relacionados a las variables, no son optimizables.
- Puede haber situaciones en donde no haya una función a optimizar que resulte de forma natural.

## Función Objetivo: ejemplos

- Minimizar costos de producción
- Maximizar la ganancia
- Maximizar la cantidad a producir
- Minimizar los tiempos de producción
- Minimizar las cantidades de materiales
- Minimizar cambios de producción
- Maximizar el uso de materiales
- Min/Maximizar cantidad de personas

## Restricciones: definición

- Expresiones que involucran variables y parámetros que representan las exigencias que debe cumplir la solución buscada.
- Su formulación requiere en general de esfuerzo y habilidad, que se logra con la práctica.
- La forma y su cantidad inciden en la dificultad de resolución del modelo.

## Restricciones: ejemplos

- Limitaciones en la capacidad de producción
- Demanda a satisfacer
- Relaciones de balance de entrada/salida
- Cantidad de recursos materiales, financieros o humanos disponibles
- Consideraciones de calidad o sociales que se deben respetar
- Conjunto de valores posibles que pueden tomar las variables de decisión
- Dominio de variables: no negativas, binarias, etc

- Por distintas circunstancias puede ser necesario “suavizar” una restricción para adecuarla a situaciones en que hay flexibilidad: se permite producir “un poco” por arriba de la capacidad; se está dispuesto a “no cumplir exactamente” con la demanda estipulada.
- Para atender la necesidad de suavizar las restricciones suele ser necesario agregar variables, nuevas restricciones y modificar la función objetivo.

## Consideraciones para construir un modelo adecuado

- Que sea fácil de entender, fácil de detectar errores y fácil de resolver.
- Establecer buenas prácticas de nomenclatura para los distintos componentes.
- Un modelo compacto puede ser más eficiente a la hora de su resolución, pero más difícil de entender y de interpretar su solución.
- Considerar las unidades de medida de los distintos componentes para evitar problemas numéricos con la resolución.
- Tener en cuenta la importancia de la linealidad del modelo para su resolución.

- Se usan paquetes informáticos que ofrecen un lenguaje para escribir el modelo, utilidades para facilitar el ingreso de datos, algoritmos eficientes para resolverlo (solvers), y facilidades para desplegar y analizar los resultados.
- El uso de paquetes informáticos facilita la tarea de mantenimiento, detección de errores y resolución de un modelo.
- Ejemplos de lenguajes: GAMS, GLPK, CPLEX, MS-Excel.

- Análisis de la solución del modelo, para comprobar su veracidad y el impacto de su implantación en la organización.
- Es necesario experimentar con el modelo.
- Tres posibles situaciones:
  - ▶ No factibilidad: restricciones contradictorias.
  - ▶ No acotado: valor objetivo ilimitado.
  - ▶ Existe solución: análisis de sensibilidad.