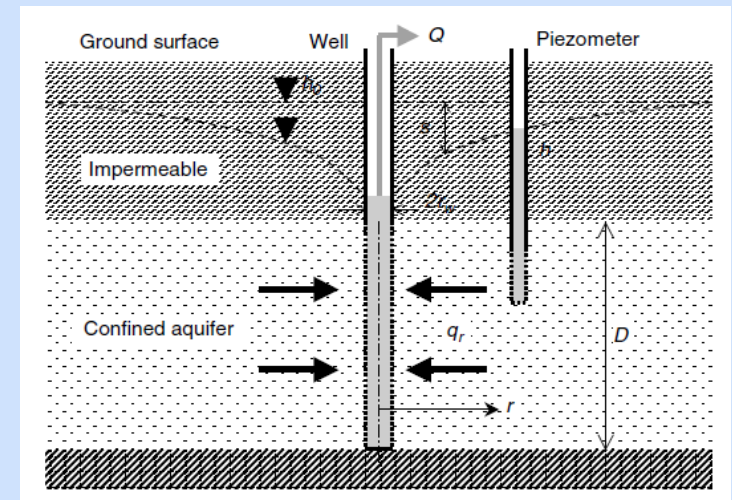
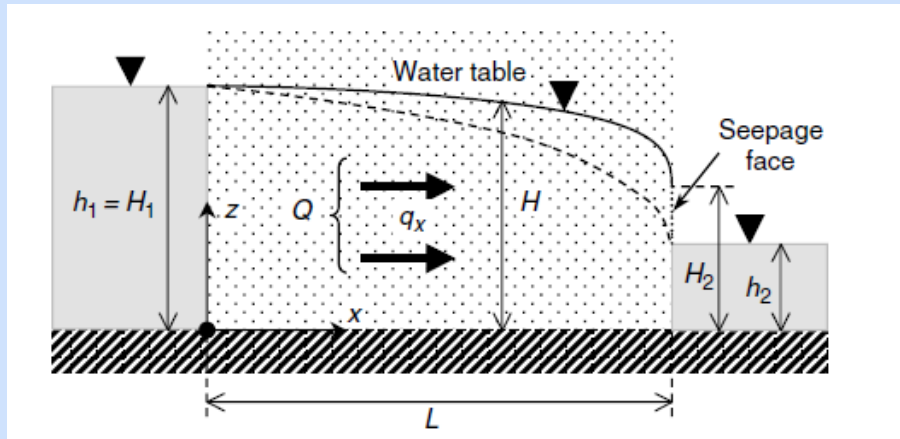


ECUACIÓN DE FLUJO E HIDRÁULICA DE CAPTACIONES PARTE I



Edición 2025

Agustin Menta

Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental (IMFIA)

Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay

amenta@fing.edu.uy

ECUACIÓN DE FLUJO E HIDRÁULICA DE CAPTACIONES PARTE I

Objetivos

- ❖ Principios y deducción de la ecuación del flujo de agua subterránea para los distintos tipos de acuífero.
- ❖ Presentar las condiciones inicial y de contorno en problemas de flujo de agua subterránea y su significado.
- ❖ Comentar los métodos de resolución de la ecuación del flujo de agua subterránea.
- ❖ Mostrar ejemplos sencillos de soluciones analíticas de la ecuación del flujo de agua subterránea.
- ❖ Hidráulica de Pozos (Ac. Cautivo / Confinado)

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Introducción:

- ❖ El flujo de los fluidos a través de un medio poroso está gobernado por las leyes de la física y como tal puede ser descrito a través de **ecuaciones diferenciales**.
- ❖ En estas ecuaciones diferenciales las **coordenadas espaciales** y el **tiempo** son las variables **independientes** (x, y, z, t) y la **altura o carga piezométrica** (h) la variable **dependiente**.

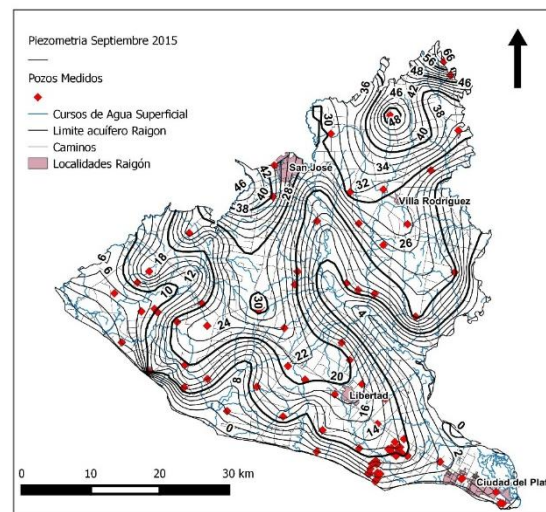
$$h(x, y, z, t)$$



Variable



Fijo (Estacionario)



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Introducción:

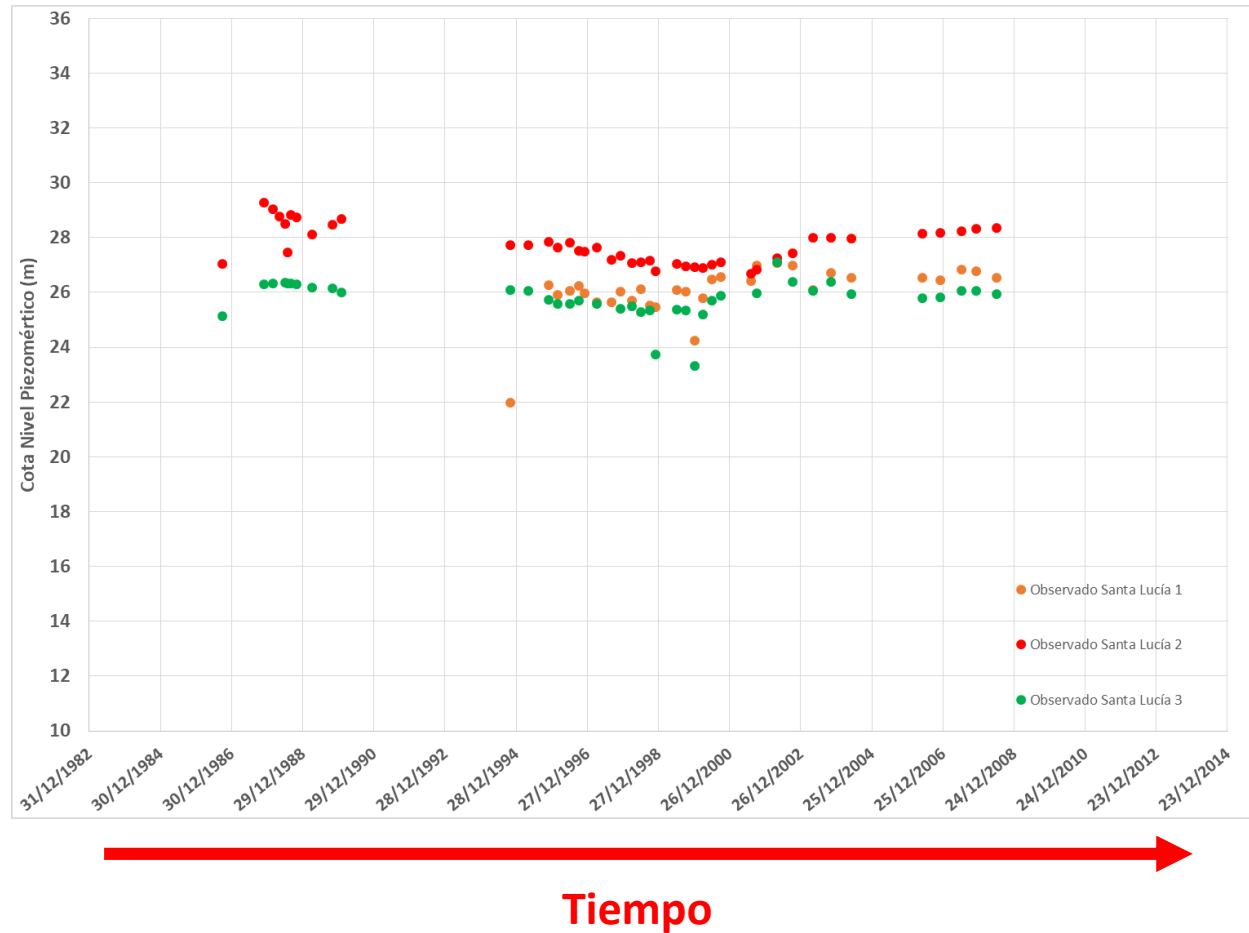
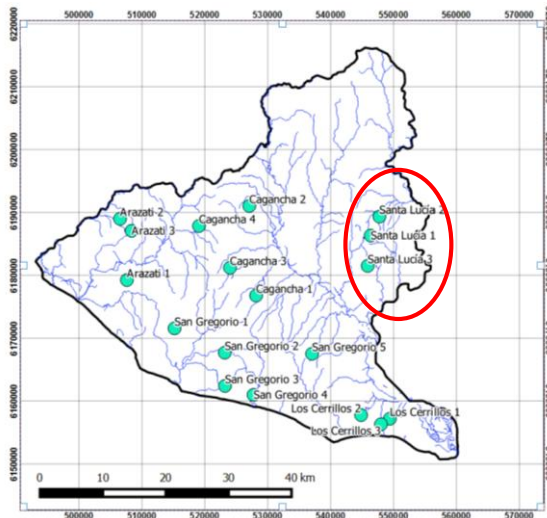
$$h(x, y, z, t)$$



