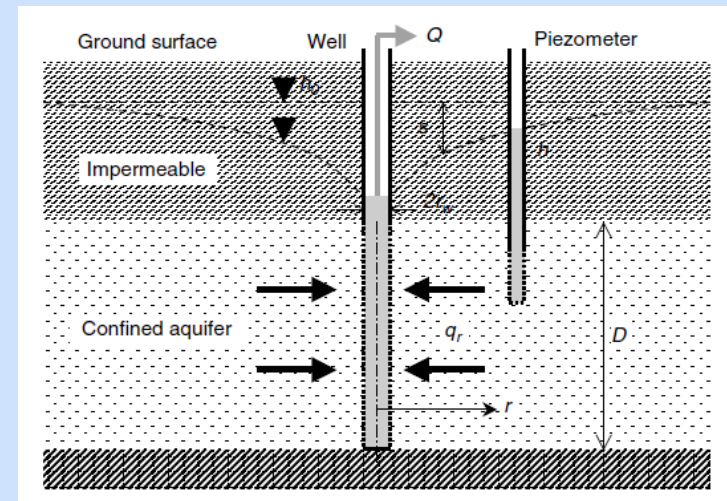
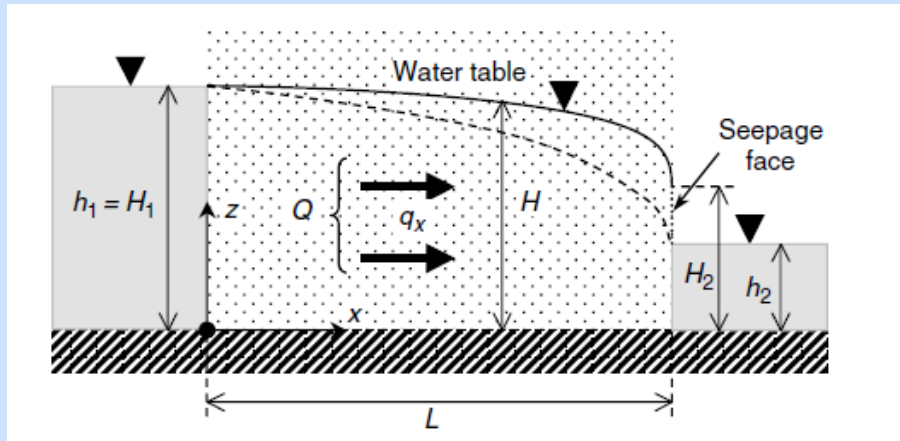


ECUACIÓN DE FLUJO E HIDRÁULICA DE CAPTACIONES PARTE I



Edición 2024

Alfonso Flaquer

Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental (IMFIA)
Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay

aflaquer@fing.edu.uy

ECUACIÓN DE FLUJO E HIDRÁULICA DE CAPTACIONES PARTE I

Objetivos

- ❖ Principios y deducción de la ecuación del flujo de agua subterránea para los distintos tipos de acuífero.
- ❖ Presentar las condiciones inicial y de contorno en problemas de flujo de agua subterránea y su significado.
- ❖ Comentar los métodos de resolución de la ecuación del flujo de agua subterránea.
- ❖ Mostrar ejemplos sencillos de soluciones analíticas de la ecuación del flujo de agua subterránea.
- ❖ Hidráulica de Pozos (Ac. Cautivo / Confinado)

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Introducción:

- ❖ El flujo de los fluidos a través de un medio poroso está gobernado por las leyes de la física y como tal puede ser descrito a través de **ecuaciones diferenciales**.
- ❖ En estas ecuaciones diferenciales las **coordenadas espaciales** y el **tiempo** son las variables **independientes (x,y,z,t)** y la **altura o carga piezométrica (h)** la variable **dependiente**.

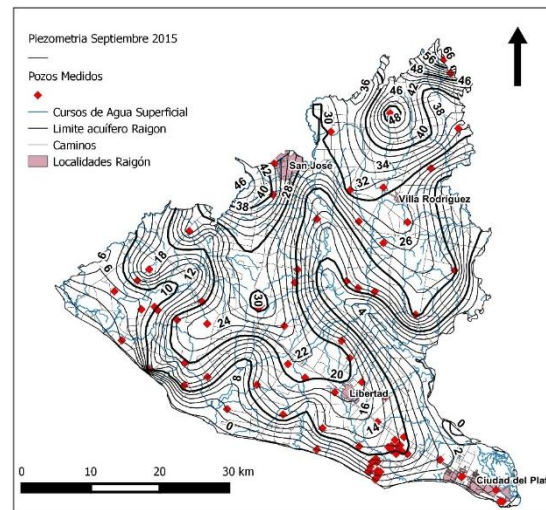
$$h(x, y, z, t)$$



Variable



Fijo (Estacionario)



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Introducción:

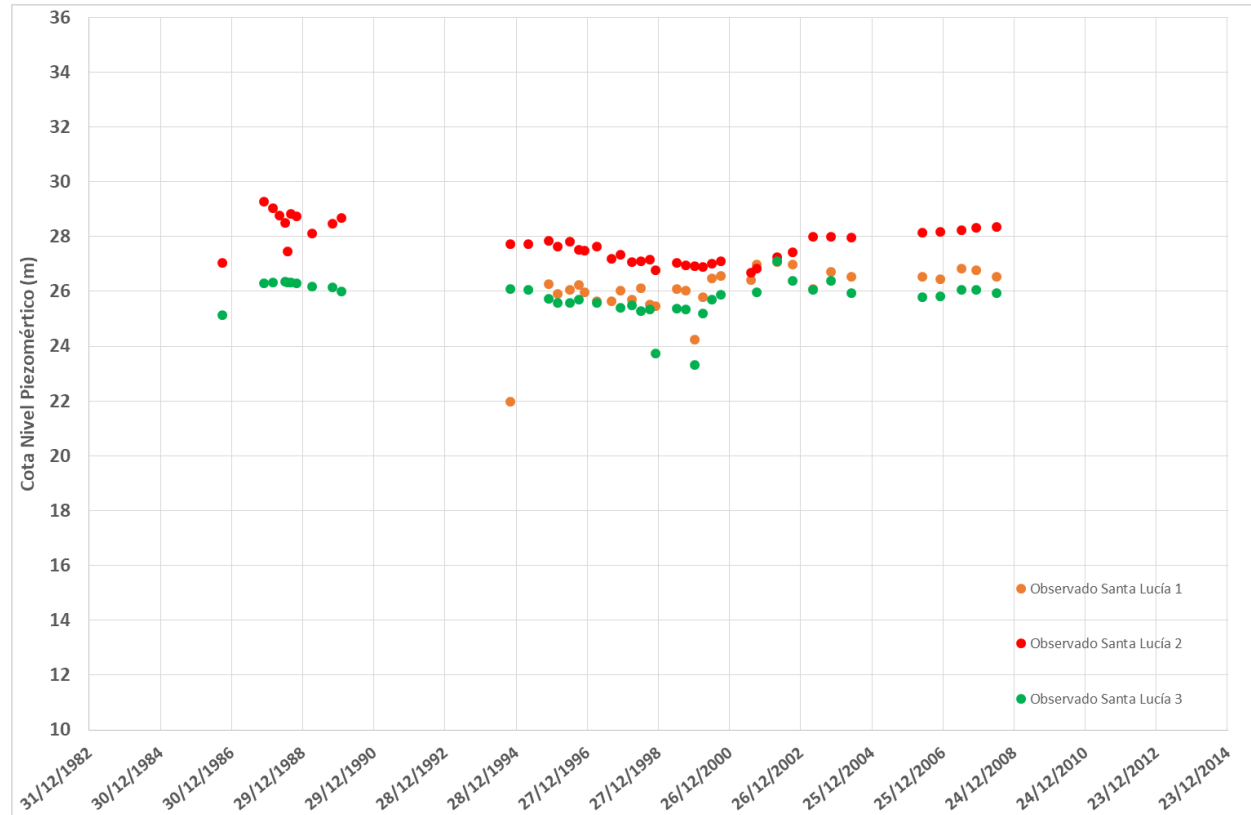
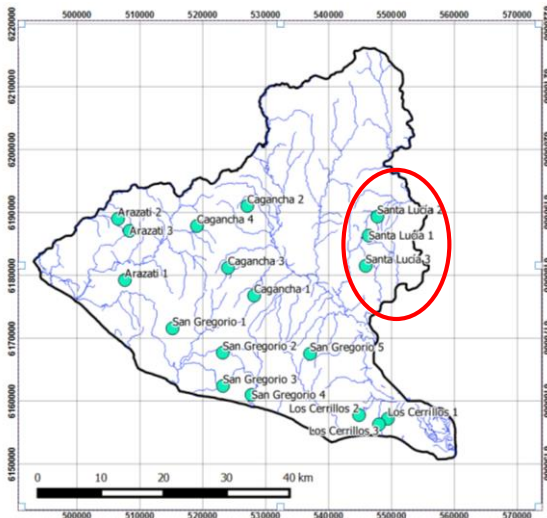
$$h(x, y, z, t)$$



