

# **ESTABILIDAD DE TENSION**

Introducción

Bases matemáticas del análisis

Métodos de análisis

Indices y márgenes

Medidas correctivas

# **INTRODUCCION**

## **Descripción de casos reales de colapso de tensión**

### **Francia,Diciembre 1978**

Un descenso de temperatura no previsto provoca un importante incremento de carga (4600 MW en 1 hora) principalmente en la zona de París, que sobrecarga todo el sistema de 400 kV debido a la necesidad de traer potencia desde zonas alejadas del Este del país, y provoca tensiones bajas en toda la red.

Se intenta solucionar el problema bloqueando los automatismos de los reguladores bajo carga de transformadores de primario 400 kV, que habitualmente mantienen la tensión en valores constantes en la red de 230 kV

No se consigue controlar totalmente el descenso de tensión, y comienzan a operar protecciones de sobrecarga en diversas líneas del sistema.

El resultado final es la salida de servicio de buena parte de la red, el funcionamiento “en isla” de los subsistemas que sobreviven y el peor apagón de Francia en la postguerra.

El fenómeno total se desarrolla durante algo más de una hora, y un intento desafortunado de reenergización (trayendo potencia esta vez desde el Oeste del país) provoca un segundo gran colapso.

### **Bretaña (Francia), Enero 1987**

Se produce la falla intempestiva de tres unidades generadoras en la central de Cordennais. Trece segundos después el último generador de la central sale de servicio a causa del excesivo calentamiento del rotor provocado por el intento de mantener el suministro de potencia reactiva a la red. Esta última falta inicia un fenómeno de colapso de tensiones en la zona.

Dado que la frecuencia no varió significativamente (a causa, seguramente, de que el balance de potencia activa se mantuvo, pero a costa de transportar potencia desde generadores lejanos hasta la zona en falta), no actuaron los relés de desenganche de carga por subfrecuencia.

El colapso se controla varios minutos después a costa del desenganche manual de cargas.

### **Suecia, Diciembre 1983**

El problema se inicia con una falta en una estación 400/220 kV que alimenta la zona de Estocolmo, y que “arrastra” la salida de servicio de 2 de las 7 líneas 400 kV que alimentan Estocolmo desde las centrales hidráulicas del Norte.

Las 5 líneas de 400 kV restantes se sobrecargan, pero el sistema sobrevive hasta que los automatismos de los cambiadores bajo carga de los transformadores en la zona de Estocolmo comienzan a tratar de restituir la tensión en las cargas. Esto provoca un aumento en la potencia de carga que esta vez no es soportado por las líneas de 400 kV, que son disparadas por relés de sobrecarga o relés de distancia (que “ven” el aumento de corriente y disminución de tensión como si fueran cortocircuitos en las líneas). La zona de Estocolmo queda aislada, y el déficit de generación no puede ser resuelto por los esquemas de desenganche de carga por subfrecuencia, provocándose un apagón total en esa zona por algo así como 1 hora.

La duración total desde la falta inicial hasta el colapso es del orden de 1 minuto.

### **Japón, Julio 1987**

Se produce un aumento de demanda muy por encima de lo previsto en un día inusualmente caluroso.

Pese a que se entran en servicio todos los bancos de condensadores disponibles, la tensión comienza a decrecer, y en aproximadamente 10 minutos (con tensiones del orden de 0.75 p.u) la actuación de relés (probablemente relés de distancia, por un motivo similar al explicado en el caso sueco) provoca la salida de servicio de 3 estaciones 500 kV, y un apagón importante en la zona de Tokyo.

Se cree que la característica potencia-tensión de la carga (aparatos de aire acondicionado, con característica de potencia casi constante) fue un factor decisivo en el colapso.

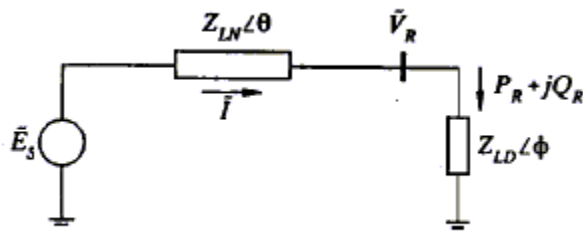
Estos incidentes descritos tienen algunas características comunes:

- Las perturbaciones que los provocan pueden ser importantes (salidas de líneas, generadores, etc.) o no (aumentos progresivos de carga)
- Se mantiene por un cierto tiempo el suministro de las cargas sin variaciones relevantes de frecuencia
- Son fenómenos lentos, por lo que tienen tiempo de actuar los automatismos lentos de control de tensión.
- Se terminan produciendo caídas de tensión más allá de lo esperado
- El despeje final de los incidentes lo realizan relés convencionales ( $Z<$ ,  $I>$ , etc.)

## **Principales factores que influyen en el colapso de tensión**

- Carga excesiva en el sistema
- Balance de potencia reactiva (demanda excesiva, caída de potencia reactiva excesiva en líneas de transporte, generación insuficiente)
- Variación de la carga con la tensión. Observar que la ley de variación de la carga con la tensión puede cambiar con el tiempo (ej: motores de inducción que se frenan por baja tensión)
- Acción de cambiadores de tomas bajo carga de los transformadores (si restituyen la tensión del lado de la carga, pueden contribuir a aumentar la carga, de acuerdo con la ley de variación potencia-tensión) y otros controles lentos (termostatos, relés de calentamiento, etc.) en períodos de baja tensión. (es un caso particular de “variación de carga con la tensión”)
- Desempeño de equipos de compensación de reactiva (condensadores, compensadores síncronos, etc.) cuando la tensión baja en el sistema.

