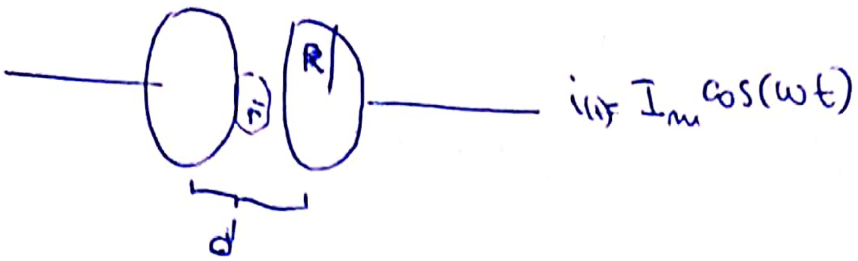
Ejercicio 3 2º parcial 2 sem 2019



a) Determine la corriente de desplazamiento id en la región entre las placas del capacitor a través del círculo de radio r $(0 < r < R)$ para todo tiempo en función de $i(t)$

Sabemos que se va a generar un campo eléctrico $\bar{E}(t)$ entre las placas, que será uniforme ya que despreciamos los efectos de borde.

Sabemos $\bar{i}_d = \varepsilon_0 \dfrac{d\Phi_E}{dt}$

El flujo del campo eléctrico a través de el área dada es:

$$\Phi_E = \int_S \bar{E}\, d\bar{A} = E \pi r^2$$ ya que el campo es uniforme entre las placas

$$E(t) = \frac{V(t)}{d} = \frac{Q(t)}{Cd}$$

$Q(t)$ es la carga, sabemos que se relaciona con la corriente de conducción $\dfrac{dQ}{dt} = i(t)$

$$i_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d E \pi r^2}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d\left(\frac{Q(t)}{Cd} \pi r^2\right)}{dt} =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \pi r^2}{Cd} \underbrace{\frac{dQ(t)}{dt}}_{i_{cond}} = \frac{\varepsilon_0 \pi r^2}{Cd} i(t)$$

al ser un capacitor de placas paralelas:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2}{d}$$

$$\Rightarrow i_d = \frac{\varepsilon_0 \pi r^2 \, d\, i(t)}{\varepsilon_0 (\pi R^2) d} = \underline{\underline{\left(\frac{r}{R}\right)^2 i(t)}}$$

b) Halle el campo magnético inducido $\bar{B}$ entre las placas del capacitor para todo tiempo en función de r $(0<r<R)$

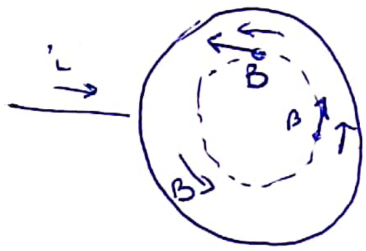
Ley de Ampere Maxwell:

$$\oint_{\mathcal{C}} \bar{B}\, d\bar{l} = \mu_0 \underbrace{i_{cond}}_{\downarrow} + \mu_0 i_d$$

corriente de desplazamiento. debida al cambio en el flujo de campo eléctrico

$$i_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Corriente de conducción que va por "cables"



$\Rightarrow$ $\bar{B}$ es tangente a la curva. El sentido es el de la mano derecha

En el espacio entre las placas del capacitor no tengo $i_{conducción}$, solo tengo i_d $\Rightarrow$

$$\oint \bar{B}\, d\bar{l} = \cancel{\mu_0 i_c} + \mu_0 i_d \Rightarrow \oint \bar{B}\, dl = \mu_0 \left(\frac{r}{R}\right)^2 i(t)$$

A un r fijo B es cte

$$\oint \bar{B}\, d\bar{l} = B(2\pi r) = \mu_0 \left(\frac{r}{R}\right)^2 i(t)$$

$$B = \frac{\mu_0 \, r^{\cancel{2}} \, i(t)}{2\pi \cancel{r} R^2} = \frac{\mu_0 r\, i(t)}{2\pi R^2}$$

c) EL vector de pointing $\bar{S}$ se define como

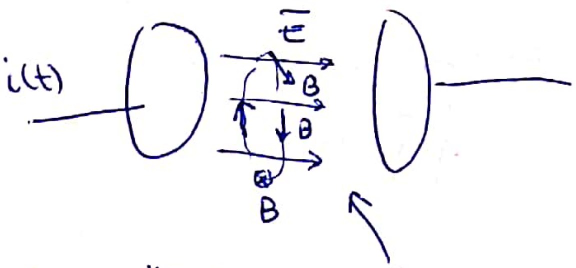
$$\vec{S}(r,t) = \frac{1}{\mu_0} E(r,t) \times \bar{B}(r,t)$$

$\bar{B}(r,t)$ lo calculamos recién

$$\bar{E}(r,t) : \frac{V_c(t)}{d} = \frac{q(t)}{C d} \Rightarrow q(t) = \int_0^t I_m \cos(\omega t)\, dt = $$

$$= \frac{+I_m}{\omega} \operatorname{sen}(\omega t)$$

$$\bar{E}(r,t) = \frac{+I_m}{C d \omega} \operatorname{sen}(\omega t)$$



$$\Rightarrow |\bar{S}| = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{+I_m}{C d \omega} \operatorname{sen}(\omega t) \right) \cdot \left(\frac{\mu_0 R\, i(t)}{2\pi R^2} \right) \cdot \operatorname{sen}(\pi/2)$$

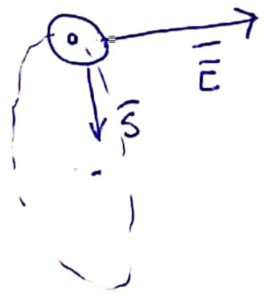
$$= \frac{+1}{\cancel{\mu_0}} \frac{I_m}{C d \omega} \operatorname{sen}(\omega t) \cdot \cancel{\mu_0} \frac{I_m \cos(\omega t)}{2\pi R}$$

Ē
B
$\bar{E} \perp \bar{B}$

$$= \frac{+I_m^2}{2\pi R C d \omega} \operatorname{sen}(\omega t) \cos(\omega t) = \frac{+I_m^2}{2 \omega \varepsilon_0 \pi^2 R^3} \operatorname{sen}(\omega t) \cos(\omega t)$$

reemplazando $C = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2}{d}$

en la dirección de $-\check{r}$



notar que $|E| \neq cB$

ya que no se trata de ondas viajando en el vacío (ondas planas).