Fijo



Variable



Tiempo

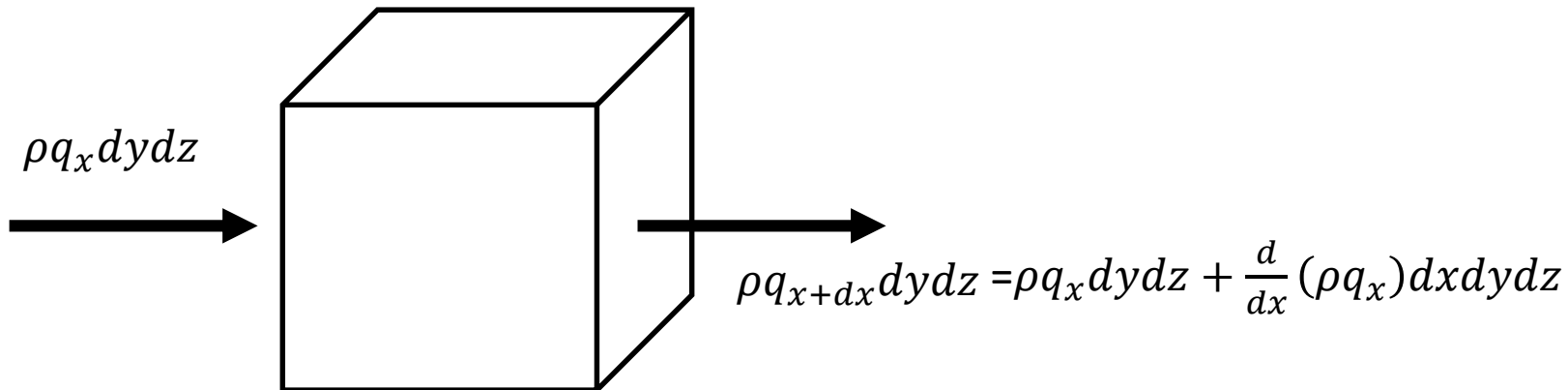
ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:

❖ Para derivar la ecuación diferencial del flujo subterráneo se utilizan:

- Ley de conservación de la masa
- Ley de Darcy.

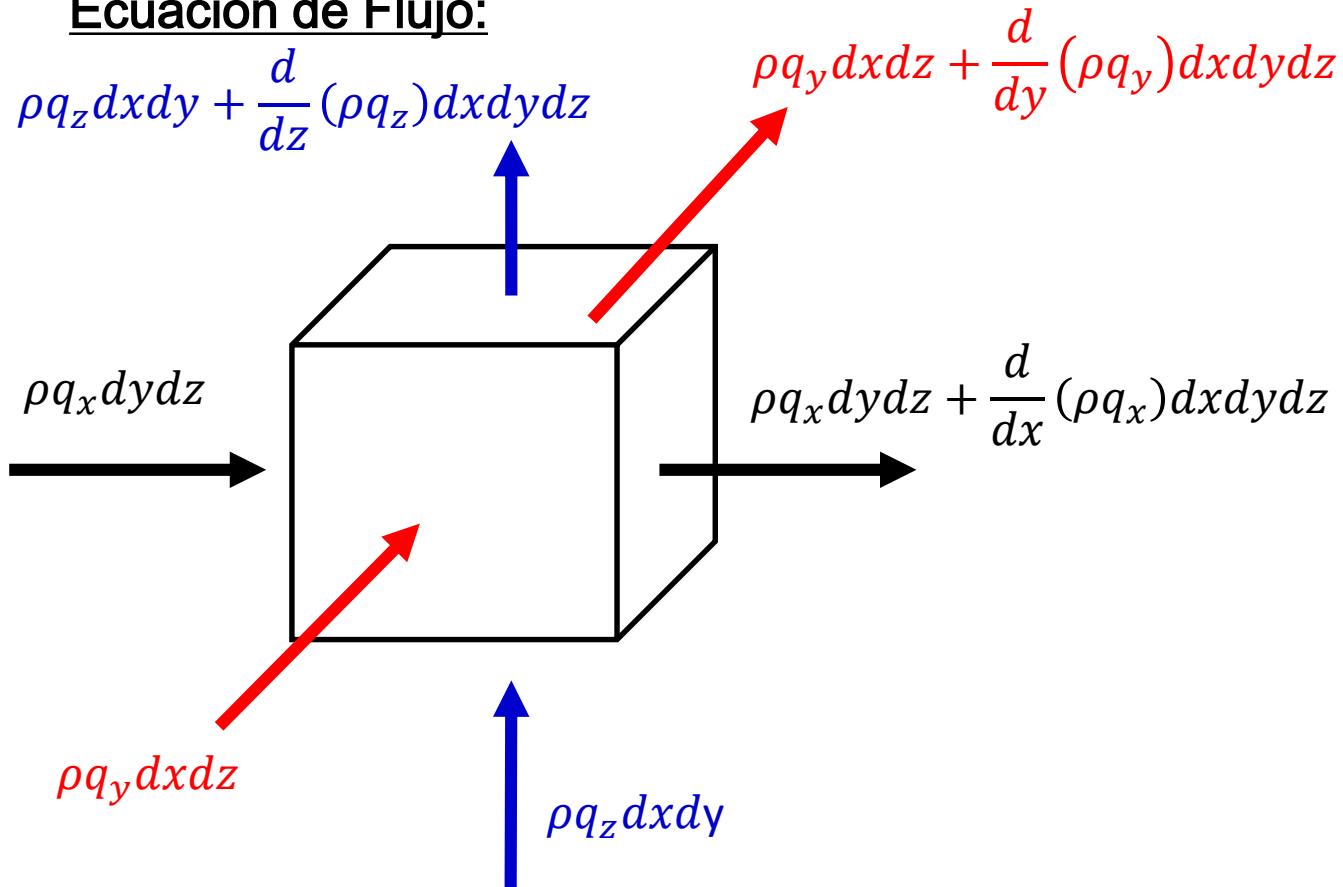
Masa Entrante - Masa Saliente = Cambios en el almacenamiento



Cambios en el almacenamiento = $-\frac{d}{dx}(\rho q_x) dx dydz$

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:



Cambios en el almacenamiento =
$$-\left(\frac{d}{dx}\rho q_x + \frac{d}{dy}\rho q_y + \frac{d}{dz}\rho q_z\right) dx dy dz$$

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:

Masa

$$M = \rho m_e dx dy dz$$



Cambios en el almacenamiento

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} (\rho m_e dx dy dz)$$

El coeficiente de almacenamiento es.....



MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros-Coeficiente de Almacenamiento

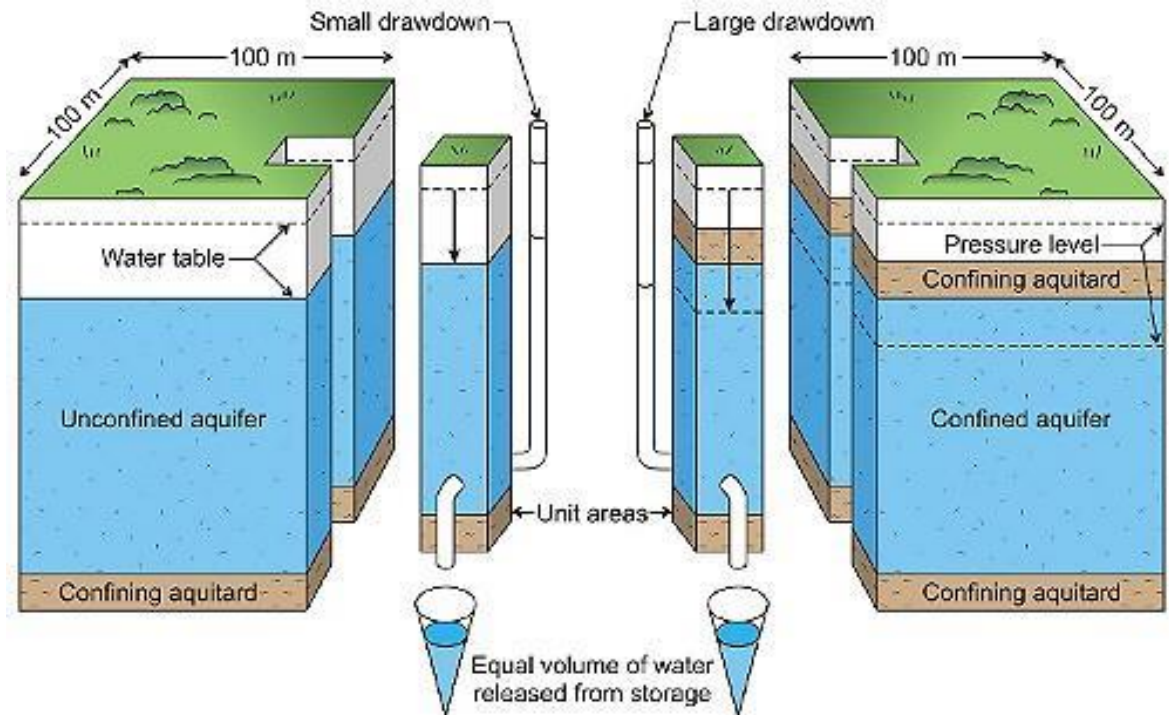
El coeficiente de almacenamiento de un acuífero es el volumen de agua cedida o tomada del almacenamiento del mismo, por unidad de área superficial cuando se produce un cambio unitario de carga.

Se distinguen dos casos:

- Acuíferos Libres
- Acuíferos Cautivos

Ac. Libre varían desde 0.01 hasta 0.35

Ac. Cautivo varían desde 0.00001 hasta 0.001



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:

Cambios en el almacenamiento

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} (\rho m_e dx dy dz)$$

$$S_s = \frac{dV}{dh dx dy dz} \longrightarrow dV = S_s dh dx dy dz \longrightarrow \frac{dV}{dt} = S_s \frac{dh}{dt} dx dy dz$$

Iguando **Variación** = **Entradas-Salidas**

$$\frac{dM}{dt} = S_s \rho \frac{dh}{dt} dx dy dz = - \left(\frac{d}{dx} \rho q_x + \frac{d}{dy} \rho q_y + \frac{d}{dz} \rho q_z \right) dx dy dz$$

Simplificando

$$S_s \frac{dh}{dt} = - \left(\frac{d}{dx} q_x + \frac{d}{dy} q_y + \frac{d}{dz} q_z \right)$$

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:

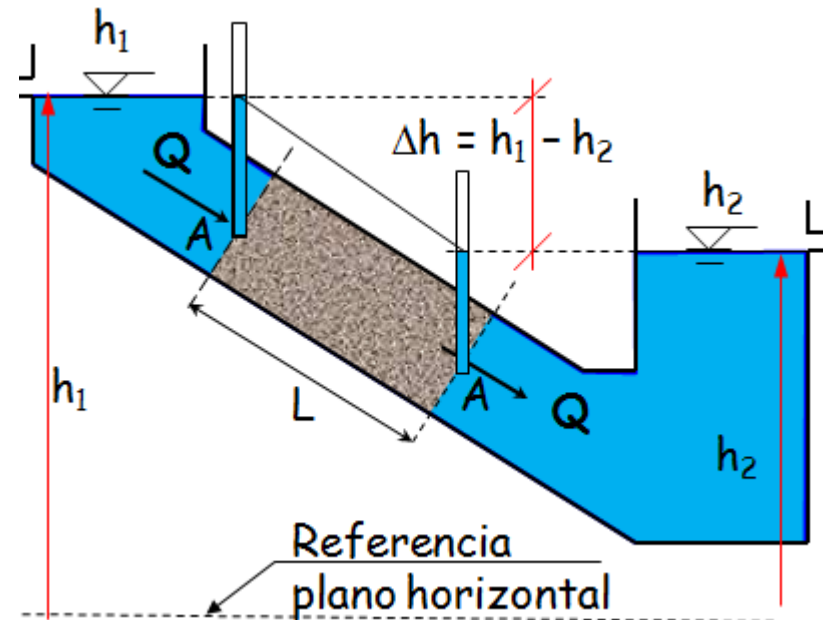
$$S_s \frac{dh}{dt} = - \left(\frac{d}{dx} q_x + \frac{d}{dy} q_y + \frac{d}{dz} q_z \right) \quad \text{Y ahora????}$$

Darcy.... $\mathbf{q} = \frac{Q}{A} = -\mathbf{K} \nabla h$

$$q_x = -k \frac{dh}{dx}$$

$$q_y = -k \frac{dh}{dy}$$

$$q_z = -k \frac{dh}{dz}$$



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:

$$q_x = -k_x \frac{dh}{dx} \quad q_y = -k_y \frac{dh}{dy}$$

$$S_s \frac{dh}{dt} = - \left(\frac{d}{dx} q_x + \frac{d}{dy} q_y + \frac{d}{dz} q_z \right)$$

$$q_z = -k_z \frac{dh}{dz}$$

Sustituyendo

$$S_s \frac{dh}{dt} = \frac{d}{dx} \left(k_x \frac{dh}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(k_y \frac{dh}{dy} \right) + \frac{d}{dz} \left(k_z \frac{dh}{dz} \right)$$

Ecuación de flujo en medios porosos en estado transitorio para un medio saturado y anisótropo

Si el medio es homogéneo y anisótropo...

$$S_s \frac{dh}{dt} = k_x \frac{d^2 h}{dx^2} + k_y \frac{d^2 h}{dy^2} + k_z \frac{d^2 h}{dz^2}$$