**Ejemplo introductorio :Línea radial,sin pérdidas**



**a)Carga con potencia independiente de la tensión**

Supuesta la línea sin pérdidas ( $\theta=90^\circ$  en la figura), las ecuaciones de régimen son:

$$P_R = E_S \cdot V_R \cdot B_{LN} \cdot \text{sen}(\delta)$$

$$Q_R = E_S \cdot V_R \cdot B_{LN} \cdot \text{cos}(\delta) - V_R^2 \cdot B_{LN}$$

$$B_{LN} = 1/X_{LN}$$

$$\delta = \text{Angulo de } V_R \text{ respecto de } E_S$$

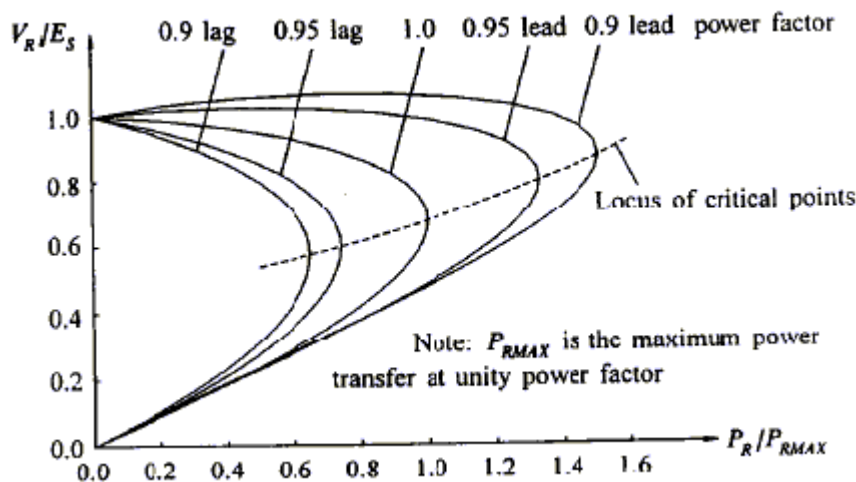
Suponiendo  $Q_R = k \cdot P_R$ , con  $k = \text{tg } \phi$  ( $\text{cos } \phi = \text{factor de potencia de la carga}$ ), y eliminando  $\delta$ :

$$P_R^2 + (k \cdot P_R + V_R^2 \cdot B_{LN})^2 = (E_S \cdot B_{LN})^2 \cdot V_R^2$$

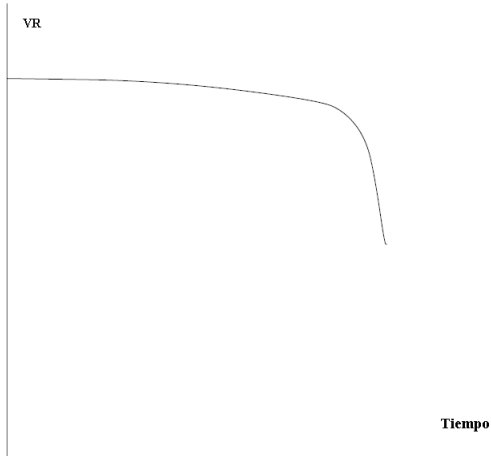
Dado  $E_S$  (tensión controlada en bornes del generador), para cada  $P_R$ , se pueden dar 3 situaciones:

- a) existen dos soluciones para  $V_R$
- b) existe un valor máximo de  $P_R$  para el cuál hay una sólo solución para  $V_R$
- c) por encima de ese valor máximo de  $P_R$  (que es función del factor de potencia de la carga) no hay solución para  $V_R$  (el sistema de potencia “pierde” su punto de equilibrio: se produce un **colapso de tensión**)

Se suele describir este resultado a través de “curvas PV” como las indicadas más abajo.



Si se aumenta  $P_R$  por encima del máximo ,ya no alcanza con nuestro sencillo modelo de régimen:para saber qué ocurre con la tensión es necesario resolver el sistema algebraico-diferencial de ecuaciones que modelan el sistema de potencia.Si uno lo hiciera,se llegaría a que  $V_R$  sufre un descenso brusco de tensión al llegar al valor máximo de  $P_R$ .La brusquedad del descenso hace particularmente difícil proteger esta perturbación por medio de relés de subtensión convencionales.



Si se agrega junto a la carga un banco de condensadores de admitancia  $B'$ :

$$P_R^2 + (k.P_R + V_R^2.(B_{LN} - B'))^2 = (E_S.B_{LN})^2.V_R^2$$

La ecuación obtenida es formalmente similar a la anterior:el banco de condensadores modifica el punto en que se produce el colapso de tensión,**pero no lo evita**.

La misma conclusión se obtiene si uno probase “evitar” el colapso colocando junto a la carga un equipo (compensador síncrono o similar) que produzca reactiva en forma independiente de la tensión (como lo muestran las gráficas P-V de más arriba)

## b) Carga de impedancia constante

Si la impedancia de carga es de parte resistiva  $R_{LD}$ :

$$V_R^2/R_{LD} = E_S \cdot V_R \cdot B_{LN} \cdot \text{sen}(\delta)$$

$$k \cdot V_R^2/R_{LD} = E_S \cdot V_R \cdot B_{LN} \cdot \text{cos}(\delta) - V_R^2 \cdot B_{LN}$$

Eliminando  $\delta$ :

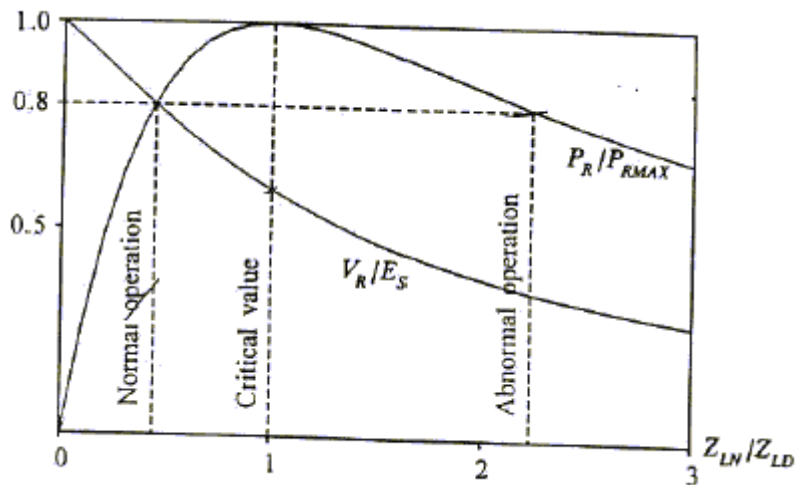
$$V_R \cdot K' = E_S \cdot (B_{LN})$$

$$K' = (1/R_{LD}^2 + (k/R_{LD} + B_{LN})^2)^{1/2}$$

Por lo tanto: dado  $E_S$ , para cada  $R_{LD}$  existe una única solución para  $V_R$

Existe un valor máximo de  $P_R$  (que es función del factor de potencia de la carga) que se puede transportar a la carga, **pero no se produce el colapso de tensión.**

Si se desea funcionar con valores de  $R_{LD}$  por debajo del correspondiente al  $P_R$  máximo pueden aparecer inestabilidades vinculadas al control (p.ej: en esa zona la potencia disminuye si se aumenta la carga)



## Definición de estabilidad de tensión

Un sistema de potencia está funcionando en un estado de equilibrio estable desde el punto de vista de la tensión cuando:

- a) Las tensiones en todas las barras están dentro de un rango aceptable
- b) Si se produce una perturbación en el sistema, éste es capaz de retornar en un tiempo aceptable a un estado de equilibrio (igual o distinto al anterior) en que las tensiones en todas las barras están dentro de un rango aceptable.

