

# Confiabilidad estructural de componentes mecánicos con daño

R. Mussini & H. Cancela

2020

# Referencias

Principal:

[1] Transparencias del Prof. R. Mussini.

Complementarias:

[2] M. Lemaire, *Structural Reliability*, ISTE Ltd. and John Wiley and Sons Inc., 2009.

# Resumen

- Análisis estructural **determinístico** de componentes mecánicos **sin daño**
- Análisis estructural **probabilístico** de componentes mecánicos **sin daño**
- Análisis estructural **probabilístico** de componentes mecánicos **con daño**
- Aplicaciones del análisis de confiabilidad estructural

Análisis estructural **determinístico** de componentes  
mecánicos **sin daño**

# Análisis estructural determinístico de la falla de una barra por deformación plástica

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

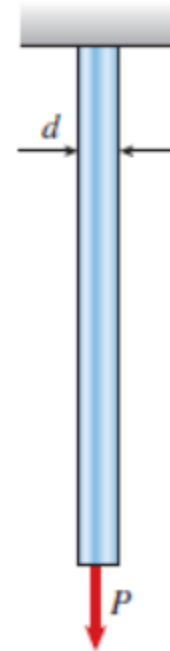
$$A = \frac{d^2 \pi}{4}$$

La condición para la falla por deformación plástica es,

$$\sigma \geq YS$$

$YS$  - tensión de fluencia del material de la barra

Nota: aquí se asume que el factor de seguridad,  $N = 1$



## Ejemplo numérico

Asumiendo:

$$P = 15 \text{ kN}$$

$$d = 10 \text{ mm}$$

$$YS_{200} = 200 \text{ MPa}$$

Entonces,

$$\sigma = 191 \text{ MPa}$$

$$YS_{200} - \sigma > 0$$

La barra no fallará por deformación plástica

Asumiendo ahora:

$$P = 20 \text{ kN}$$

$$d = 10 \text{ mm}$$

$$YS_{200} = 200 \text{ MPa}$$

Entonces,

$$\sigma = 255 \text{ MPa}$$

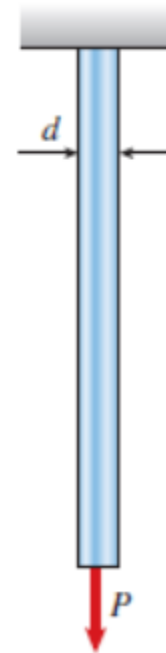
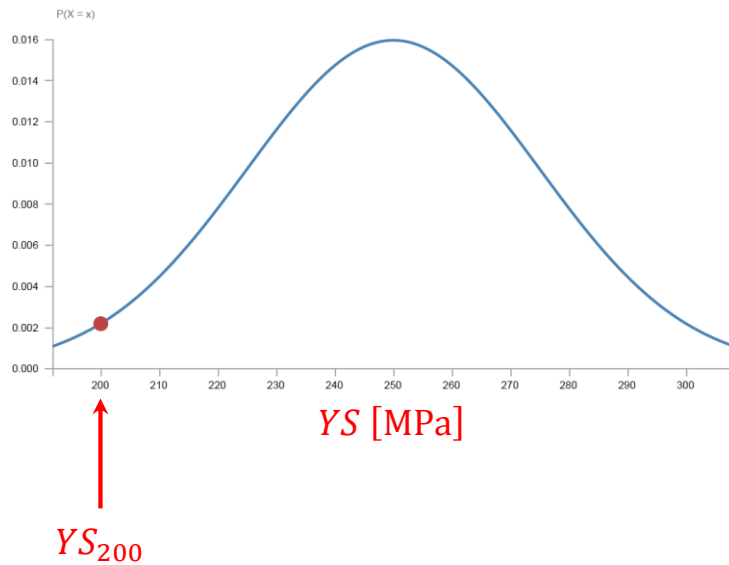
$$YS_{200} - \sigma < 0$$

En este caso, la barra si fallará por deformación plástica

Análisis estructural **probabilístico** de componentes  
mecánicos **sin daño**

# Análisis estructural probabilístico de falla de una barra por deformación plástica

Asumiendo ahora, para el mismo caso anterior de la barra traccionada, que  $YS$  es una variable probabilística (aleatoria) distribuida normalmente:



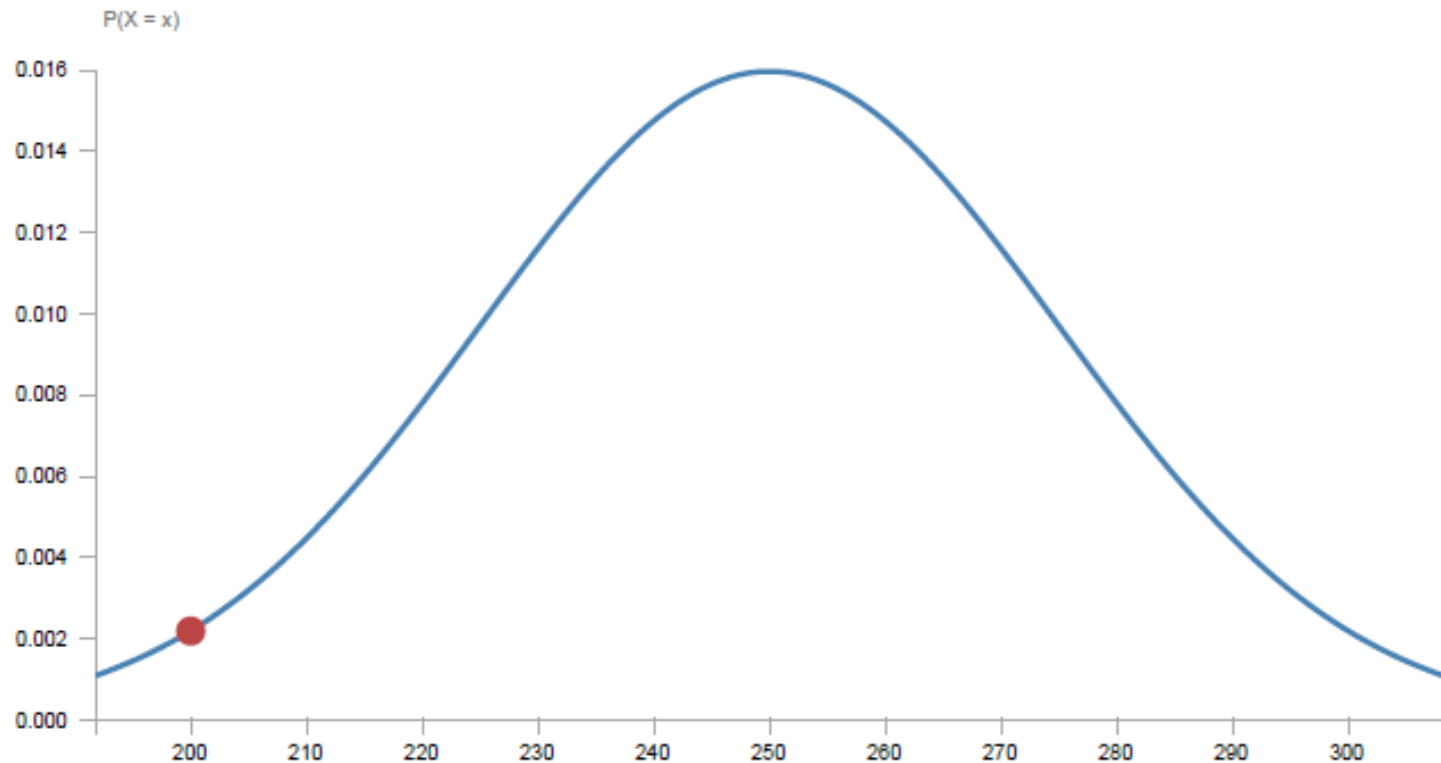


# Distribución de valores de $YS$ (pdf) obtenidos a partir de la realización de ensayos de tracción del material de la barra

Normal Probability Density Function

$$\mu = 250, \sigma = 25$$

$$P(X = 200) = 0.00216$$



$YS$  [MPa]

Realizando un muestreo no aleatorio desde la anterior *pdf*  
( $N = 5$ )