Fijo



Variable



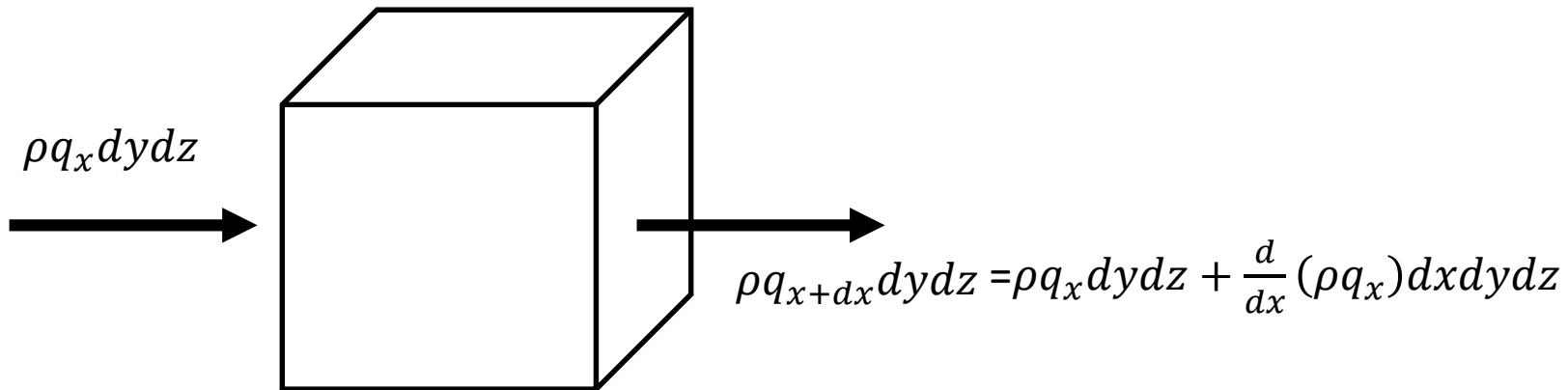
ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:

❖ Para derivar la ecuación diferencial del flujo subterráneo se utilizan:

- Ley de conservación de la masa
- Ley de Darcy.

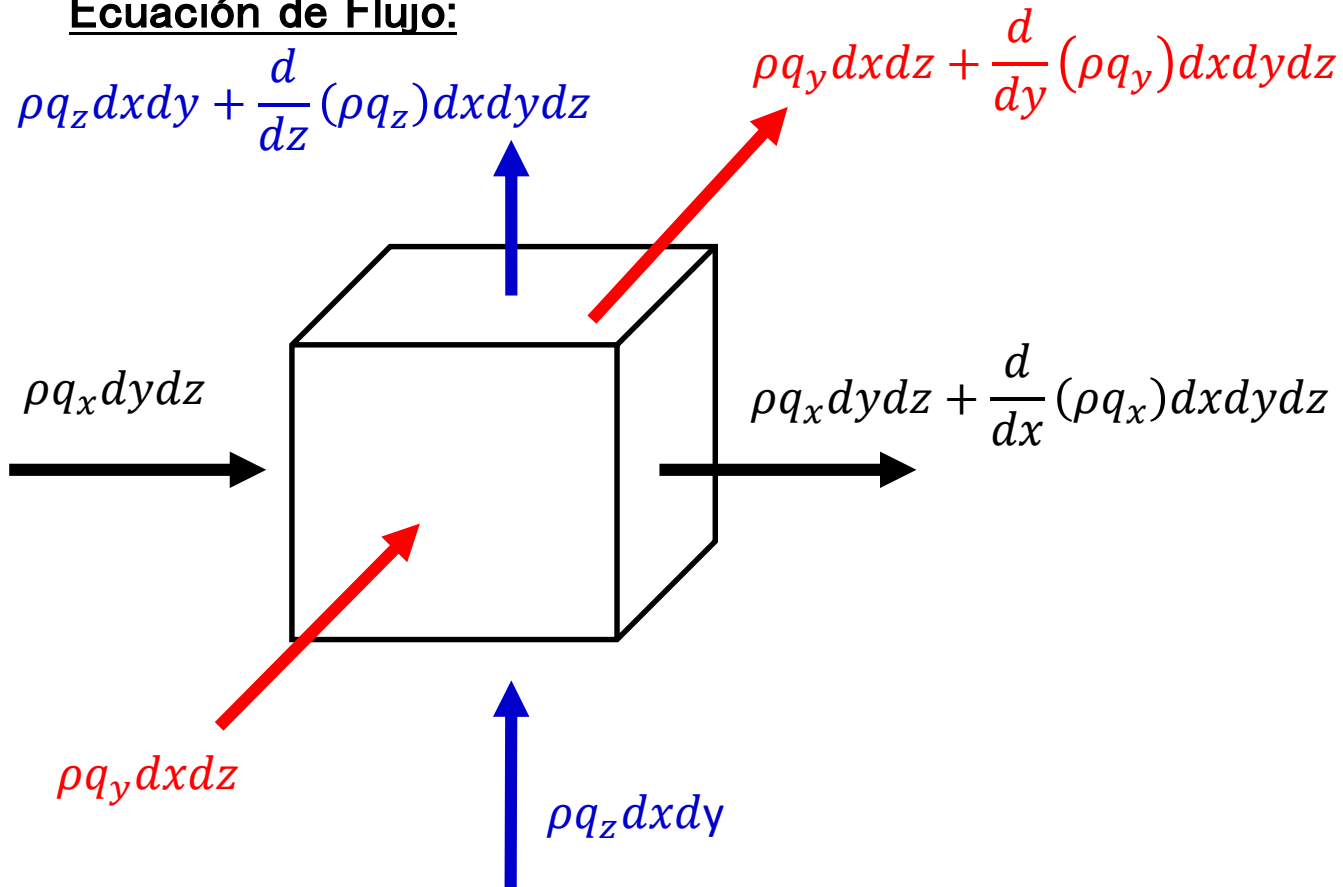
Masa Entrante - Masa Saliente = Cambios en el almacenamiento



$$\text{Cambios en el almacenamiento} = -\frac{d}{dx}(\rho q_x) dx dydz$$

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:



Cambios en el almacenamiento =
$$-\left(\frac{d}{dx}\rho q_x + \frac{d}{dy}\rho q_y + \frac{d}{dz}\rho q_z\right) dx dy dz$$

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:

Masa

$$M = \rho m_e dx dy dz$$



Cambios en el almacenamiento

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} (\rho m_e dx dy dz)$$

El coeficiente de almacenamiento es...