### Comentarios:

En relación a la definición matemática de estabilidad de un sistema dinámico en torno a un punto de equilibrio, se introduce la exigencia adicional de que la tensión esté dentro de un rango aceptable luego de la perturbación (p.ej: se puede exigir que luego de la falta la tensión no esté por debajo de 0,8 p.u durante más de 700 ms).

El **colapso de tensión** descrito anteriormente es sólo una de las posibles formas de inestabilidad de tensión

### Clasificación de casos posibles:

a) Perturbaciones rápidas (faltas, salida de generación, etc.):

Se estudian por medio de un análisis conjunto con el análisis de estabilidad transitoria clásico de las perturbaciones de este tipo (simulación en el tiempo para resolver el sistema de ecuaciones algebraico-diferenciales que modela al sistema de potencia). Observar que para que las simulaciones clásicas de estabilidad transitoria puedan aplicarse a analizar la estabilidad de tensión es imprescindible que los modelos del sistema de potencia conserven las barras de carga (modelos “structure preserving”)

b) Perturbaciones lentas (variaciones de carga)

Se pueden estudiar ya sea a través de:

- a) métodos estáticos (resolución del sistema de ecuaciones algebraicas que modelan el sistema de potencia en régimen) o (si se desea mayor precisión)
- b) métodos dinámicos: simulaciones con tiempos de simulación que pueden ser más largos que los de la estabilidad transitoria (minutos)  $\Rightarrow$  se hace necesario incorporar dinámicas “lentas”: cambiadores de tomas bajo carga, controles termostáticos, controles de calentamiento de generadores, etc.

La inestabilidad de tensión a causa de las perturbaciones lentas origina en la mayor parte de los casos un “colapso de tensión”, del tipo que se describió en el ejemplo del sistema radial

### Comentario

A diferencia de la estabilidad de ángulo, aun las perturbaciones lentas requieren de **métodos no lineales** de resolución, dado que (a la larga) uno termina “alejándose” mucho del punto de equilibrio inicial.



# BASES MATEMATICAS DEL ANALISIS DE LA ESTABILIDAD DE TENSION A LAS PERTURBACIONES LENTAS

## Modelo general del sistema de potencia

El modelo general a considerar del sistema de potencia es de la forma:

$$\frac{dx}{dt}=f(x,y,\lambda) \text{ (máquinas y sus sistemas de control,etc.)}$$

$$g(x,y,\lambda)=0 \text{ (red de transmisión)}$$

x: Variables de estado (ángulos y velocidades de los rotores de las máquinas respecto a una de referencia, variables de estado de los sistemas de control)

y: Variables de ligadura (módulos de tensiones, ángulos de todas las barras “reales” (excluyendo barras internas de máquinas), variables de ligadura de los sistemas de control)

$\lambda$ : Parámetro escalar (parámetro de variación de carga)

(Observar que  $\lambda$  no se hace depender del tiempo: se supone de variación lenta, y el sistema se analiza en forma **cuasiestática**)

## Comentario

En los modelos clásicos de los sistemas de potencia las ecuaciones diferenciales corresponden a las ecuaciones de “swing” de las máquinas, y las ecuaciones algebraicas a las ecuaciones de flujo de cargas de la red.

Si  $g_y \neq 0 \Rightarrow$  se puede despejar “y” de las ecuaciones algebraicas (teorema de la función implícita) y el sistema se reduce a:

$$\frac{dx}{dt}=h(x,\lambda)$$

## Bifurcaciones de sistemas dinámicos

Consideramos sistemas dinámicos de la forma  $\frac{dx}{dt}=h(x,\lambda)$ , con h diferenciable y con derivadas parciales continuas

A medida que  $\lambda$  varía (con continuidad) van cambiando los puntos de equilibrio y las trayectorias del sistema.

Un sistema se dice que es “localmente estructuralmente estable” para un valor del parámetro  $\lambda$ , si para variaciones pequeñas del parámetro las soluciones del sistema se comportan en forma cualitativamente “parecida”

En particular:

-se mantiene el número de puntos de equilibrio

-los puntos de equilibrio, sean éstos estables o inestables, se comportan “parecido” desde el punto de vista de la estabilidad local.

### [Definición formal:

Se dice que el sistema es localmente estructuralmente estable para un valor del parámetro  $\lambda^*$  si existe un entorno de  $\lambda^*$  tal que para cada  $\lambda$  en ese entorno :

a) El número de puntos de equilibrio asociados a  $\lambda^*$  y  $\lambda$  es el mismo

b) Es posible encontrar entornos de los correspondientes puntos de equilibrio  $x^*$  y  $x$  en que se establezca una familia (paramétrica en el tiempo) de relaciones continuas 1 a 1 que conserve el sentido del tiempo y que haga corresponder:

-a cada punto de equilibrio  $x^*$  asociado a  $\lambda^*$  un punto de equilibrio  $x$  asociado a  $\lambda$

-a cada trayectoria del sistema asociado a  $\lambda^*$  en un entorno de  $x^*$  una trayectoria del sistema asociada a  $\lambda$  en un entorno de  $x$  ]

Si para un valor del parámetro el sistema no es estructuralmente estable en torno a un punto de equilibrio, se dice que éste es una **bifurcación** del sistema dinámico.

#### Caso particular: Sistemas Lineales

$dx/dt=A(\lambda).x$       $\lambda \in \mathbb{R}$  ,  $x \in \mathbb{R}^n$  ,  $A_{n \times n}$  diferenciable con continuidad en  $\lambda$

$x=0$  es el único punto de equilibrio si  $A$  es invertible

Para un  $\lambda=\lambda_0$  dado sea  $m$  el número de autovalores de parte real positiva (“clase” de la matriz) y  $n-m$  el número de autovalores de parte real negativa ,supuestos todos distintos.

Suponemos que no hay autovalores de parte real nula (en particular:  $A(\lambda_0)$  es invertible).El punto  $x=0$  se denomina en tal caso **hiperbólico**.