Si el medio es homogéneo e isótropo...

$$S_s \frac{dh}{dt} = k \left(\frac{d^2 h}{dx^2} + \frac{d^2 h}{dy^2} + \frac{d^2 h}{dz^2} \right)$$

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ecuación de Flujo:

$$Ss \frac{dh}{dt} = k \left(\frac{d^2 h}{dx^2} + \frac{d^2 h}{dy^2} + \frac{d^2 h}{dz^2} \right)$$

Si además el acuífero es confinado...

$$T = k \times b$$

$S = bS_s$ donde S_s es el coeficiente de almacenamiento específico.

$$\frac{S}{T} \frac{dh}{dt} = \frac{d^2 h}{dx^2} + \frac{d^2 h}{dy^2} + \frac{d^2 h}{dz^2}$$

En el caso estacionario...

$$\frac{d^2 h}{dx^2} + \frac{d^2 h}{dy^2} + \frac{d^2 h}{dz^2} = 0$$

Ecuación de Laplace

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

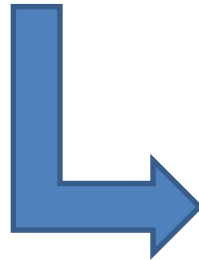
Condiciones inicial y de contorno:

- ❖ Las ecuaciones diferenciales obtenidas tienen **infinitas soluciones**, cada una de las cuales corresponde a un caso particular de flujo en el acuífero.
- ❖ Para que un problema quede completamente definido y la ecuación diferencial que lo describe tenga una única solución, es necesario asociar a la misma **las condiciones inicial y de contorno**



$$h(x, y, z, 0) = f(x, y, z)$$

Función matemática que indica la distribución de la altura piezométrica h



- Nivel conocido (Condición de DIRICHLET)
Ej: Nivel de agua conocido en el río
- Flujo conocido (Condición de NEWMAN)

$$T \frac{\partial h}{\partial x} = q$$

Ej: Borde Impermeable

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ejemplo:

Suponer un acuífero libre que limita a izquierda y derecha con dos ríos y por debajo con una capa impermeable. Los bordes denotados como AB y CD son contornos de altura piezométrica constante. Cualquier punto de dichos bordes se encuentra a la misma altura piezométrica, h_1 y h_2 , respectivamente.

De forma matemática, si la altura no cambia con el tiempo, se escribe que:

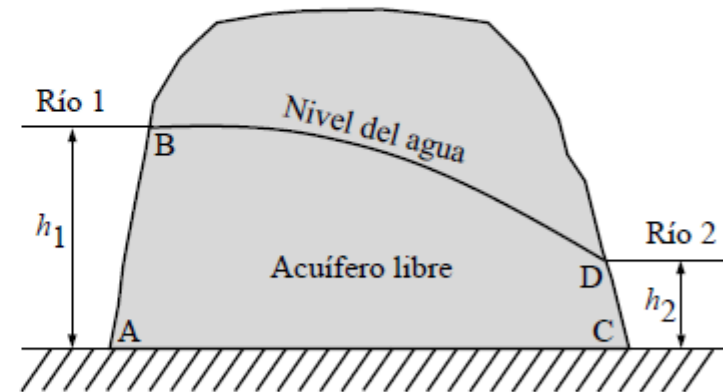
$$h = h_1 \text{ sobre AB}$$

$$h = h_2 \text{ sobre CD}$$

y si las alturas cambian con el tiempo:

$$h = h_1(t) \text{ sobre AB}$$

$$h = h_2(t) \text{ sobre CD}$$



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ejemplo:

El **flujo de agua es prescrito** en un borde.

La forma matemática de escribir esta condición es:

$$q = f_2(x, y, z, t) \text{ sobre } \Gamma_2, \text{ para } t > 0$$

donde q es la componente del flujo normal al borde considerado Γ_2 , y f_2 es una función conocida.

El flujo q puede ser dado utilizando la ley de Darcy, esto es:

$$q = -K_n \frac{\partial h}{\partial n}$$

donde n representa la dirección perpendicular al borde considerado.

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ejemplo:

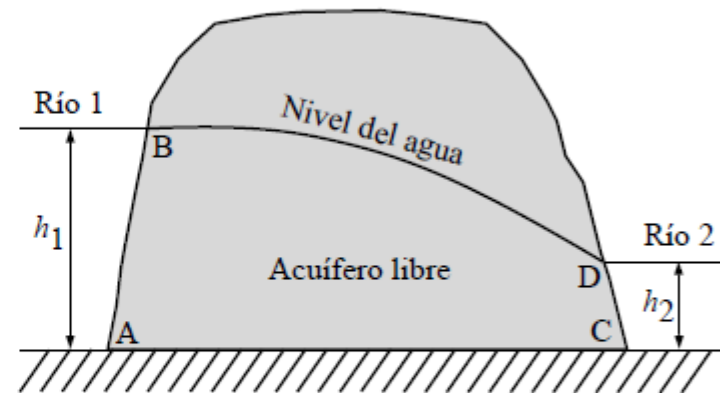
Suponer un acuífero libre que limita a izquierda y derecha con dos ríos y por debajo con una capa impermeable. El borde denotado como AC es un contorno de flujo prescrito igual a cero.

De forma matemática se escribe que:

$$q = 0 \text{ sobre AC}$$

o de otra forma:

$$q = -K_n \frac{\partial h}{\partial n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial n} = 0 \text{ sobre AC}$$



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ejemplo:

El flujo de agua depende del gradiente de altura piezométrica existente en el borde.

De forma general esta condición se escribe:

$$q = f_3(x, y, z, t) \text{ sobre } \Gamma_3, \text{ para } t > 0$$

aunque es habitual utilizar la ley de Darcy, esto es:

$$q = -Ki$$

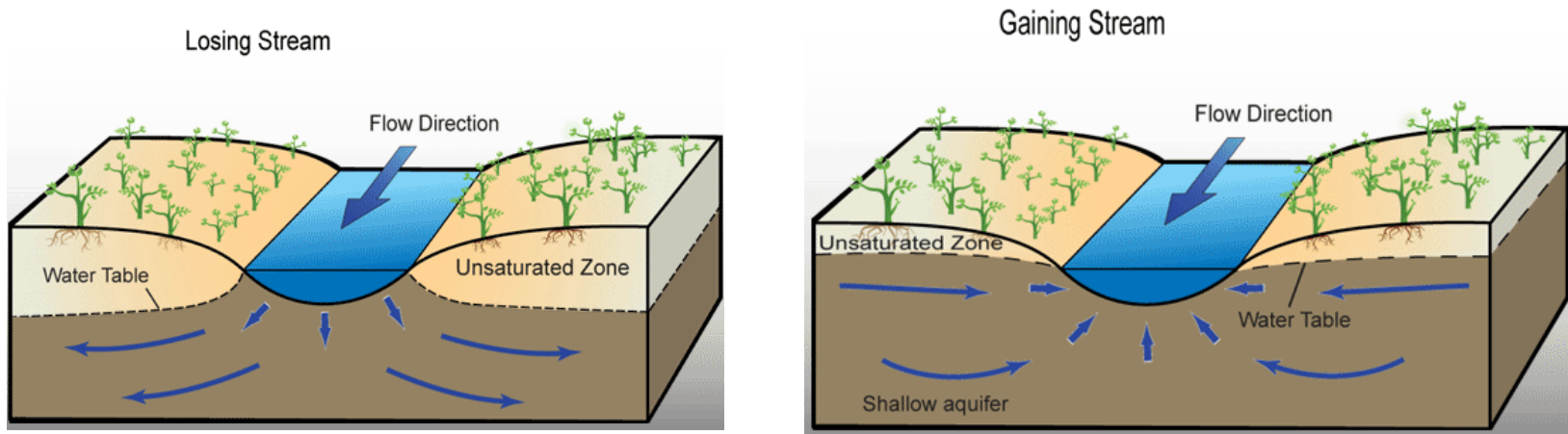
donde q es la componente del flujo normal al borde Γ_3 considerado, f_3 es una función conocida, K es la conductividad hidráulica representativa del borde considerado e i el gradiente hidráulico existente en dicho límite.

