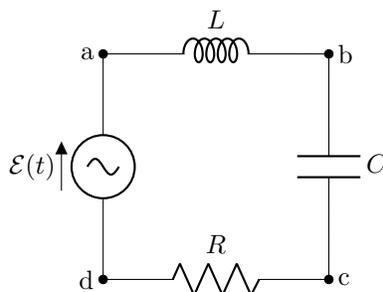


Resolución del ejercicio 2

Práctico 10

En la figura $R = 15.0\Omega$, $C = 4.72\mu\text{F}$ y $L = 25.3\text{mH}$. El generador proporciona un voltaje senoidal de 75.0V (*rms*) a una frecuencia $\nu = 550\text{Hz}$.

- Calcule la amplitud *rms* de la corriente.
- Halle los voltajes *rms* V_{ab} , V_{bc} , V_{cd} , V_{ac} , V_{bd} .
- ¿Qué potencia promedio se disipa en cada uno de los tres elementos del circuito?



- El fasor asociado al voltaje en la fuente es $\tilde{\mathcal{E}}(t) = \mathcal{E}_0 e^{j\omega t}$, donde \mathcal{E}_0 es la amplitud del voltaje, y $\omega = 2\pi\nu$ la frecuencia angular. El fasor asociado a la intensidad en el circuito es \tilde{I} , que verifica

$$\tilde{\mathcal{E}} = Z\tilde{I}$$

donde Z es la impedancia total del circuito. Como el circuito está compuesto por elementos en serie, la impedancia total es la suma de las impedancias de cada elemento. Recordamos que la impedancia de una resistencia es $Z_R = R$, la de un capacitor es $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$, y la de un inductor es $Z_L = j\omega L$. Entonces la impedancia total es

$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Esto es en general (si la parte imaginaria no es 0) un número complejo, que puede escribirse como $Z = |Z|e^{i\phi}$, con $\phi = \arctan(\text{Im}Z/\text{Re}Z)$. Entonces sustituyendo en la expresión para la intensidad tenemos

$$\tilde{I} = \frac{\mathcal{E}_0}{|Z|} e^{i(\omega t - \phi)}$$

Vemos entonces que el máximo de la intensidad es

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_0}{|Z|}$$

Como $I_m = \sqrt{2}I_{rms}$, y $\mathcal{E}_0 = \sqrt{2}\mathcal{E}_{rms}$, tenemos

$$I_{rms} = \frac{\mathcal{E}_{rms}}{|Z|} = \frac{\mathcal{E}_{rms}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Usando que $\omega = 2\pi\nu$ obtenemos

$$I_{rms} = 2.49\text{A}$$

- b) i. El potencial V_{ab} , que es el potencial en el inductor, tiene un fasor asociado

$$\tilde{V}_{ab} = Z_L \tilde{I} = j\omega L \tilde{I}$$

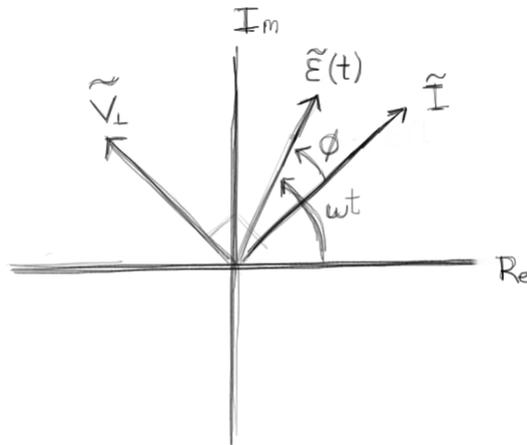
por lo que está adelantado un ángulo de $\frac{\pi}{2}$ respecto a \tilde{I} (recordar que $j = e^{i\pi/2}$). El potencial *rms* es

$$V_{ab}^{rms} = \frac{|\tilde{V}_{ab}|}{\sqrt{2}} = \frac{\omega L I_m}{\sqrt{2}} = \omega L I_{rms}$$

entonces

$$V_{ab}^{rms} = 217.7V$$

En la siguiente figura se muestra el diagrama de fasores para el voltaje en la fuente, el voltaje en el inductor, y la intensidad.



Observación: La intensidad está atrasada respecto al voltaje en la fuente porque la parte imaginaria de la impedancia es positiva $\omega L > \frac{1}{\omega C}$. Entonces, el ángulo ϕ es mayor a 0.

- ii. El potencial V_{bc} , que es el potencial en el capacitor, tiene un fasor asociado

$$\tilde{V}_{bc} = Z_C \tilde{I} = \frac{1}{j\omega C} \tilde{I}$$

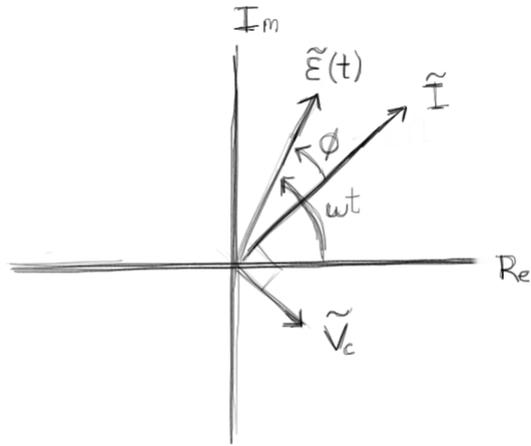
por lo que está atrasado un ángulo de $\frac{\pi}{2}$ respecto a \tilde{I} . El potencial *rms* es

$$V_{bc}^{rms} = \frac{|\tilde{V}_{bc}|}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}\omega C} = \frac{I_{rms}}{\omega C}$$

entonces

$$V_{bc}^{rms} = 152.7V$$

En la siguiente figura se muestra el diagrama de fasores para el voltaje en la fuente, el voltaje en el capacitor, y la intensidad.