Las soluciones del sistema son de la forma  $x=\sum c_j v_j e^{\mu_j t}$  ( $\mu_j$  autovalor ,  $v_j$  vector propio asociado)  $\Rightarrow$  existe un subespacio de dimensión  $m$  “inestable” (las trayectorias que comienzan en un punto del subespacio cerca del origen divergen de él) y un subespacio complementario de dimensión  $n-m$  “estable” (las trayectorias que comienzan en un punto del subespacio cerca del origen convergen a él).

Por continuidad ,esta situación se mantendrá en un entorno de  $\lambda_0 \Rightarrow$  en  $\lambda_0$  el **sistema es estructuralmente estable**

Por lo tanto:para los sistemas lineales las bifurcaciones se deben buscar para los valores del parámetro en que la matriz tiene autovalores **de parte real nula** (el punto de equilibrio se dice **no hiperbólico**)

#### Caso general:Sistemas no lineales

$dx/dt=h(x,\lambda)$       $\lambda \in \mathbb{R}$  ,  $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  con derivadas parciales continuas.

Se prueba (Teorema de Hartmann- Großman) que para que un punto de equilibrio  $(x_0 , \lambda_0)$  sea de bifurcación es necesario que sea **no hiperbólico** para el jacobiano  $h_x(x,\lambda)$  calculado en  $(x_0 , \lambda_0)$ .

#### Tipos de bifurcación

Según que el autovalor de parte real nula tenga o no también su parte imaginaria nula,se distinguen los siguientes dos tipos de bifurcaciones:

**Bifurcación silla-nodo:**Cuando el jacobiano tiene un autovalor igual a cero

**Bifurcación de Hopf:**Cuando el jacobiano tiene un autovalor no nulo de parte real cero

#### **Bifurcaciones silla-nodo**

El modelo clásico de la bifurcación silla-nodo está dado por la llamada “forma normal”:  
 $dx/dt= -x^2 -\lambda$  ,  $x,\lambda \in \mathbb{R}$ .

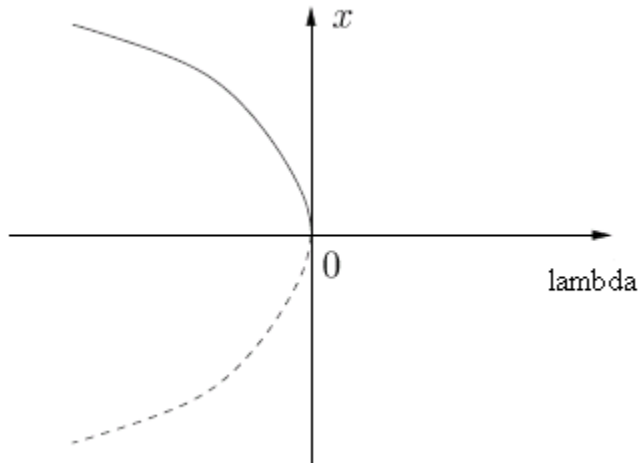
El correspondiente jacobiano de  $h(x, \lambda)=-x^2 -\lambda$  es  $h_x(x, \lambda)=-2x$ ,por lo que la solución de esta ecuación diferencial tiene las siguientes propiedades:

a) Los puntos de equilibrio describen la parábola  $x^2 = -\lambda$ , en que la rama superior es de puntos de equilibrio estables y la inferior de puntos de equilibrio inestables. Este lugar de los puntos de equilibrio en el plano  $(x, \lambda)$ , identificando los estables y los inestables, se denomina “diagrama de bifurcación”

b) El origen es un punto de bifurcación silla-nodo, y respecto a ese punto el comportamiento del sistema es:

-con 2 puntos de equilibrio, uno estable y el otro inestable, si  $\lambda < 0$

-sin puntos de equilibrio si  $\lambda > 0$ . (Se puede verificar que, en este caso, la solución  $x(t)$  de la ecuación diferencial es decreciente. P.ej: si  $x(0)=0$  la solución es  $x(t) = -\sqrt{\lambda} \cdot \tan(\sqrt{\lambda} \cdot t)$ )



(Observar la similitud del diagrama de bifurcación con los diagramas V-P del sencillo ejemplo de la línea radial, y de la variación de  $x(t)$  para el caso  $x(0)=0$  con la variación de la tensión durante el colapso de tensión)

Bajo ciertas condiciones (condiciones de genericidad, que se cumplen “habitualmente” en los sistemas reales) el comportamiento visto de la forma normal es típico de los sistemas no lineales  $dx/dt = f(x, \lambda)$  multidimensionales ( $x \in \mathbb{R}^n$ ) que dependen de un parámetro ( $\lambda \in \mathbb{R}$ ), y en que el jacobiano se hace singular (se “anula”) para un cierto  $(x_0, \lambda_0)$ , con  $x_0$  de equilibrio: dos puntos de equilibrio que se “funden” en  $(x_0, \lambda_0)$  y luego “desaparecen”.

[El sustento teórico de esta afirmación está dado por el **Teorema de Sotomayor**. El lector interesado puede consultar, por ejemplo, el libro “Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcation of vector fields”, de J. Guckenheimer y P. Holmes]

Observación: En forma análoga, se pueden imponer condiciones fáciles de cumplir por los sistemas reales, de forma de caracterizar el comportamiento de una clase muy amplia de sistemas dependientes de un parámetro que sufren bifurcaciones provocadas por la anulación de la parte real de un par de autovalores conjugados (bifurcación de Hopf). Se deduce que, en cierto sentido, las bifurcaciones silla-nodo y de Hopf son las “únicas” que pueden sufrir los sistemas dependientes de un parámetro escalar.

### **Relación entre el colapso de tensiones y la bifurcación silla-nodo**

**La moderna teoría de la estabilidad de tensión asocia el fenómeno del colapso de tensión a la aparición de una bifurcación silla-nodo en el sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas que modela un sistema de potencia con un parámetro de carga variable.**

Esta asociación es puramente heurística, y se basa en que los incidentes ocurridos de colapso de tensión se caracterizan por la desaparición del punto de equilibrio, y una declinación posterior monótona (a diferencia de la bifurcación de Hopf, que se evidencia por tener modos oscilatorios) e inicialmente lenta de algunas de las tensiones de barra. Todas estas propiedades son típicas de los sistemas que sufren una bifurcación silla-nodo.

Esta asociación, por lo tanto, sugiere la necesidad de calcular **los puntos de anulación del jacobiano del sistema** a efectos de detectar el punto de colapso.