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Ejemplo:

- Una combinación de las anteriores (Condición MIXTA)

$$q = \alpha (h_{ext} - h_{i,j})$$



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Solución de las ecuaciones de flujo subterráneo:

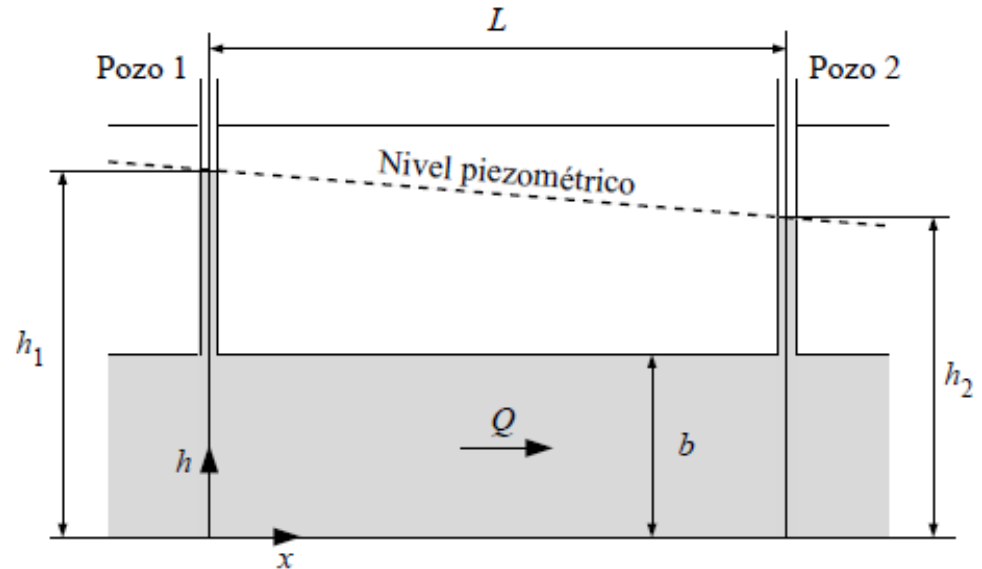
- ❖ En general los acuíferos son anisótropos y la solución de la ecuación del flujo se debe realizar por medio de **métodos numéricos (Ej: Diferencias Finitas)**
- ❖ Si el acuífero es homogéneo e isótropo, y las condiciones de contorno pueden ser descritas a través de ecuaciones algebraicas, entonces es posible **resolver la ecuación del flujo analíticamente.**

$$\frac{S}{T} \frac{dh}{dt} = \frac{d^2h}{dx^2} + \frac{d^2h}{dy^2} + \frac{d^2h}{dz^2}$$

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Solución de las ecuaciones de flujo subterráneo:

El problema y sus asunciones. Sea un acuífero confinado de propiedades homogéneas y espesor uniforme b . Consideremos 2 secciones, separadas una longitud L , tal que en ellas la altura piezométrica registrada a través de dos pozos, es $h = h_1$ y $h = h_2$, respectivamente, con $h_1 > h_2$. El flujo se desarrolla en régimen permanente y la velocidad sólo tiene componente en la dirección horizontal x . Se considera un sistema de referencia cuyo origen se encuentra en la intersección del eje del pozo 1 y la base impermeable del acuífero.



ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Solución de las ecuaciones de flujo subterráneo:

La ecuación diferencial gobernante. El flujo de agua subterránea en 2D en un acuífero confinado es descrito de forma general por la siguiente expresión:

$$\frac{S}{T} \frac{dh}{dt} = \frac{d^2h}{dx^2} + \frac{d^2h}{dy^2} + r$$

Representa el término fuente:

- Extracción por bombeo
- Recarga

Considerando que:

- El flujo se desarrolla en 1D tenemos que $\frac{dh}{dy} = 0$
- No hay fuentes ni sumideros entonces $r = 0$
- El régimen es permanente por tanto $\frac{dh}{dt} = 0$

Dicha ecuación se transforma en:

$$\frac{d^2h}{dx^2} = 0$$

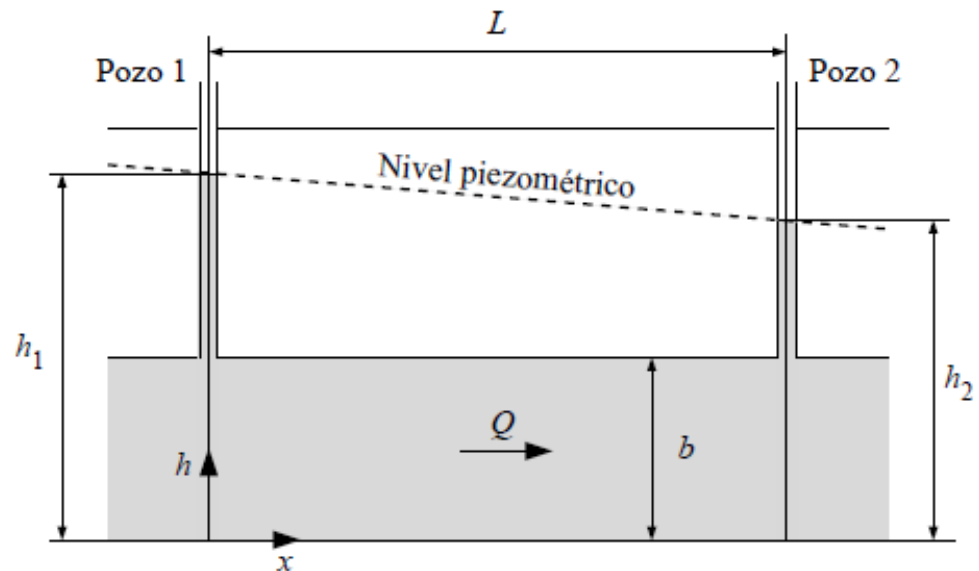
ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Solución de las ecuaciones de flujo subterráneo:

Las condiciones de contorno. Las condiciones de contorno para este problema son las siguientes:

$$h|_{x=0} = h_1$$

$$h|_{x=L} = h_2$$

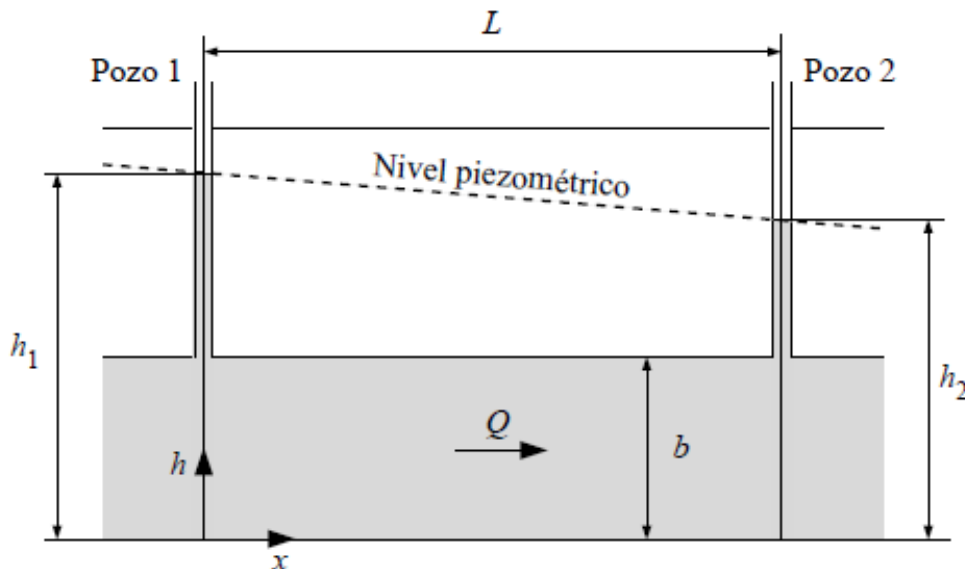


ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Solución de las ecuaciones de flujo subterráneo:

La solución. Integrando dos veces con respecto a x la ecuación $\frac{d^2 h}{dx^2} = 0$ se obtiene que:

$h(x) = Ax + B$ donde A y B son constantes de integración.



$$h(0) = B = h_1$$

$$h(L) = A \times L + B = h_2$$

$$A = \frac{h_2 - h_1}{L}$$

ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Solución de las ecuaciones de flujo subterráneo:

La solución. Integrando dos veces con respecto a x la ecuación $\frac{d^2 h}{dx^2} = 0$ se obtiene que:

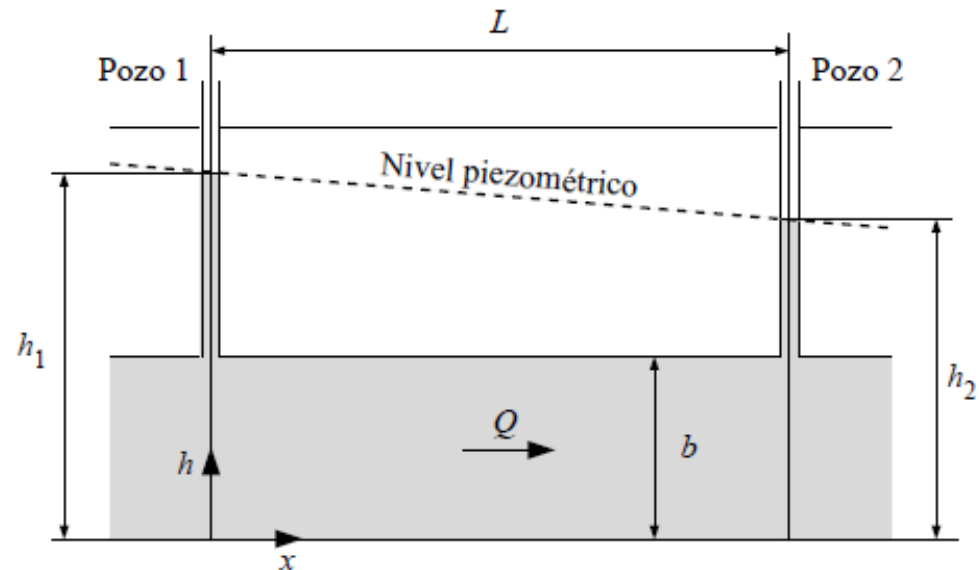
$$h(x) = \frac{h_2 - h_1}{L} x + h_1$$



La línea piezométrica es una recta

Gradiente: $i = \frac{(h_2 - h_1)}{L}$

Flujo: $q = -Ki = -K \frac{(h_2 - h_1)}{L} = K \frac{(h_1 - h_2)}{L}$



HIDRÁULICA DE POZOS

Introducción:

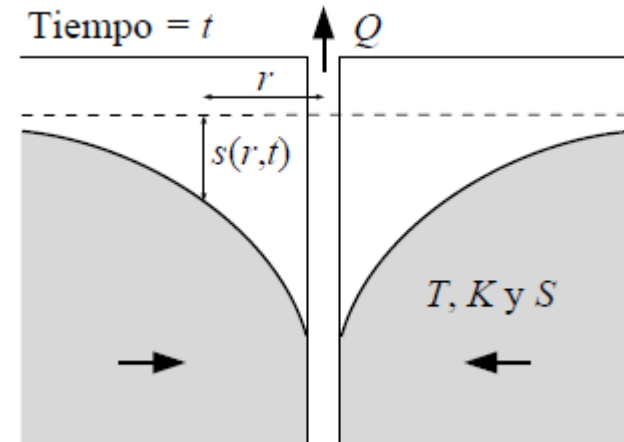
- ❖ Un pozo es una perforación vertical, en general de forma cilíndrica y de diámetro mucho menor que la profundidad, para poner a disposición el agua de los acuíferos.
- ❖ Son utilizados para **suministrar agua** con fines domésticos, municipales, industriales o para riego.
- ❖ Se utilizan para **controlar** la intrusión marina, **remover** contaminantes de un acuífero, **deprimir** los niveles freáticos durante la construcción de obras, **disminuir** presiones bajo presas y **drenar** terrenos cultivados.
- ❖ También se usan para **inyectar** fluidos en el terreno y para **recargar** acuíferos.



HIDRÁULICA DE POZOS

Funcionamiento Hidráulico:

- ❖ Cuando se lleva bombeando un tiempo largo, la **superficie piezométrica** adopta la forma de un **cono invertido o embudo** en cuyo centro se sitúa el pozo.
- ❖ El bombeo produce un **descenso del nivel del agua** a fin de crear un **gradiente hidráulico** que ponga en movimiento el agua hacia el pozo.

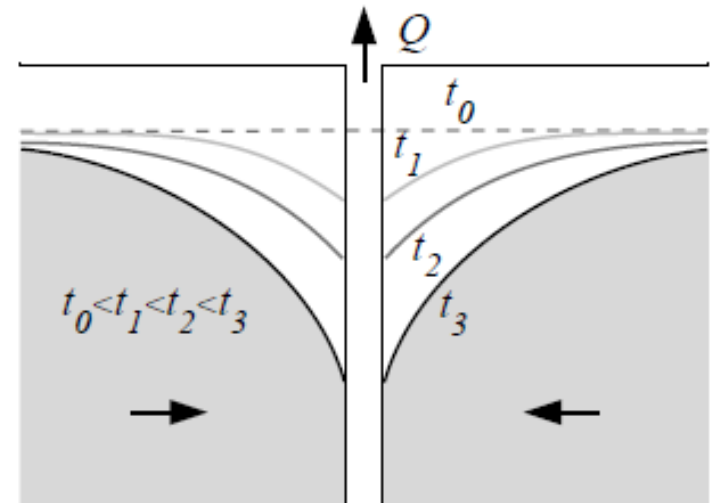


- ❖ En el pozo el agua penetra por una **superficie cilíndrica relativamente pequeña** y por lo tanto se precisa un **gradiente importante** para que de acuerdo a la ley de Darcy exista un flujo igual al caudal bombeado.
- ❖ Para cualquier cilindro concéntrico con el pozo debe pasar la misma cantidad de agua pero como la superficie de los mismos aumenta en proporción directa a su radio, **el gradiente va disminuyendo cuando me alejo del pozo.**

HIDRÁULICA DE POZOS

Régimen estacionario y transitorio:

- ❖ Cuando se inicia el bombeo a caudal constante inicialmente se extrae agua del almacenamiento cercano gracias al descenso del nivel producido.
- ❖ Poco a poco el cono de influencia va extendiéndose de forma que la cantidad de agua producida a consecuencia del descenso de nivel iguale a la extraída por el pozo.



