

# Comunicaciones Digitales

## Práctico 11

### Codificación de canal: códigos convolucionales

Cada ejercicio comienza con un símbolo el cuál indica su dificultad de acuerdo a la siguiente escala:  $\blacklozenge$  básica,  $\star$  media,  $\ast$  avanzada, y  $\spadesuit$  difícil.

#### $\star$ Ejercicio 1

En varias normas de televisión digital, como por ejemplo ISDB-T y DVB-T para televisión terrestre, DVB-S para televisión satelital e ITU-T J.83 para televisión por cable, se especifica un código convolucional (1, 2, 6) con secuencias generadoras (polinomios generadores)  $g^{(0)} = 171_{OCT}$  y  $g^{(1)} = 133_{OCT}$ .

- Dar el diagrama de conexiones para este código convolucional.
- Obtener la secuencia de salida si la entrada es (10011010).
- Volver a hacer el cálculo para la secuencia (10000000).

Se la siguiente matrix de *puncturing*:

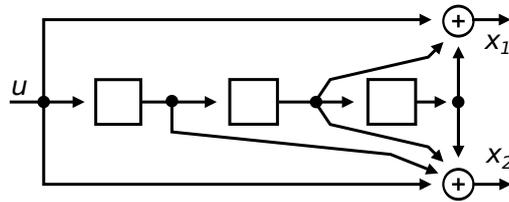
Tasa del código	Matriz de <i>puncturing</i>	Secuencia de transmisión
1/2	$v_1 : 1$ $v_2 : 1$	$v_1[0], v_2[0]$
2/3	$v_1 : 10$ $v_2 : 11$	$v_1[0], v_2[0], v_2[1]$
3/4	$v_1 : 101$ $v_2 : 110$	$v_1[0], v_2[0], v_2[1], v_1[2]$
5/6	$v_1 : 10101$ $v_2 : 11010$	$v_1[0], v_2[0], v_2[1], v_1[2], v_2[3], v_1[4]$
7/8	$v_1 : 1000101$ $v_2 : 1111010$	$v_1[0], v_2[0], v_2[1], v_2[2], v_2[3], v_1[4], v_2[5], v_1[6]$

- Volver a hacer los cálculos anteriores para cada una de las tasas disponibles.

#### $\ast$ Ejercicio 2

Sea el código convolucional de la imagen.

- Obtener las secuencias generadoras del código.



- (b) Escribir el diagrama de estados del código.
- (c) Obtener la secuencia de salida si la entrada es (10010)
- (d) Determinar los estados por los que pasó el codificador para generar la secuencia de salida.
- (e) Obtener la secuencia enviada si la palabra recibida es (1001010101010011), ¿hubo errores en la transmisión?

### \*Ejercicio 3

El algoritmo Viterbi es un estimador de máxima verosimilitud. Esto es, dada una secuencia recibida  $\mathbf{r}$ , busca la secuencia enviada  $\mathbf{x}$ , tal que  $\mathbf{r}$  sea la secuencia recibida más probable.

Sea un código convolucional de una entrada, dos salidas y  $m$  retardos  $(1, 2, m)$ , y sea  $\mathbf{u}$  una entrada de largo  $L$  codificada en una secuencia  $\mathbf{x}$  de largo  $2(L+m)$ ; la probabilidad de haber recibido  $\mathbf{r}$  dado que se envió  $\mathbf{x}$  a través de un canal discreto y sin memoria (DMC) es:

$$P(\mathbf{r}|\mathbf{x}) = \prod_{i=0}^{2(L+m)-1} P(r_i|x_i)$$

con  $P(r_i|x_i)$  la probabilidad de recibir  $r_i$  dado que se envió  $x_i$ .

Es posible maximizar la ecuación anterior, tomando logaritmo de ambos lados de la igualdad:

$$\log P(\mathbf{r}|\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^{2(L+m)-1} \log P(r_i|x_i)$$

El algoritmo Viterbi resuelve entonces el siguiente problema:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \max_{\mathbf{x} \in C} \log P(\mathbf{r}|\mathbf{x})$$

Probar entonces que para un canal binario simétrico (BSC) resolver la ecuación anterior es equivalente a buscar la palabra de código  $\hat{\mathbf{x}}$  que tenga menor distancia de Hamming con la palabra recibida  $\mathbf{r}$ .