# METODOS DE ANALISIS DE LA ESTABILIDAD DE TENSION

## Tipos de métodos

Según lo ya mencionado, y de acuerdo al tipo de perturbación, la estabilidad de tensión se puede analizar a través de dos tipos de métodos:

a) Dinámicos, que consisten en la resolución numérica (simulación) del sistema de ecuaciones diferenciales y algebraicas que modelan el sistema.

Estos métodos tienen las siguientes características principales:

- son válidos tanto para perturbaciones rápidas como lentas
- los períodos de estudio son más largos que los de Estabilidad Transitoria en el caso de las perturbaciones lentas
- se deben incorporar en el caso de las perturbaciones lentas modelos de dinámica lenta que no se necesitan en los estudios de estabilidad transitoria: conmutadores bajo carga, variación de las cargas con las tensiones cuando las tensiones son muy bajas, etc.

La principal ventaja de estos métodos es que son más precisos, y se utilizan ampliamente en la simulación “post-mortem” de incidentes reales

b) Estáticos, que consisten en la resolución del sistema de ecuaciones algebraicas que modelan el sistema en régimen, **a fin de encontrar la bifurcación silla-nodo**.

Estos métodos son válidos para analizar perturbaciones lentas.

Las ventajas de estos métodos es que son más rápidos (adecuados para aplicaciones on-line), y que permiten realizar una variedad de cálculos útiles para la planificación u operación de la red: márgenes de estabilidad, detección de las barras más comprometidas, etc.

## Métodos estáticos

### Formulación general:

Nuestro modelo de sistema de potencia es el conjunto de ecuaciones diferenciales y algebraicas:

$$dx/dt = f(x, y, \lambda)$$

$$0 = g(x, y, \lambda)$$

con  $x \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^n, \lambda \in \mathbb{R}, f: \mathbb{R}^{n+m+1} \rightarrow \mathbb{R}^m, g: \mathbb{R}^{n+m+1} \rightarrow \mathbb{R}^n$

Bajo la hipótesis de  $g_y$  no singular, eliminando las variables de ligadura se obtiene la ecuación de estado  $dx/dt = h(x, \lambda)$ , con  $h: \mathbb{R}^{m+1} \rightarrow \mathbb{R}^m$

El colapso de tensión se identifica con el estado en que el Jacobiano  $H = h_x(x, \lambda)$  de este sistema se hace singular, por lo que los métodos estáticos **consisten en resolver  $\det(H) = 0$  para un  $(x, \lambda)$  tal que  $h(x, \lambda) = 0$** .

Una dificultad de aplicación práctica es realizar la eliminación de las variables de ligadura, por lo que se acude a la siguiente forma de cálculo alternativa:

Sea  $J=(f,g)_{x,y,\lambda}$  el jacobiano del sistema de ecuaciones **completo** original:

$$f(x,y,\lambda)=dx/dt$$

$$g(x,y,\lambda)=0$$

Si ponemos J como una matriz de bloques:  $J=\begin{bmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{bmatrix}$

el teorema de la función implícita nos dice que los bloques de J y H se relacionan por medio de la expresión:

$$H= f_x- f_y \cdot g_y^{-1} \cdot g_x$$

Usando la fórmula de Schur (cálculo del determinante de una matriz por bloques) se puede deducir : **det J= det H.det g<sub>y</sub>**

Como estamos suponiendo  $\det g_y \neq 0$  ( y además acotado, lo cuál siempre se cumple en los sistemas de potencia reales), resulta **det J=0  $\Leftrightarrow$  det H=0**, por lo que no es necesario realizar la “eliminación” de las variables de ligadura “y”.

Por lo tanto: para encontrar las bifurcaciones silla-nodo: basta con buscar las singularidades del jacobiano J del sistema diferencial-algebraico “completo”

#### Relación con la convergencia del flujo de cargas

Si se simplifican las ecuaciones de “swing” de la máquina y de sus reguladores (ganancia infinita de los reguladores de tensión y velocidad, se desprecian las amortiguaciones proporcionales a la velocidad angular, etc), las barras de generación pasan a ser, simplemente, nodos en que se inyecta al sistema una potencia activa constante a tensión constante (barras “PV”), y las ecuaciones de equilibrio del sistema no son más que las ecuaciones del flujo de cargas clásico, en que:

$f(x,y,\lambda)=0$  :ecuaciones de equilibrio de potencia activa en las barras PV

$g(x,y,\lambda)=0$ :ecuaciones de equilibrio de potencia activa y reactiva en las barras PQ

x:ángulos de la tensión en las barras de generación (barras “PV”), referidos a la barra “slack”

y:módulos de tensiones en todas las barras y ángulos de la tensión de barras de carga (barras “PQ”) referidos a la barra “slack”.

$\lambda$ :parámetro que describe la variación de cargas

Cuando el sistema llega al colapso (al ir aumentando la carga en las barras seleccionadas), el flujo de cargas deja de tener solución (de acuerdo al comportamiento de la bifurcación silla-nodo).

Por lo tanto:es posible calcular aproximadamente el estado de colapso corriendo flujos de cargas sucesivos al ir variando el parámetro, hasta que el flujo deja de tener solución. La detección del colapso de esta forma es computacionalmente costosa y no muy precisa, dado que, precisamente, los flujos de carga habitualmente necesitan que el jacobiano del sistema sea invertible para poder buscar la solución por Newton Raphson. Por lo tanto: los programas de flujos de carga comerciales dejan de converger

“un poco antes” del estado de colapso, a causa de que el jacobiano del sistema se hace “casi” singular.

### Método del punto de colapso

Consiste, simplemente, en resolver el sistema de ecuaciones algebraicas que definen la bifurcación silla-nodo.

Por lo tanto, se debe resolver en  $(x, y, \lambda)$  el siguiente sistema de ecuaciones:

$$f(x, y, \lambda) = 0$$

$$g(x, y, \lambda) = 0$$

$$J(x, y, \lambda)v = 0, \quad \|v\| = 1 \quad (v \text{ es vector propio de } J \text{ en el punto de bifurcación})$$

Este sistema se puede resolver por métodos clásicos (Newton-Raphson, p.ej)

La principal desventaja de este método es que no se puede tener en cuenta en forma sencilla los límites a los que pueden llegar algunos elementos del sistema (límites de generación de reactiva de máquinas, límites de conmutadores bajo carga que regulan tensión automáticamente, etc.) al aumentar el parámetro  $\lambda$  (observar que al llegar a uno de esos límites el sistema de ecuaciones  $f=0, g=0$  cambia: si se trata de un límite de generación de reactiva, p.ej, la barra PV de la máquina cambia por barra PQ)

## Método de continuación

A fin de tener en cuenta la restricción anterior, el método de continuación va resolviendo paso a paso la ecuación de puntos de equilibrio  $f=0, g=0$  a medida que el parámetro  $\lambda$  va aumentando en “steps” discretos (puede verse como un “conjunto de flujos de carga sucesivos” al variar el parámetro de carga).