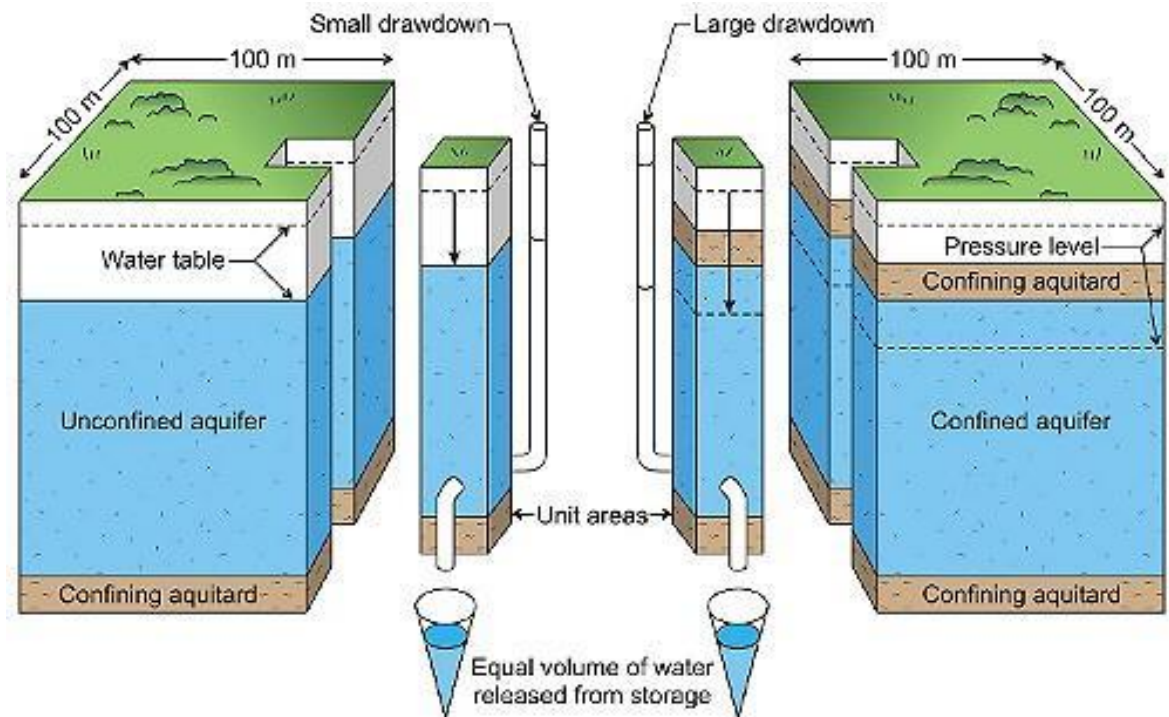
MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros–Coeficiente de Almacenamiento

El coeficiente de almacenamiento de un acuífero es el volumen de agua cedida o tomada del almacenamiento del mismo, por unidad de área superficial cuando se produce un cambio unitario de carga.

Se distinguen dos casos:

- Acuíferos Libres
- Acuíferos Cautivos



Ac. Libre varían desde 0.01 hasta 0.35

Ac. Cautivo varían desde 0.00001 hasta 0.001

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:

Cambios en el almacenamiento

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} (\rho m_e dx dy dz)$$

$$S_s = \frac{dV}{dh dx dy dz} \longrightarrow dV = S_s dh dx dy dz \longrightarrow \frac{dV}{dt} = S_s \frac{dh}{dt} dx dy dz$$

Igualando **Variación** = **Entradas-Salidas**

$$\underline{\frac{dM}{dt} = S_s \rho \frac{dh}{dt} dx dy dz} = - \left(\frac{d}{dx} \rho q_x + \frac{d}{dy} \rho q_y + \frac{d}{dz} \rho q_z \right) dx dy dz$$

Simplificando

$$S_s \frac{dh}{dt} = - \left(\frac{d}{dx} q_x + \frac{d}{dy} q_y + \frac{d}{dz} q_z \right)$$

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:

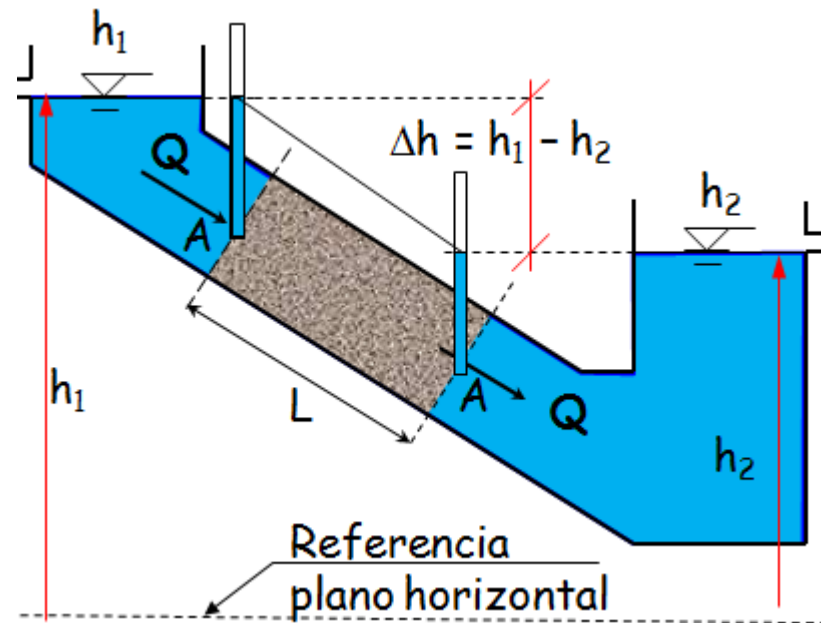
$$S_s \frac{dh}{dt} = - \left(\frac{d}{dx} q_x + \frac{d}{dy} q_y + \frac{d}{dz} q_z \right) \quad \text{Y ahora????}$$

Darcy.... $\mathbf{q} = \frac{Q}{A} = -\mathbf{K} \nabla h$

$$q_x = -k \frac{dh}{dx}$$

$$q_y = -k \frac{dh}{dy}$$

$$q_z = -k \frac{dh}{dz}$$



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:

$$q_x = -k_x \frac{dh}{dx} \quad q_y = -k_y \frac{dh}{dy}$$

$$S_s \frac{dh}{dt} = - \left(\frac{d}{dx} q_x + \frac{d}{dy} q_y + \frac{d}{dz} q_z \right)$$

$$q_z = -k_z \frac{dh}{dz}$$

Sustituyendo

$$S_s \frac{dh}{dt} = \frac{d}{dx} \left(k_x \frac{dh}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(k_y \frac{dh}{dy} \right) + \frac{d}{dz} \left(k_z \frac{dh}{dz} \right)$$

Ecuación de flujo en medios porosos en estado transitorio para un medio saturado y anisótropo

Si el medio es homogéneo y anisótropo...

$$S_s \frac{dh}{dt} = k_x \frac{d^2 h}{dx^2} + k_y \frac{d^2 h}{dy^2} + k_z \frac{d^2 h}{dz^2}$$

Si el medio es homogéneo e isótropo...

$$S_s \frac{dh}{dt} = k \left(\frac{d^2 h}{dx^2} + \frac{d^2 h}{dy^2} + \frac{d^2 h}{dz^2} \right)$$

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:

$$Ss \frac{dh}{dt} = k \left(\frac{d^2 h}{dx^2} + \frac{d^2 h}{dy^2} + \frac{d^2 h}{dz^2} \right)$$

Si además el acuífero es confinado...

$$T = k \times b$$

$S = bS_s$ donde S_s es el coeficiente de almacenamiento específico.

$$\frac{S}{T} \frac{dh}{dt} = \frac{d^2 h}{dx^2} + \frac{d^2 h}{dy^2} + \frac{d^2 h}{dz^2}$$

En el caso estacionario...

$$\frac{d^2 h}{dx^2} + \frac{d^2 h}{dy^2} + \frac{d^2 h}{dz^2} = 0$$

Ecuación de Laplace

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

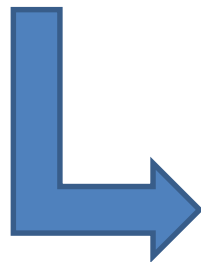
Condiciones inicial y de contorno:

- ❖ Las ecuaciones diferenciales obtenidas tienen **infinitas soluciones**, cada una de las cuales corresponde a un caso particular de flujo en el acuífero.
- ❖ Para que un problema quede completamente definido y la ecuación diferencial que lo describe tenga una única solución, es necesario asociar a la misma **las condiciones inicial y de contorno**



$$h(x, y, z, 0) = f(x, y, z)$$

Función matemática que indica la distribución de la altura piezométrica h



- Nivel conocido (Condición de DIRICHLET)
Ej: Nivel de agua conocido en el río
- Flujo conocido (Condición de NEWMAN)

$$T \frac{\partial h}{\partial x} = q$$

Ej: Borde Impermeable

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ejemplo condición de contorno preestablecida

Suponer un acuífero libre que limita a izquierda y derecha con dos ríos y por debajo con una capa impermeable. Los bordes denotados como AB y CD son contornos de altura piezométrica constante. Cualquier punto de dichos bordes se encuentra a la misma altura piezométrica, h_1 y h_2 , respectivamente.