- ❖ El periodo durante el cual los descensos van aumentando se llama **régimen transitorio**. Si el acuífero no recibe agua del exterior este descenso continuaría indefinidamente.
- ❖ Si el acuífero es muy grande y debido a que la superficie del cono de influencia es creciente, la velocidad de descenso va disminuyendo paulatinamente hasta que los descensos se estabilizan, entonces se dice que se ha alcanzado el **régimen estacionario**.

HIDRÁULICA DE POZOS

Hipótesis de Dupuit:

- ❖ El acuífero es homogéneo e isótropo y sus límites infinitos.
- ❖ El espesor del acuífero es constante y la base del mismo es horizontal.
- ❖ El nivel piezométrico antes de comenzar el bombeo es horizontal (No existe flujo natural)
- ❖ Las superficies equipotenciales son cilindros verticales de sección circular y concéntricos con el pozo. Esto equivale a suponer que el flujo es radial y horizontal.
- ❖ La ley de Darcy es válida para el flujo en el acuífero.
- ❖ El coeficiente de almacenamiento es constante en el espacio y en el tiempo.
- ❖ Para los acuíferos cautivos y semiconfinados se supone que en ningún lugar los descensos producidos rebajan el nivel del agua por debajo del techo de los mismos.
- ❖ El agua liberada del almacenamiento aparece simultánea y proporcionalmente con la disminución del nivel piezométrico.
- ❖ El bombeo es constante.
- ❖ El pozo es completo (totalmente penetrante).
- ❖ En régimen variable se admite que el radio del pozo es suficientemente pequeño y que la variación del volumen almacenada en el mismo no influye en el caudal de bombeo.
- ❖ No existe pérdida de carga por penetración del agua en el pozo.
- ❖ El caudal de bombeo es constante.

HIDRÁULICA DE POZOS

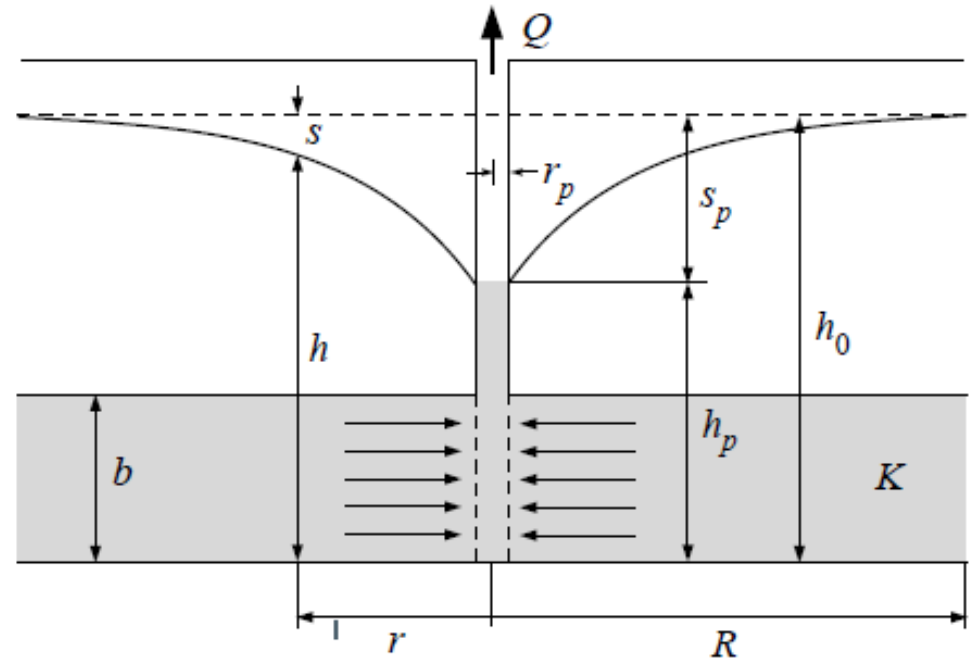
Formulaciones:

TIPO DE ACUÍFERO	RÉGIMEN	FORMULACIÓN
Cautivo	estacionario	Thiem
	transitorio	Theis
		aproximación de Jacob
Semiconfinado	estacionario	De Glee o Jacob-Hantush
	transitorio	Hantush
Libre sin recarga	estacionario	Dupuit
		aproximación a Thiem
		corrección de Jacob
	transitorio	fórmulas varias
		aproximaciones para s chicos
Libre recargado uniformemente	estacionario	fórmula y aproximación para s chicos

AC CAUTIVO - RÉGIMEN ESTACIONARIO

Ecuación de Thiem:

- Parámetros: b , K
- Condición Inicia $h(x,y) = h_0$.
- Consideremos un pozo de radio r_p y un bombeo Q que produce un descenso en el pozo s_p .
- El flujo se desarrolla en régimen permanente siendo el radio de influencia del bombeo igual a R .



Ecuación de flujo en coordenadas radiales:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = \frac{S}{Kb} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{N}{Kb}$$

AC CAUTIVO - RÉGIMEN ESTACIONARIO

Ecuación de Thiem:

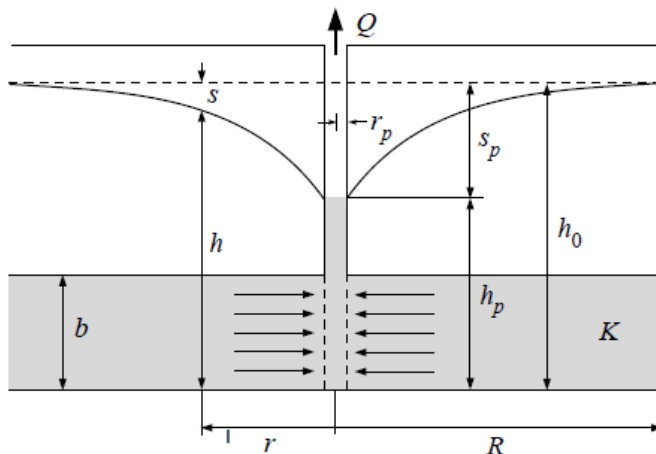
- La altura piezométrica es radialmente simétrica por lo que:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = 0$$

- No existe recarga por lo que $N = 0$

- El régimen es permanente por tanto: $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$

$$\frac{d^2 h}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dh}{dr} = 0$$



C. Borde:

$$h|_{r=r_p} = h_p$$

$$h|_{r=R} = h_0$$

AC CAUTIVO - RÉGIMEN ESTACIONARIO

Ecuación de Thiem:

$$\frac{d^2 h}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dh}{dr} = 0$$

$$h|_{r=r_p} = h_p$$

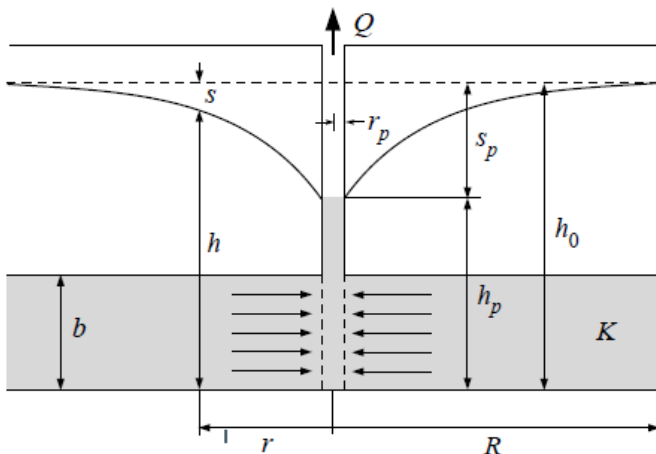
$$h|_{r=R} = h_0$$

$$h = h_0 - \frac{Q}{2\pi T} \ln(R/r)$$

Como el descenso $s = h_0 - h(r)$:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln(R/r)$$