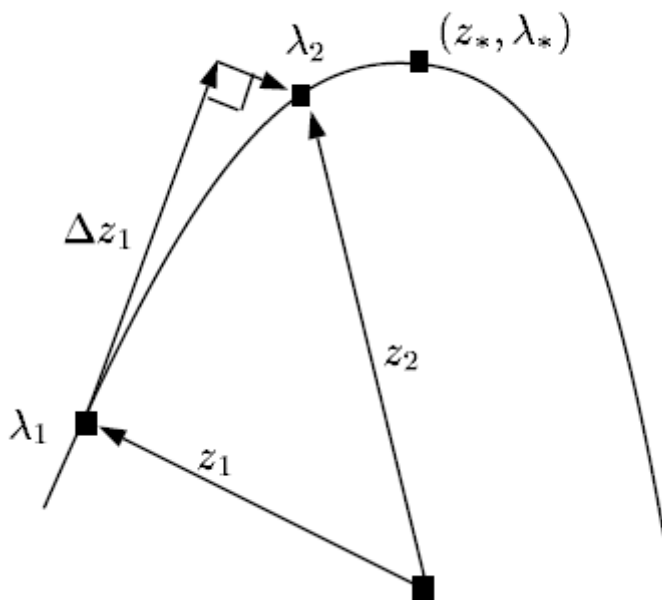
En cada paso se verifica si no se han violado límites, reformulando el sistema de ecuaciones de ser necesario, a efectos de seguir avanzando (se dice que se va “recorriendo la curva P-V” paso a paso).

El método se describe gráficamente en la figura: siendo  $z=(x,y)$ , se va “dibujando” paso a paso en el plano  $(z, \lambda)$  la curva de puntos de equilibrio del sistema a medida que varía  $\lambda$ , hasta detectar el punto de colapso (P<sub>o</sub>C en la figura).

La forma de describir esta curva paso a paso es la que se ve en la figura.

A partir de un punto de equilibrio dado se comienza por trazar la tangente a la curva.

Una primera aproximación a la curva (si el paso de cálculo es suficientemente pequeño) es la propia tangente. Un cálculo más preciso se obtiene encontrando un nuevo punto de la curva sobre la perpendicular a la tangente.





# INDICES Y MARGENES DE ESTABILIDAD DE TENSION

## Introducción

Tanto en la planificación de la red como en su operación es importante tener una idea cuantitativa de qué “tan lejos” está el sistema de sufrir un colapso de tensión. Los indicadores de cercanía al punto de colapso se denominan “índices” cuando son parámetros matemáticos sin una clara interpretación física (p.ej:el módulo de un valor propio),y “márgenes” si son una magnitud física (p.ej:cantidad de potencia activa)

Cabe destacar que la magnitud de la tensión en las barras del sistema no es un buen indicador, dado que la tensión se puede mantener “bastante bien” hasta muy cerca del colapso (hay una muy alta alinealidad entre las tensiones y el aumento de carga cerca del colapso)

## Indices y márgenes derivados de las curvas P-V

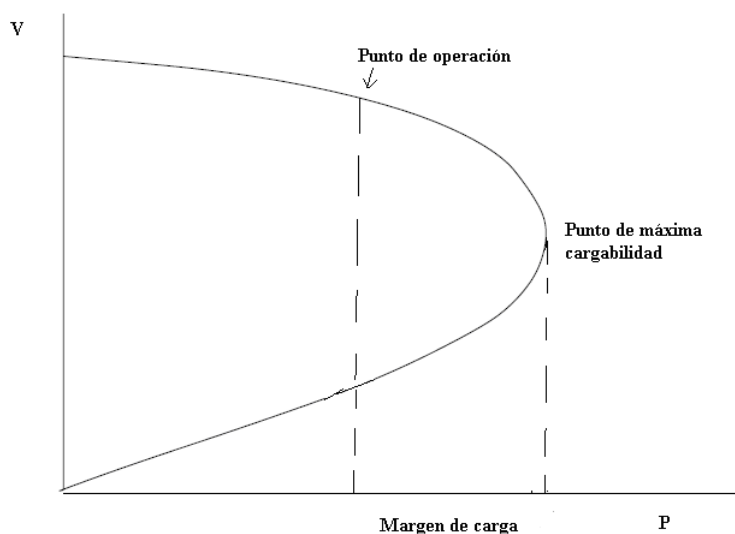
### Margen de carga

Es el aumento necesario de potencia total (activa,reactiva o aparente) en todo el sistema a partir de un punto de operación para llegar al colapso.

Puede visualizarse como la distancia horizontal entre el punto de operación y el de bifurcación en la “curva P-V”.

El margen **depende de la forma en que se carga el sistema** (el sistema de ecuaciones,y por lo tanto la “curva P-V” cambia según cuáles sean las barras en que se supone que aumenta la carga,el porcentaje de aumento en cada barra, proporción entre carga activa y reactiva, etc.)

Existen métodos que permiten detectar los “peores casos” de aumento de carga, de forma que el margen sea mínimo (Ref:”Computation of closest bifurcation in power systems”;Alvarado,Dobson,Lu,IEEE Transactions on Power Systems,Mayo 1994)



## Índice VSF

En la bifurcación silla-nodo el parámetro  $\lambda$  se hace máximo, y las derivadas  $dx/d\lambda$  de los puntos de equilibrio respecto del parámetro se hacen infinitas (la “nariz” de la curva P-V).

Esto sugiere definir el índice  $VSF = \max_k (|dV_k/d\lambda|)$  (el máximo se toma sobre todas las barras “k”).

Cabe observar que este índice (al igual que el del valor propio mínimo, que se describe más adelante) permite detectar “qué tan cerca” estamos del colapso sin que sea necesario calcular explícitamente el punto de colapso, lo que lo hace particularmente apto para aplicaciones “on line”.