iii. El potencial V_{cd} , que es el potencial en la resistencia, tiene un fasor asociado

$$\tilde{V}_{cd} = Z_R \tilde{I} = R \tilde{I}$$

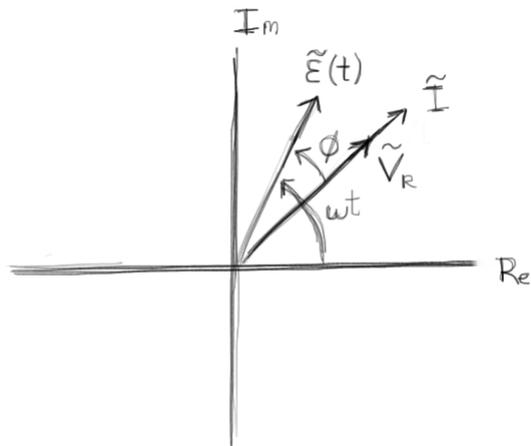
por lo que está en fase con \tilde{I} . El potencial *rms* es

$$V_{cd}^{rms} = \frac{|\tilde{V}_{cd}|}{\sqrt{2}} = \frac{R I_m}{\sqrt{2}} = R I_{rms}$$

entonces

$$V_{cd}^{rms} = 37.4V$$

En la siguiente figura se muestra el diagrama de fasores para el voltaje en la fuente, el voltaje en la resistencia, y la intensidad.



iv. El potencial V_{ac} tiene un fasor asociado

$$\tilde{V}_{ac} = Z_{ac}\tilde{I} = \left(j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) \tilde{I} = j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \tilde{I}$$

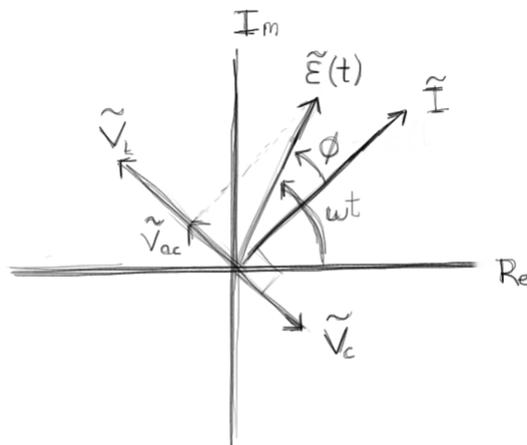
donde Z_{ac} es la impedancia total entre los puntos a y c , que es la suma de las impedancias del inductor y el capacitor. El potencial *rms* es

$$V_{ac}^{rms} = \frac{|\tilde{V}_{ac}|}{\sqrt{2}} = \frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C}) I_m}{\sqrt{2}} = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_{rms}$$

entonces

$$V_{ac}^{rms} = 65.0V$$

En la siguiente figura se muestra el diagrama de fasores para el voltaje en la fuente, el voltaje en el inductor, el voltaje en el capacitor, \tilde{V}_{ac} , y la intensidad.



v. El potencial V_{bd} tiene un fasor asociado

$$\tilde{V}_{bd} = Z_{bd}\tilde{I} = \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right) \tilde{I} = \left(R - j\frac{1}{\omega C} \right) \tilde{I}$$

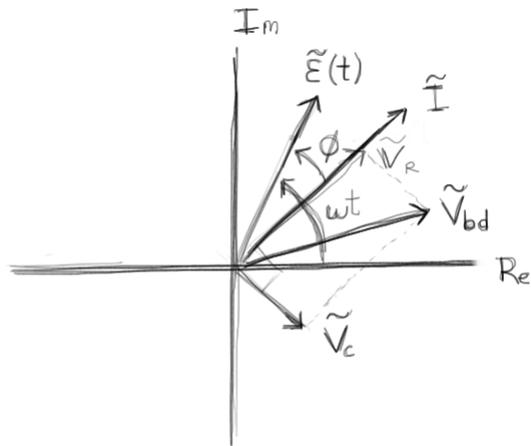
donde Z_{bd} es la impedancia total entre los puntos b y d , que es la suma de las impedancias del capacitor y la resistencia. El potencial *rms* es

$$V_{bd}^{rms} = \frac{|\tilde{V}_{bd}|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} I_m}{\sqrt{2}} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} I_{rms}$$

entonces

$$V_{bd}^{rms} = 157.2V$$

En la siguiente figura se muestra el diagrama de fasores para el voltaje en la fuente, el voltaje en el capacitor, el voltaje en la resistencia, \tilde{V}_{bd} , y la intensidad.



- c) i. La potencia promedio recibida por el inductor es

$$\bar{P}_L = V_L^{rms} I_{rms} \cos \phi_L$$

donde ϕ_L es el ángulo entre el fasor de voltaje en el inductor y el fasor de intensidad. Como teníamos

$$\tilde{V}_L = j\omega L \tilde{I}$$

ese ángulo es $\pi/2$, y entonces

$$\boxed{\bar{P}_L = 0}$$

- ii. La potencia promedio recibida por el capacitor también es 0, ya que teníamos

$$\tilde{V}_C = -j \frac{1}{\omega C} \tilde{I}$$

entonces el ángulo ϕ_C es $-\pi/2$, y entonces

$$\boxed{\bar{P}_C = 0}$$

- iii. El voltaje en la resistencia está en fase con la corriente

$$\bar{P}_R = V_R^{rms} I_{rms} \cos \phi_R = R I_{rms}^2$$

entonces

$$\boxed{\bar{P}_R = 93W}$$