De forma matemática, si la altura no cambia con el tiempo, se escribe que:

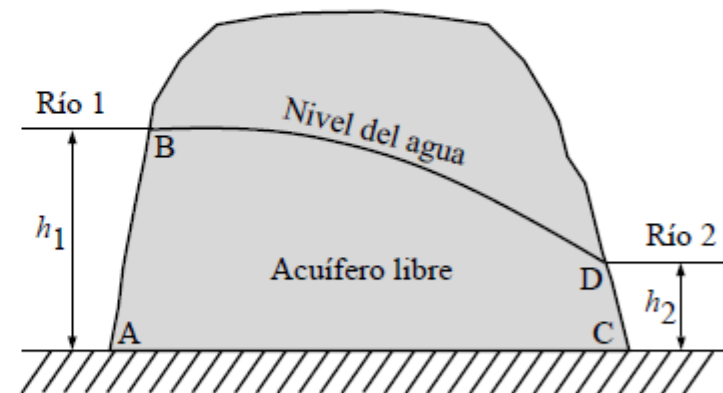
$$h = h_1 \text{ sobre AB}$$

$$h = h_2 \text{ sobre CD}$$

y si las alturas cambian con el tiempo:

$$h = h_1(t) \text{ sobre AB}$$

$$h = h_2(t) \text{ sobre CD}$$



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ejemplo condición de contorno preestablecida

El **flujo de agua es prescrito** en un borde.

La forma matemática de escribir esta condición es:

$$q = f_2(x, y, z, t) \text{ sobre } \Gamma_2, \text{ para } t > 0$$

donde q es la componente del flujo normal al borde considerado Γ_2 , y f_2 es una función conocida.

El flujo q puede ser dado utilizando la ley de Darcy, esto es:

$$q = -K_n \frac{\partial h}{\partial n}$$

donde n representa la dirección perpendicular al borde considerado.

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ejemplo condición de contorno preestablecida

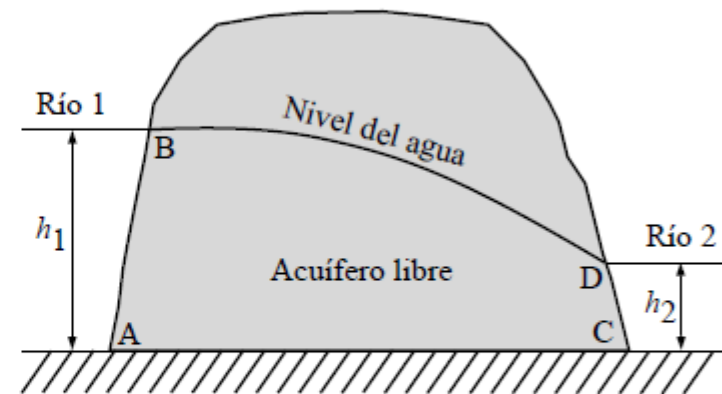
Suponer un acuífero libre que limita a izquierda y derecha con dos ríos y por debajo con una capa impermeable. El borde denotado como AC es un contorno de flujo prescrito igual a cero.

De forma matemática se escribe que:

$$q = 0 \text{ sobre AC}$$

o de otra forma:

$$q = -K_n \frac{\partial h}{\partial n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial n} = 0 \text{ sobre AC}$$



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ejemplo condición de contorno preestablecida

El flujo de agua depende del gradiente de altura piezométrica existente en el borde.

De forma general esta condición se escribe:

$$q = f_3(x, y, z, t) \text{ sobre } \Gamma_3, \text{ para } t > 0$$

aunque es habitual utilizar la ley de Darcy, esto es:

$$q = -Ki$$

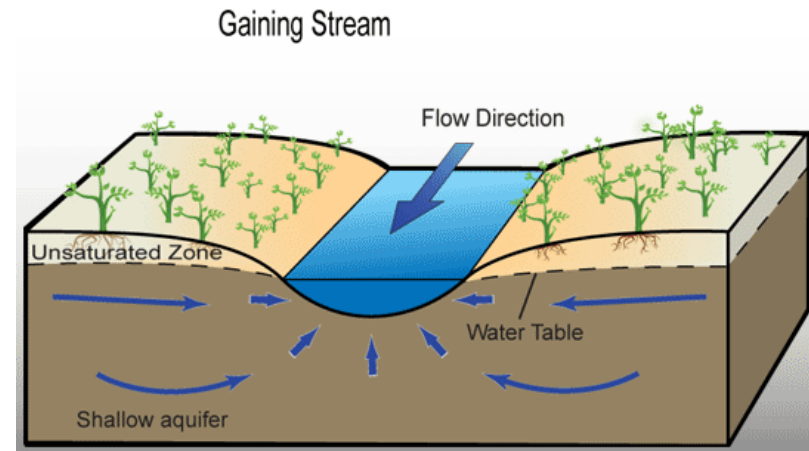
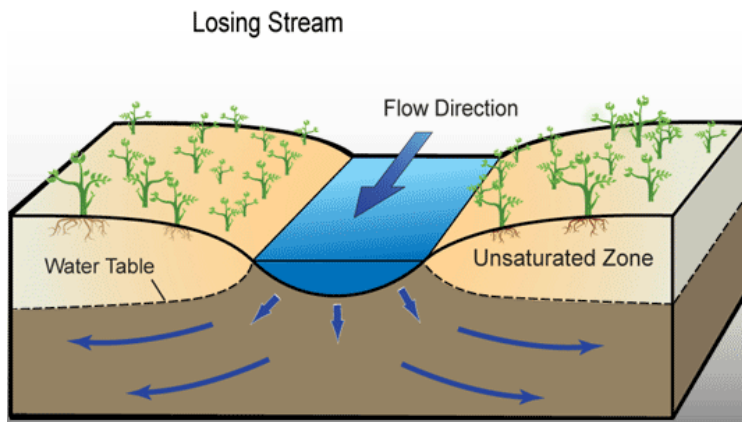
donde q es la componente del flujo normal al borde Γ_3 considerado, f_3 es una función conocida, K es la conductividad hidráulica representativa del borde considerado e i el gradiente hidráulico existente en dicho límite.

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ejemplo Condición Mixta

- Una combinación de las anteriores (Condición MIXTA)

$$q = \alpha (h_{ext} - h_{i,j})$$



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Solución de las ecuaciones de flujo subterráneo:

- ❖ En general los acuíferos son anisótropos y la solución de la ecuación del flujo se debe realizar por medio de **métodos numéricos (Ej: Diferencias Finitas)**
- ❖ Si el acuífero es homogéneo e isótropo, y las condiciones de contorno pueden ser descritas a través de ecuaciones algebraicas, entonces es posible **resolver la ecuación del flujo analíticamente.**

$$\frac{S}{T} \frac{dh}{dt} = \frac{d^2h}{dx^2} + \frac{d^2h}{dy^2} + \frac{d^2h}{dz^2}$$

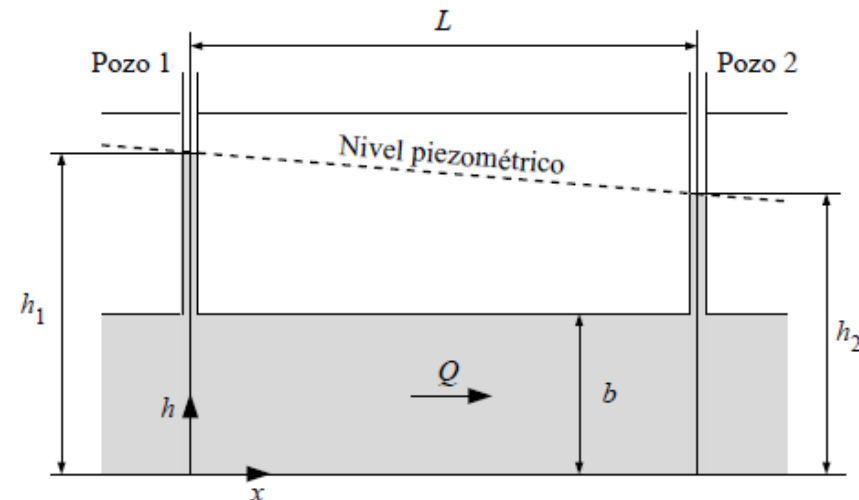
ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Solución de las ecuaciones de flujo subterráneo:

Sea un acuífero confinado de propiedades homogéneas y espesor uniforme b . Consideremos dos secciones, separadas una longitud L , tal que en ellas la altura piezométrica registrada a través de dos pozos es, $h=h_1$ y $h=h_2$ respectivamente, con $h_1 > h_2$.