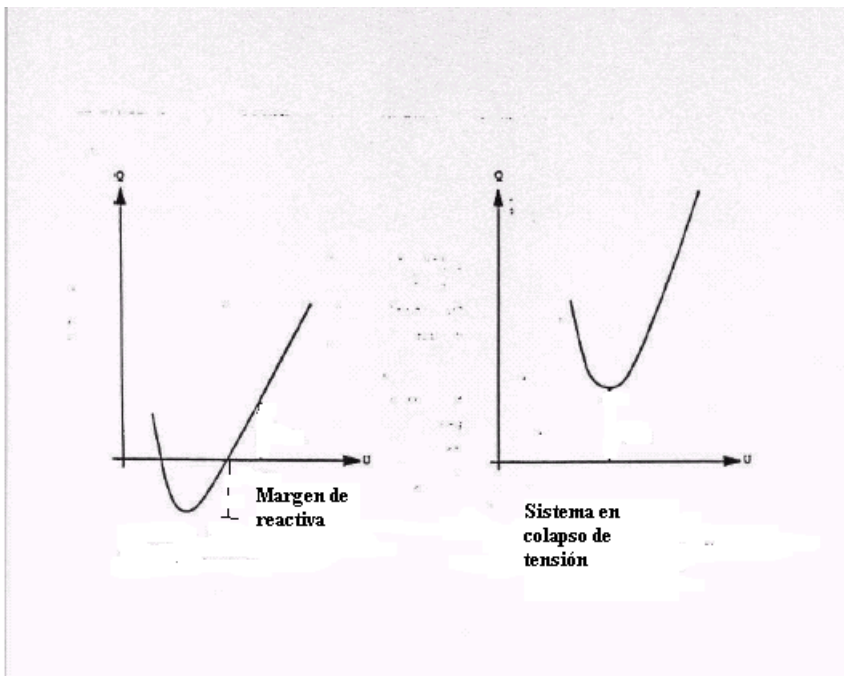
## Método de las curvas Q-V

Asumiendo (en forma heurística) que los problemas de baja tensión en el sistema surgen como consecuencia de falta de generación de reactiva, se suele definir el margen de reactiva en cada barra a partir del trazado de las “curvas Q-V”, mediante el siguiente procedimiento:

Se toman una por una las barras de carga del sistema, y se corren sucesivos flujos de carga, haciendo variar progresivamente la potencia reactiva en la barra.

Si se grafica la correspondiente curva de variación de Q en función de V para cada barra (ver figura, en que se usa la convención:  $Q > 0$  es reactiva generada), el mínimo de la curva corresponde al punto de colapso de tensión.

La ordenada de la potencia reactiva en el mínimo (cambiada de signo) es el margen de reactiva de la barra.



Observar que el corte de la curva Q-V con el eje horizontal corresponde al caso en que no se varía la carga en la barra. Si ese punto de corte no existe (caso de la figura de la derecha), significa que el sistema “ya está” en colapso de tensión, y requiere un aporte de reactiva adicional para salir de él.

El menor margen de reactiva entre todas las barras del sistema puede tomarse como el margen al colapso de todo el sistema

### Observaciones

-El método de las curvas Q-V puede verse como un caso particular del trazado de las curvas "P-V", en que el parámetro de carga es la variación de reactiva en una única barra del sistema. Esto justifica inmediatamente la afirmación de que el mínimo de la curva corresponde al punto de colapso.

-Existen regulaciones (en USA, p.ej) que especifican los márgenes al colapso de tensión (5 % ,p.ej) en función de este método.

-Como ya se dijo, las curvas Q-V se pueden obtener corriendo flujos de carga sucesivos. Al acercarse al colapso, para evitar el problema de que los flujos de carga dejan de converger por problemas numéricos, se usa el siguiente método:

-se introduce en la barra PQ en la que se está variando la reactiva un generador ficticio, que genera o consume exclusivamente reactiva (la barra PQ se transforma en barra PV)

-los sucesivos puntos Q-V se obtienen haciendo variar la consigna de tensión en esa barra P-V.

(Este intercambio entre la variable de estado V y el parámetro Q hace que el jacobiano del método de Newton-Raphson que utiliza el flujo de cargas no se anule en el punto de colapso)

### Valor propio mínimo del jacobiano

Dado que el jacobiano del sistema es singular en el punto de colapso, una forma de detectar cuando estamos cerca del colapso es verificar qué tan cerca están los valores propios del jacobiano de hacerse nulos.

El módulo del valor propio más pequeño en módulo puede tomarse, por lo tanto, como índice de estabilidad.

Dado que nada asegura que el valor propio más pequeño sea siempre el mismo cerca de la bifurcación, es habitual "rastrear" simultáneamente un conjunto de valores propios más pequeños, en vez de sólo uno.