$\sigma$ [MPa] $P = 15$ kN	$YS$ [MPa]	FALLA (si = 1; no = 0)
191	235	0
191	175	1
191	255	0
191	275	0
191	260	0

$$\tilde{p}_f^{yield} = \frac{N_f}{N} = \frac{1}{5} = 0,2$$

# Comentarios

$\tilde{p}_f^{yield}$  es el valor estimado de  $p_f^{yield}$

$\tilde{p}_f^{yield}$  depende no sólo de la forma en que es realizado el muestro, sino también de la cantidad de muestras  $N$  extraídas de la función de densidad de probabilidad (*probability density function, pdf*) de la variable aleatoria  $YS$ .

Más adelante en la presentación de “Teoría de confiabilidad estructural”, se verá como es definido el valor exacto de  $p_f$  en el caso general.

En el ejemplo el muestreo fue no aleatorio, en la segunda parte del curso el Prof. Cancela explicará como realizar muestreos aleatorios utilizando Métodos de Monte Carlo.

## Confiabilidad estructural (= análisis estructural probabilístico)

En general:

$$p_f^i = Prob(R^i - S \leq 0)$$

$p_f^i$  – probabilidad de falla debida al mecanismo de daño  $i$

$R^i$  – resistencia al mecanismo de daño  $i$  (variable del material)

$S$  – efecto de las cargas (variable estructural)

# Definiciones

*Efecto de las cargas,  $S$*  – el resultado de una acción sobre cualquier medio continuo o estructura. Por ejemplo, tensión. El efecto de las cargas induce tensiones internas en la estructura. Debido al rol esencial de las tensiones (stresses), es simbolizado con la letra  $S$ . Sin embargo, debe notarse que  $S$  puede representar también otros efectos de las cargas, tales como desplazamientos o deformaciones en una estructura. Erróneamente, es usado algunas veces en lugar de “acción”. En un sentido amplio es designado como “variable de demanda”.

*Resistencia,  $R$*  – la capacidad de los materiales de resistir acciones, la cual también es designada como “resistencia de los materiales”. En un sentido amplio es designado como “variable de recurso”. Un problema típico es el caso elemental  $R - S$  en el cual se realiza un balance entre el recurso (resistencia) y la demanda (tensión).

*Acción (carga)* – una fuerza o campo de fuerzas que traslada el efecto del medio sobre un medio continuo ó sistema el que consecuentemente presenta transformaciones. Por ejemplo, la gravedad.

Análisis estructural **probabilístico** de componentes  
mecánicos **con daño**

# Análisis estructural **probabilístico** de falla de una placa por fractura frágil (bf)

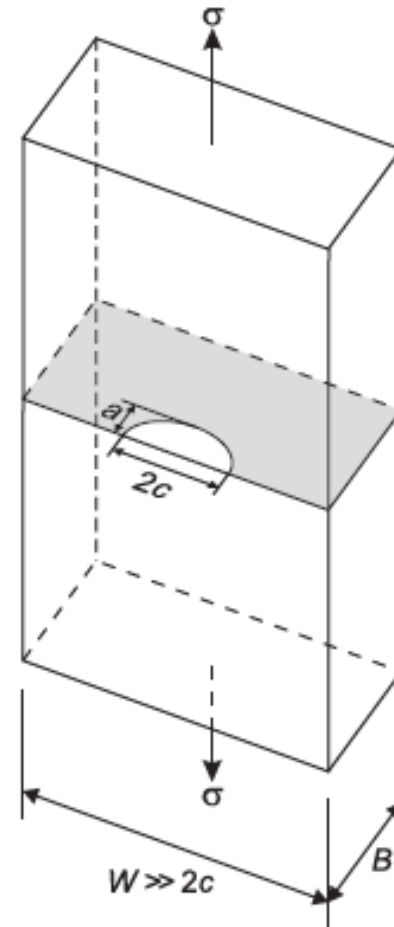
Suponiendo que  $\sigma$  es una variable aleatoria y que se distribuye uniformemente en el intervalo  $[80; 100]$  y que:

$$a = 10 \text{ mm}; c = 50 \text{ mm}; \varphi = 90^\circ$$

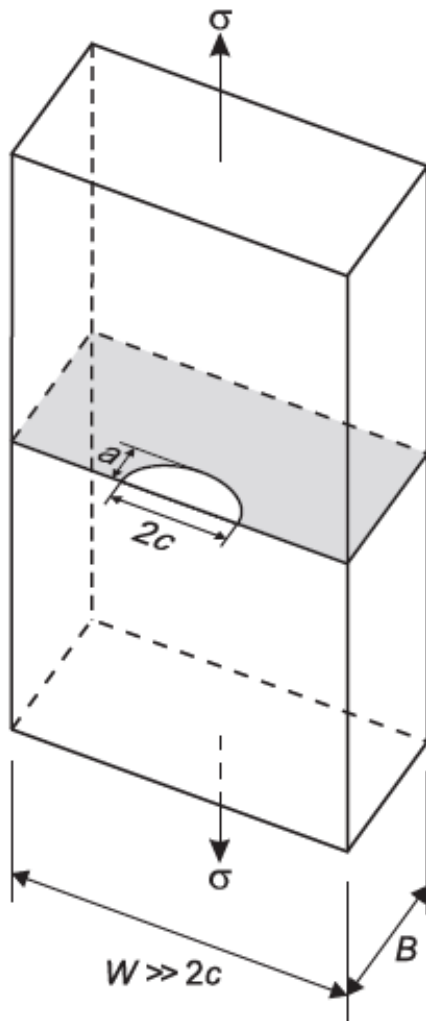
$$B = 12,5 \text{ mm}$$

$$K_I = \frac{1}{\Phi} C \sigma \sqrt{\pi a}$$

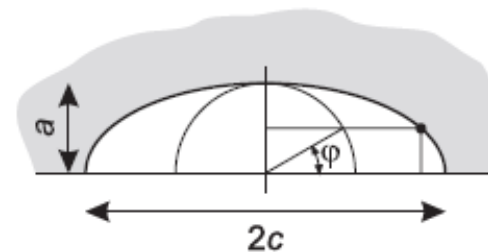
$$\Phi \approx \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi a^2}{8 c^2}$$



# Stress intensity factor solutions for semi-elliptical surface cracks in a plate of finite dimensions, according to Raju and Newman



		$K_I = C\sigma\sqrt{\pi a}/\phi$			
		C			
		a/B			
a/c	$\phi$	0.2	0.4	0.6	0.8
0.2	0°	0.617	0.724	0.899	1.190
	45°	0.990	1.122	1.384	1.657
	90°	1.173	1.359	1.642	1.851
0.4	0°	0.767	0.896	1.080	1.318
	45°	0.998	1.075	1.247	1.374
	90°	1.138	1.225	1.370	1.447
0.6	0°	0.916	1.015	1.172	1.353
	45°	1.024	1.062	1.182	1.243
	90°	1.110	1.145	1.230	1.264
1.0	0°	1.174	1.229	1.355	1.464
	45°	1.067	1.104	1.181	1.193
	90°	1.049	1.062	1.107	1.112





# Confiabilidad estructural (= análisis estructural probabilístico)

Determinar,

$$p_f^{bf} = Prob(K_{IC} - K_I \leq 0)$$

# Análisis estructural probabilístico (confiabilidad estructural) versus análisis estructural determinístico

Probabilistic structural analysis is the art of formulating a mathematical model within which one can ask and get answer to the question:

*“What is the probability that a structure behaves in a specified way when given that one or more of its material properties or geometric dimensions and properties are of a random or incompletely known nature, and/or that the actions on the structure in some respects have random or incompletely known properties?”*

Probabilistic structural analysis can be seen as an extension of deterministic structural analysis which is the art of formulating a mathematical model within which one can ask and get answer to the question:

*“How is a structure behaving when its material properties, geometric properties and actions all are uniquely given?”*

Nota: en este curso se considera también que las dimensiones del daño son en sí una variable estructural básica adicional.

# Aplicaciones del análisis de confiabilidad estructural

## Algunas aplicaciones

- Confiabilidad de estructuras off-shore
- Regulaciones de seguridad
- Integridad estructural