El flujo se desarrolla en régimen permanente y la velocidad solo tiene componente en la dirección horizontal x .

Se considera un sistema cuyo origen se encuentra en la intersección del eje del pozo 1 y la base impermeable del acuífero.



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Solución de las ecuaciones de flujo subterráneo:

El flujo de agua subterránea en 2D en un acuífero confinado es descrito de forma general por la siguiente expresión:

$$\frac{S}{T} \frac{dh}{dt} = \frac{d^2h}{dx^2} + \frac{d^2h}{dy^2} + \textcolor{red}{r}$$

Representa el término fuente:

- Extracción por bombeo
- Recarga

Considerando que:

- El flujo se desarrolla en 1D, tenemos que $\frac{dh}{dy}=0$
- No hay fuentes ni sumideros entonces $r = 0$
- El régimen es permanente por tanto $\frac{dh}{dt}=0$

Dicha ecuación se transforma en: $\frac{d^2h}{dx^2} = 0$

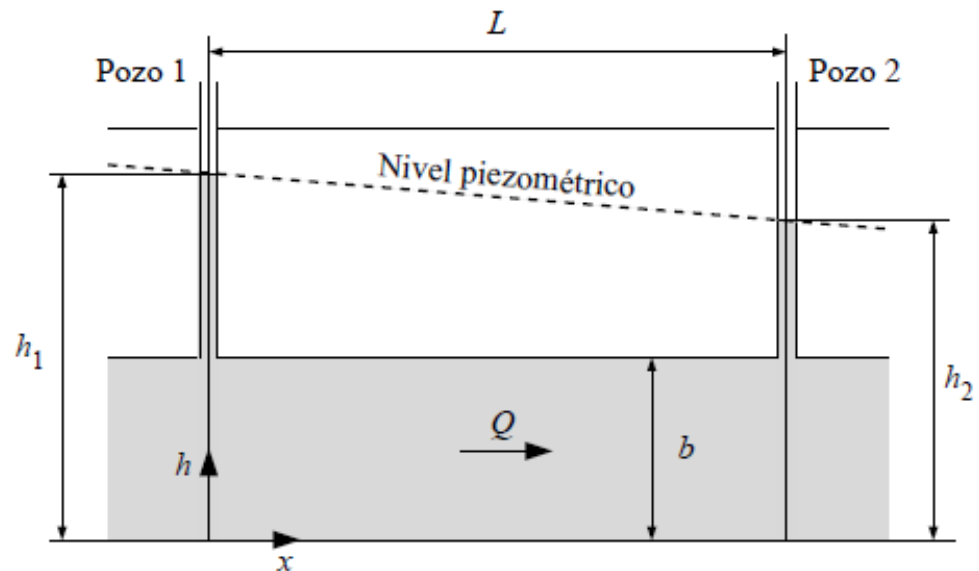
ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Solución de las ecuaciones de flujo subterráneo:

Las condiciones de contorno para este problema son las siguientes:

$$h|_{x=0} = h_1$$

$$h|_{x=L} = h_2$$

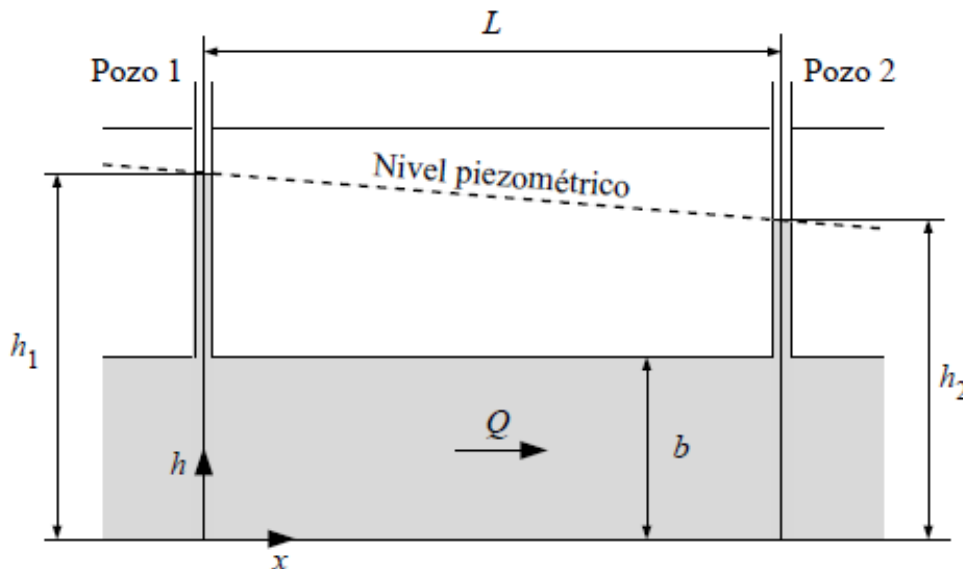


ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Solución de las ecuaciones de flujo subterráneo:

La solución. Integrando dos veces con respecto a x la ecuación $\frac{d^2 h}{dx^2} = 0$ se obtiene que:

$h(x) = Ax + B$ donde A y B son constantes de integración.



$$h(0) = B = h_1$$

$$h(L) = A \times L + B = h_2$$

$$A = \frac{h_2 - h_1}{L}$$

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Solución de las ecuaciones de flujo subterráneo:

La solución. Integrando dos veces con respecto a x la ecuación $\frac{d^2 h}{dx^2} = 0$ se obtiene que:

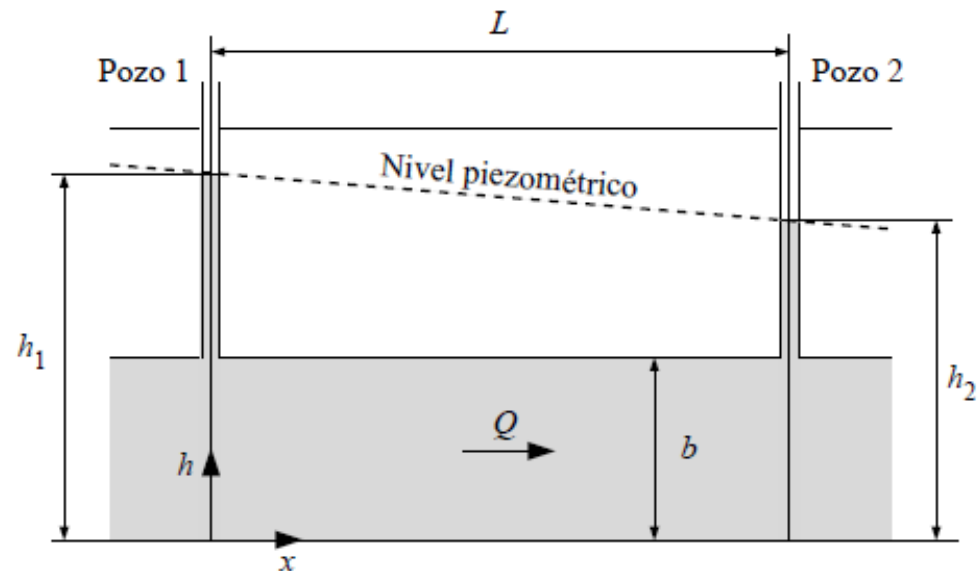
$$h(x) = \frac{h_2 - h_1}{L} x + h_1$$



La línea piezométrica es una recta

Gradiente: $i = \frac{(h_2 - h_1)}{L}$

Flujo: $q = -Ki = -K \frac{(h_2 - h_1)}{L} = K \frac{(h_1 - h_2)}{L}$



HIDRÁULICA DE POZOS

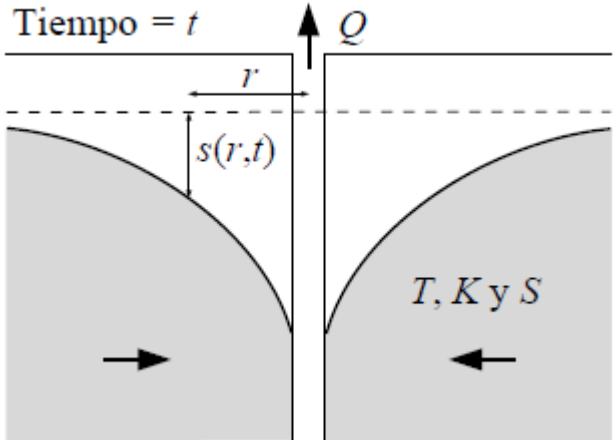
Introducción:

- ❖ Un pozo es una perforación vertical, en general de forma cilíndrica y de diámetro mucho menor que la profundidad, para poner a disposición el agua de los acuíferos.
- ❖ Son utilizados para **suministrar agua** con fines domésticos, municipales, industriales o para riego.
- ❖ Se utilizan para **controlar** la intrusión marina, **remover** contaminantes de un acuífero, **deprimir** los niveles freáticos durante la construcción de obras, **disminuir** presiones bajo presas y **drenar** terrenos cultivados.
- ❖ También se usan para **inyectar** fluidos en el terreno y para **recargar** acuíferos.



HIDRÁULICA DE POZOS

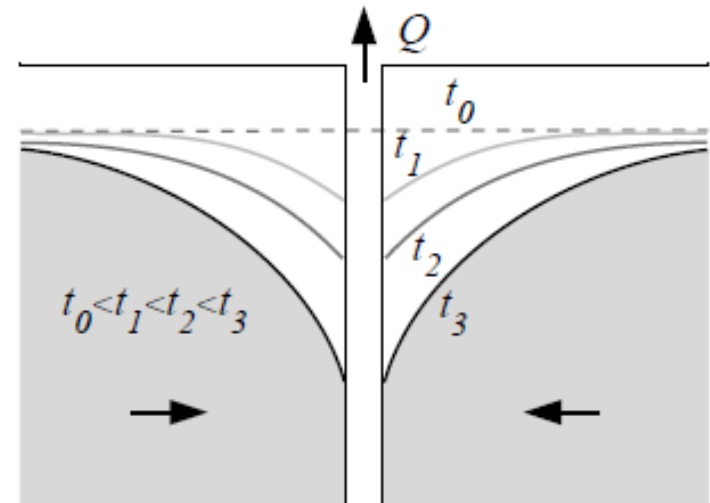
Funcionamiento Hidráulico:

- ❖ Cuando se lleva bombeando un tiempo largo, la **superficie piezométrica** adopta la forma de un **cono invertido o embudo** en cuyo centro se sitúa el pozo.
 - ❖ El bombeo produce un **descenso del nivel del agua** a fin de crear un **gradiente hidráulico** que ponga en movimiento el agua hacia el pozo.
-
- 
- El diagrama ilustra el funcionamiento hidráulico de un pozo. A la izquierda, se muestra una sección transversal del terreno con un pozo en el centro. La superficie piezométrica, representada por una línea curva, adopta la forma de un cono invertido (embudo) que converge hacia el pozo. Se indica el tiempo $Tiempo = t$ y el radio r desde el eje del pozo. La altura del descenso del nivel del agua se denota como $s(r,t)$. Una flecha horizontal apunta hacia el pozo, indicando el flujo de agua. A la derecha, se muestra una sección transversal similar, pero con una superficie piezométrica plana. Se indica el caudal Q que sale del pozo y las propiedades del acuífero $T, K \text{ y } S$. Una flecha horizontal apunta hacia el pozo, indicando el flujo de agua.
- ❖ En el pozo el agua penetra por una superficie **cilíndrica relativamente pequeña** y por lo tanto se precisa un **gradiente importante** para que de acuerdo a la ley de Darcy exista un flujo igual al caudal bombeado.
 - ❖ Para cualquier cilindro concéntrico con el pozo debe pasar la misma cantidad de agua pero como la superficie de los mismos aumenta en proporción directa a su radio, el **gradiente va disminuyendo cuando me alejo del pozo**.

HIDRÁULICA DE POZOS

Régimen estacionario y transitorio:

- ❖ Cuando se inicia el bombeo a caudal constante inicialmente se extrae agua del almacenamiento cercano gracias al descenso del nivel producido.
- ❖ Poco a poco el cono de influencia va extendiéndose de forma que la cantidad de agua producida a consecuencia del descenso de nivel iguale a la extraída por el pozo.



- ❖ El periodo durante el cual los descensos van aumentando se llama **régimen transitorio**. Si el acuífero no recibe agua del exterior este descenso continuaría indefinidamente.
- ❖ Si el acuífero es muy grande y debido a que la superficie del cono de influencia es creciente, la velocidad de descenso va disminuyendo paulatinamente hasta que los descensos se estabilizan, entonces se dice que se ha alcanzado el **régimen estacionario**.

HIDRÁULICA DE POZOS

Hipótesis de Dupuit:

- ❖ El acuífero es homogéneo e isótropo y sus límites infinitos.
- ❖ El espesor del acuífero es constante y la base del mismo es horizontal.
- ❖ El nivel piezométrico antes de comenzar el bombeo es horizontal (No existe flujo natural)
- ❖ Las superficies equipotenciales son cilindros verticales de sección circular y concéntricos con el pozo. Esto equivale a suponer que el flujo es radial y horizontal.
- ❖ La ley de Darcy es válida para el flujo en el acuífero.
- ❖ El coeficiente de almacenamiento es constante en el espacio y en el tiempo.
- ❖ Para los acuíferos cautivos y semiconfinados se supone que en ningún lugar los descensos producidos rebajan el nivel del agua por debajo del techo de los mismos.
- ❖ El agua liberada del almacenamiento aparece simultánea y proporcionalmente con la disminución del nivel piezométrico.
- ❖ El bombeo es constante.
- ❖ El pozo es completo (totalmente penetrante).
- ❖ En régimen variable se admite que el radio del pozo es suficientemente pequeño y que la variación del volumen almacenada en el mismo no influye en el caudal de bombeo.
- ❖ No existe pérdida de carga por penetración del agua en el pozo.
- ❖ El caudal de bombeo es constante.

HIDRÁULICA DE POZOS

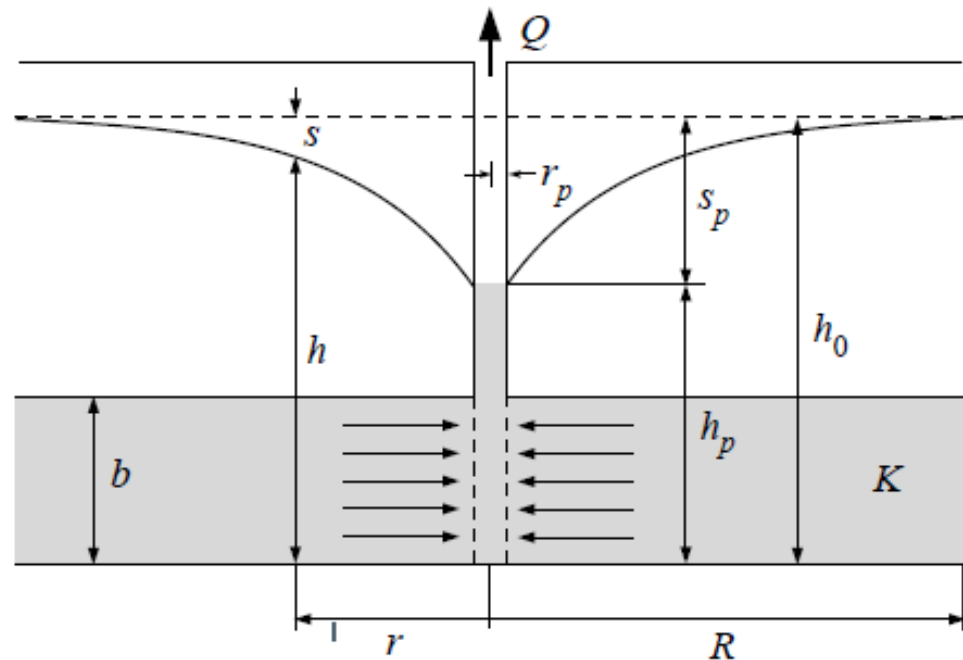
Formulaciones:

TIPO DE ACUÍFERO	RÉGIMEN	FORMULACIÓN
Cautivo	estacionario	Thiem
	transitorio	Theis
		aproximación de Jacob
Semiconfinado	estacionario	De Glee o Jacob-Hantush
	transitorio	Hantush
Libre sin recarga	estacionario	Dupuit
		aproximación a Thiem
		corrección de Jacob
	transitorio	fórmulas varias
		aproximaciones para s chicos
Libre recargado uniformemente	estacionario	fórmula y aproximación para s chicos

AC CAUTIVO – RÉGIMEN ESTACIONARIO

Ecuación de Thiem:

- Parámetros: b , K
- Condición Inicial $h(x,y) = h_0$.
- Consideremos un pozo de radio r_p y un bombeo Q que produce un descenso en el pozo s_p .
- El flujo se desarrolla en régimen permanente siendo el radio de influencia del bombeo igual a R .



Ecuación de flujo en coordenadas radiales:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = \frac{S}{Kb} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{N}{Kb}$$

AC CAUTIVO – RÉGIMEN ESTACIONARIO

Ecuación de Thiem:

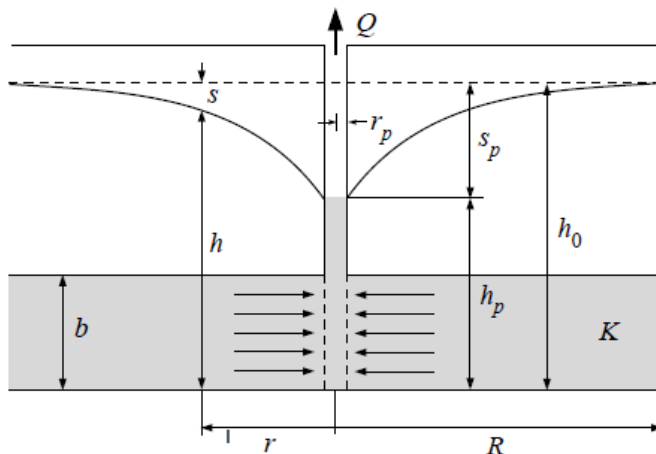
- La altura piezométrica es radialmente simétrica por lo que:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = 0$$

- No existe recarga por lo que $N = 0$

- El régimen es permanente por tanto: $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$

$$\frac{d^2 h}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dh}{dr} = 0$$



C. Borde:

$$h|_{r=r_p} = h_p$$

$$h|_{r=R} = h_0$$

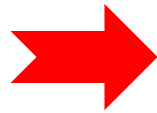
AC CAUTIVO – RÉGIMEN ESTACIONARIO

Ecuación de Thiem:

$$\frac{d^2 h}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dh}{dr} = 0$$

$$h|_{r=r_p} = h_p$$

$$h|_{r=R} = h_0$$

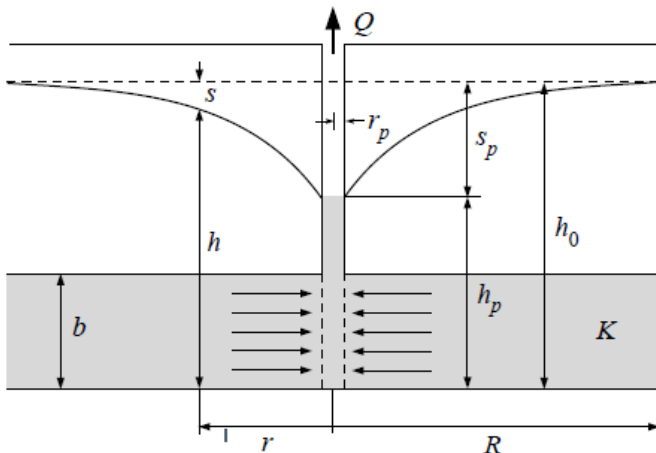


$$h = h_0 - \frac{Q}{2\pi T} \ln(R/r)$$

Como el descenso $s = h_0 - h(r)$:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln(R/r)$$

Ecuación de Thiem



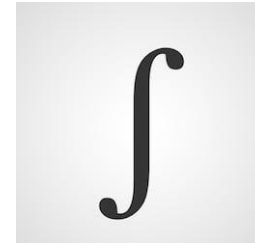
AC CAUTIVO – RÉGIMEN ESTACIONARIO

Ecuación de Thiem

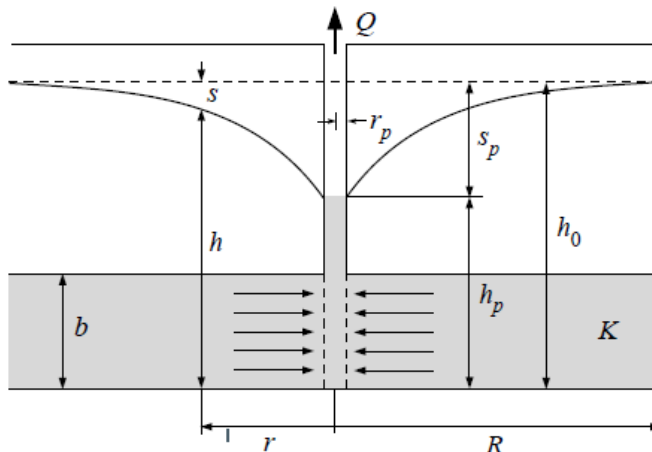
Otra forma de resolverlo:

$$Q = \text{Perímetro Cilindro} \times b \times \text{Velocidad}$$

$$Q = 2 \times \pi \times r \times b \times k \times \frac{\partial h}{\partial r}$$



$$h = h_0 - \frac{Q}{2\pi T} \ln(R/r)$$



Como el descenso $s = h_0 - h(r)$:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln(R/r)$$

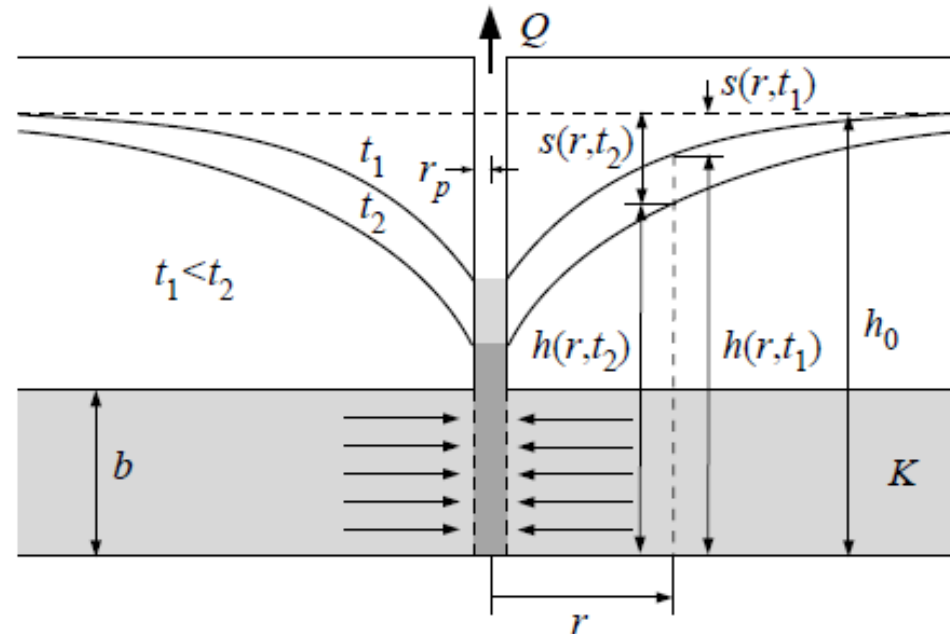
Ecuación de Thiem

AC CAUTIVO – RÉGIMEN TRANSITORIO

Ecuación de Theis:

Acuífero espesor b y conductividad hidráulica k . El nivel piezométrico inicial es h_0 .