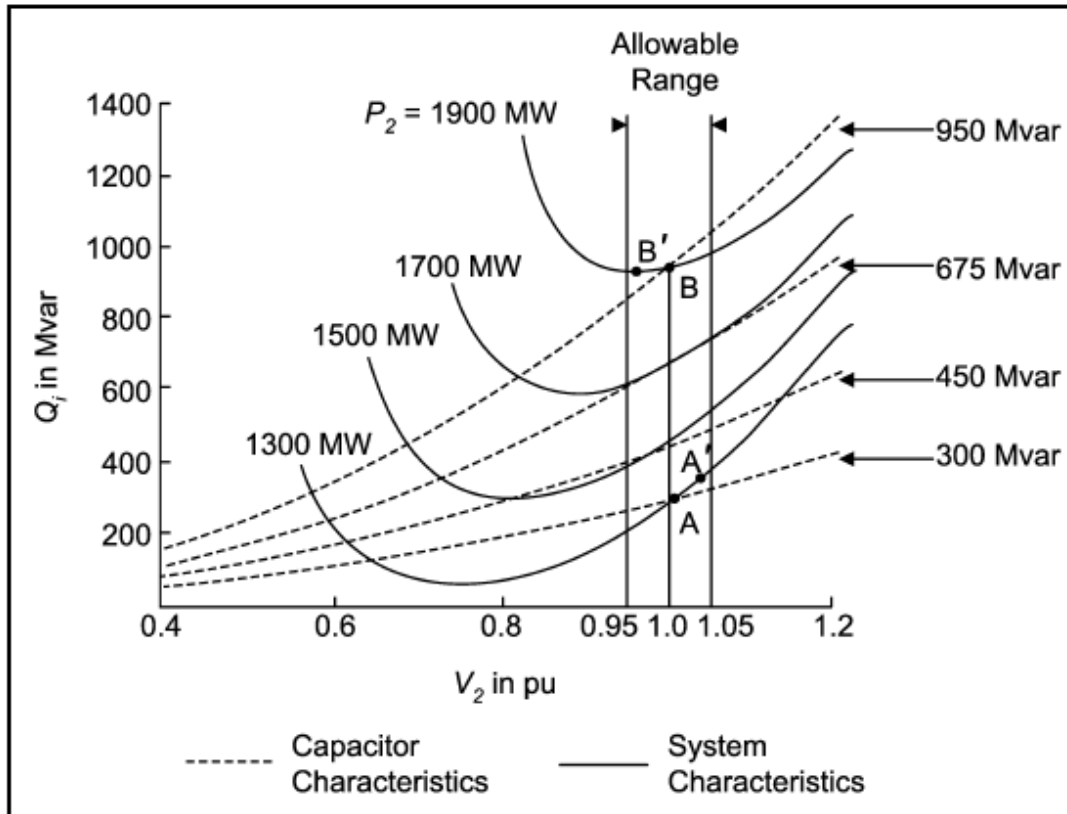
## **MEDIDAS CORRECTIVAS**

### **Síntesis de las principales medidas correctivas**

- a) Conexión de equipos de generación de reactiva (condensadores, compensadores estáticos, etc.). La velocidad con que se conectan estos equipos puede ser importante para definir si la medida es o no efectiva.  
Es más efectivo conectar equipos cuya producción de reactiva no depende de la tensión (compensadores síncronos, compensadores estáticos en su rango de regulación continua).
- b) Bloqueo de conmutadores bajo carga de transformadores, para evitar que restituyan la carga antes que se mejore la tensión del lado de alta de los transformadores.
- c) Despeje de carga (“load shedding”) por medio de relés de subtensión.
- d) Ajuste de las consignas de tensión de barras de generación y otras barras controladas (es una forma indirecta de ajustar la producción de reactiva en el sistema)

## Cuantificación de medidas correctivas en base a curvas QV

A efectos de verificar el efecto sobre el margen de reactiva de una barra de una fuente de reactiva determinada (que no necesariamente será de potencia independiente de la tensión) es necesario superponer la curva Q-V de la fuente supuesta con la curva Q-V de la barra (ver figura).



Una forma rápida de verificar la cantidad de reactiva necesaria para cada nivel de carga activa se basa en observar la posición relativa de la tangente a ambas curvas (curva Q-V de la barra y de la fuente) en el punto de corte.

En efecto: si  $Q_{orig}=f(V)$  es la curva Q-V original de la barra y  $Q_{fuen}=h(V)$  es la curva de la fuente propuesta, la curva Q-V "nueva" de la barra (o sea: la cantidad de reactiva necesaria teniendo en cuenta el nuevo aporte) es  $Q(V)=f(V)-h(V)$ .

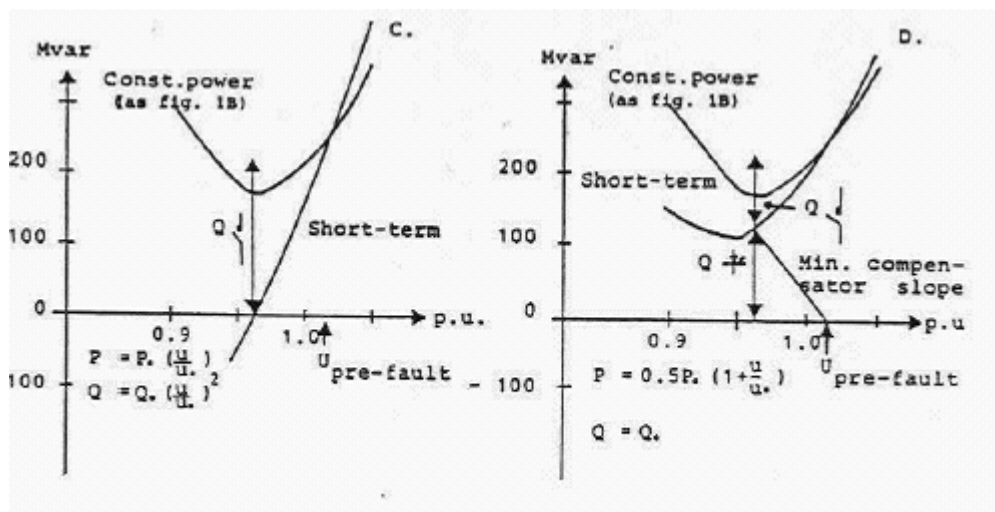
Como el punto de equilibrio (corte de  $f(V)$  y  $h(V)$ ) debe estar en la rama estable de la nueva curva Q-V, se debe verificar:  $dQ/dV=df/dV-dh/dV \geq 0$  en el punto de corte.

En el ejemplo de la figura: si la carga es 1300 MW, el equipo de reactiva que suministra 300 MVar permite encontrar un punto de funcionamiento adecuado (punto A), en tanto que si la carga es de 1900 MW y el equipo de reactiva suministra 950 MVar, el punto de equilibrio B se ubica en la rama inestable de la nueva curva QV.

## Cantidades de reactiva “rápida” y “lenta”

Es posible hacer una estimación aproximada de las cantidades de reactiva “rápida” (la generada por compensadores estáticos o sincrónicos, o por conexión rápida de bancos de condensadores) y “lenta” (conexión temporizada de bancos de condensadores) necesarias para evitar un colapso de tensión. Para ello, se trazan las curvas QV en las condiciones de red inmediatamente luego de la perturbación (con todos los controles “congelados” en el estado de pre-perturbación) y en las condiciones que se dan luego de transcurridos unos segundos luego de la perturbación (típicamente: dejando actuar los conmutadores de tensión de los transformadores).

La curva QV “instantánea” (de “corto plazo”) suele mostrar mayores márgenes que la curva “lenta” (de “largo plazo”), por lo que la diferencia de reactiva necesaria puede ser suministrada por medio de reactiva “lenta” (Ver figura)



En el caso de la figura de la izquierda, dado que la curva Q-V de corto plazo luego de la perturbación tiene margen de reactiva (corta el eje horizontal), basta con conectar reactiva lenta a efectos de evitar el colapso de tensión cuando la curva Q-V pase a ser la de largo plazo (“constant power” en este caso).

En el caso de la figura de la derecha, en cambio, es necesario suministrar también reactiva rápida (en la figura se muestra una posible característica Q-V de un compensador estático que cumpliría con este objetivo).

## Teorías más generales de optimización de medidas correctivas

Ver Artículo de Alvarado, Dobson y Lu citado anteriormente.