Consideremos un pozo de radio r_p a través del cual se bombea un caudal Q . El flujo se desarrolla en régimen transitorio.



Una vez iniciado el bombeo, el cono piezométrico se extiende, por lo que el descenso es una función de " r " y de " t ".

AC CAUTIVO – RÉGIMEN TRANSITORIO

Este problema fue resuelto por primera vez por Theis en 1935 bajo las siguientes hipótesis:

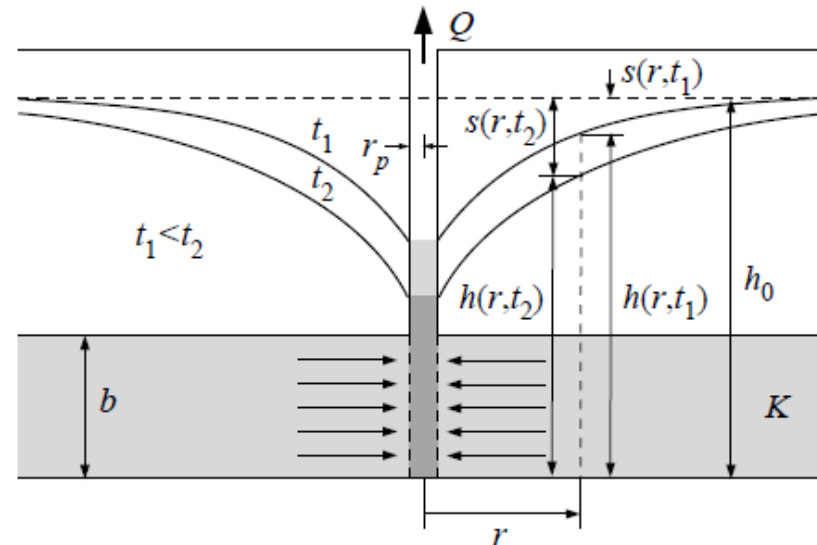
- ❖ El acuífero es confinado, homogéneo e isótropo.
- ❖ El acuífero es horizontal y tiene un espesor constante.
- ❖ El bombeo es constante.
- ❖ El acuífero es infinito en dirección horizontal.
- ❖ El diámetro del pozo es suficientemente pequeño para que el almacenamiento en él se pueda considerar despreciable.
- ❖ El pozo es totalmente penetrante.
- ❖ El nivel piezométrico antes de comenzar el bombeo es el mismo en todos los puntos del acuífero.
- ❖ El caudal bombeado se deriva exclusivamente del almacenamiento en el acuífero.
- ❖ El agua liberada del almacenamiento aparece simultánea y proporcionalmente a la disminución del nivel piezométrico.
- ❖ El almacenamiento en el acuífero es proporcional a la altura piezométrica.

AC CAUTIVO – RÉGIMEN TRANSITORIO

Ecuación de Theis:

Ecuación de flujo en coordenadas radiales:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = \frac{S}{Kb} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{N}{Kb}$$



Considerando que:

- El pozo es totalmente penetrante y que los descensos son uniformes sobre el espesor del acuífero, la altura piezométrica es independiente del ángulo θ .

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = 0$$

- No existe recarga por lo que $N = 0$.



$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

AC CAUTIVO – RÉGIMEN TRANSITORIO

Ecuación de Theis:

Condiciones Iniciales y de Contorno:

- Inicialmente los descensos son nulos en todo el acuífero

$$s(r, 0) = 0$$

- Los descensos son nulos a para valores de r tendiendo a infinito

$$s(\infty, t) = 0$$

- Cerca del pozo el flujo es igual al caudal bombeado

$$\lim_{r \rightarrow 0} 2 \times \pi \times r \times k \times \frac{\partial h}{\partial r} = Q$$

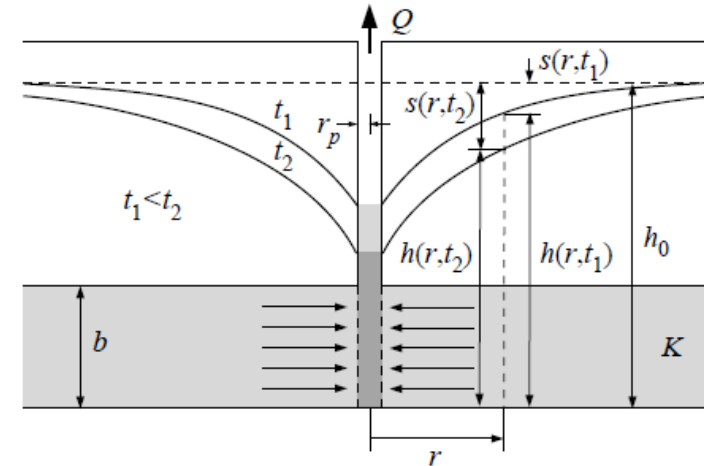
La solución. Se puede mostrar que la solución a la ecuación de flujo sujeta a la condición inicial y de contorno es:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$

Donde

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

$W(u)$ Se denomina “función de pozo”



AC CAUTIVO – RÉGIMEN TRANSITORIO

Ecuación de Theis:

La función $W(u)$ está tabulada para distintos valores de “u”

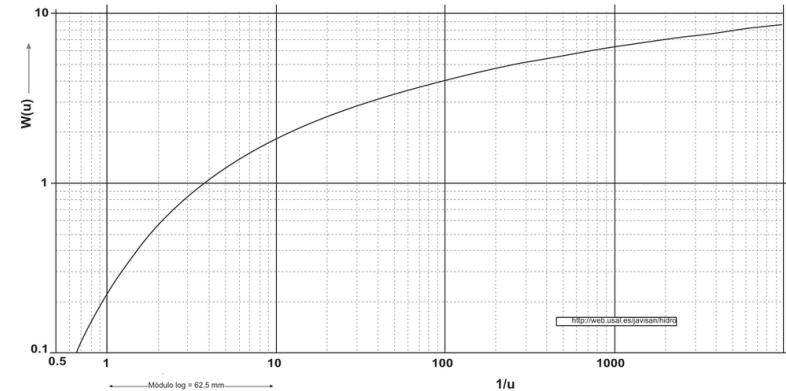
$W(u)$ está definida como: $W(u) = \int_u^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dy$

Y puede expresarse como:

$$W(u) = -0.5772 - \ln(u) + u - \frac{u^2}{2.2!} + \frac{u^3}{3.3!} - \frac{u^4}{4.4!} + \dots$$

Función de pozo $W(u)$ para acuífero confinado (Curva de Theis)

Calculada con la siguiente expresión: $W(u) = -0.5772 - \ln u + u - \frac{u^2}{2.2!} + \frac{u^3}{3.3!} - \frac{u^4}{4.4!}$



Simplificación....

Cuando $u < 0.003$ (en la bibliografía puede variar el valor de u) se pueden despreciar los términos potenciales y $W(u)$ se aproxima como:

$$W(u) = -0.5772 - \ln(u)$$

$$u < 0.003$$

AC CAUTIVO – RÉGIMEN TRANSITORIO

Ecuación de Theis:

Utilizando dicha aproximación la fórmula de Theis se transforma en:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) = \frac{Q}{4\pi T} \left(-0.5772 - \text{Ln} \left(\frac{r^2 S}{4Tt} \right) \right)$$

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \text{Ln} \left(\frac{2.25Tt}{r^2 S} \right)$$

Si preferimos trabajar con log decimal:

$$s = 0.183 \frac{Q}{T} \text{Log} \left(\frac{2.25Tt}{r^2 S} \right)$$

Aproximación de Jacob de la fórmula de Theis



Ecuación de una recta en eje semi log!!!