Ecuación de Thiem

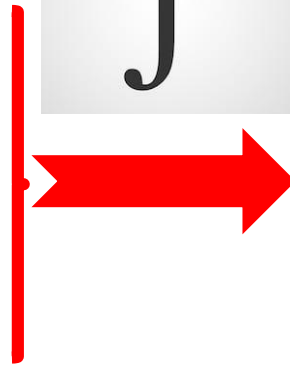
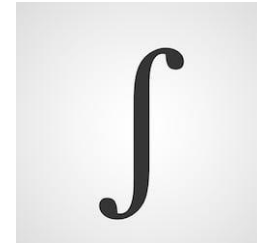


AC CAUTIVO - RÉGIMEN ESTACIONARIO

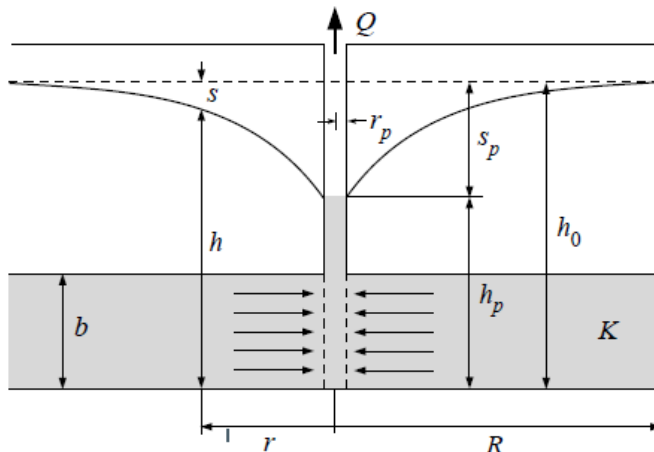
Ecuación de Thiem:

$Q = \text{Perímetro Cilindro} \times b \times \text{Velocidad}$

$$Q = 2 \times \pi \times r \times b \times k \times \frac{\partial h}{\partial r}$$



$$h = h_0 - \frac{Q}{2\pi T} \ln(R/r)$$



Como el descenso $s = h_0 - h(r)$:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln(R/r)$$

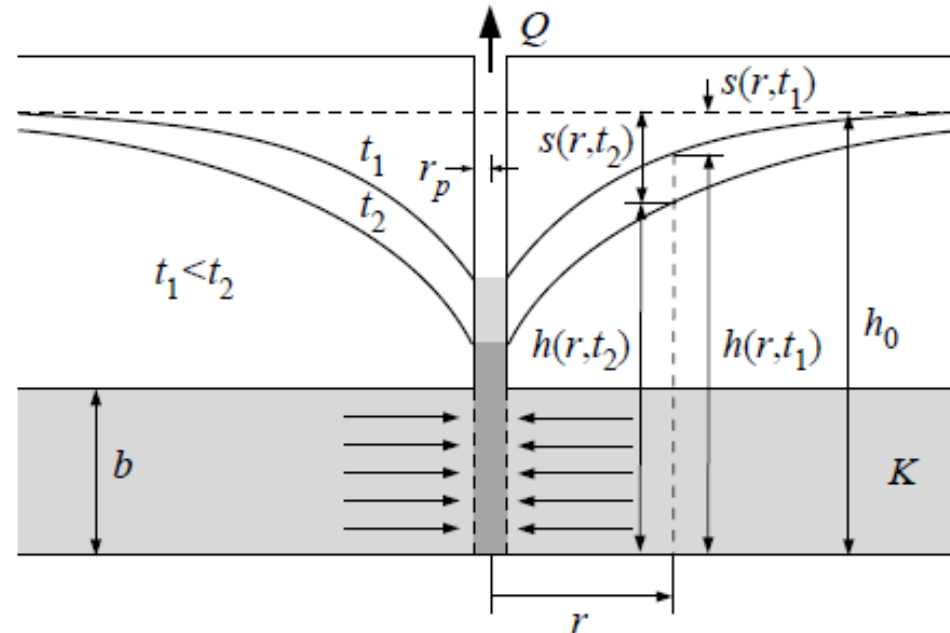
Ecuación de Thiem

AC CAUTIVO - RÉGIMEN TRANSITORIO

Ecuación de Theis:

Acuífero espesor b y conductividad hidráulica k . El nivel piezométrico inicial es h_0 .

Consideremos un pozo de radio r_p a través del cual se bombea un caudal Q . El flujo se desarrolla en régimen transitorio.



Una vez iniciado el bombeo el cono piezométrico se extiende, por lo que el descenso es una función de “ r ” y de “ t ”.

AC CAUTIVO - RÉGIMEN TRANSITORIO

Este problema fue resuelto por primera vez por Theis en 1935 bajo las siguientes Hipótesis:

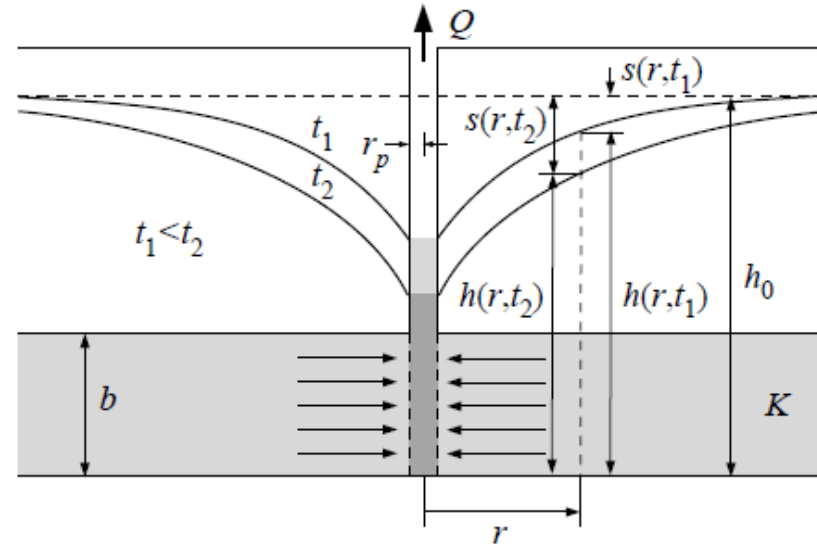
- ❖ El acuífero es confinado, homogéneo e isótropo.
- ❖ El acuífero es horizontal y tiene un espesor constante.
- ❖ El bombeo es constante.
- ❖ El acuífero es infinito en dirección horizontal.
- ❖ El diámetro del pozo es suficientemente pequeño para que el almacenamiento en él se pueda considerar despreciable.
- ❖ El pozo es totalmente penetrante.
- ❖ El nivel piezométrico antes de comenzar el bombeo es el mismo en todos los puntos del acuífero.
- ❖ El caudal bombeado se deriva exclusivamente del almacenamiento en el acuífero.
- ❖ El agua liberada del almacenamiento aparece simultánea y proporcionalmente a la disminución del nivel piezométrico.
- ❖ El almacenamiento en el acuífero es proporcional a la altura piezométrica.

AC CAUTIVO - RÉGIMEN TRANSITORIO

Ecuación de Theis:

Ecuación de flujo en coordenadas radiales:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = \frac{S}{Kb} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{N}{Kb}$$



Considerando que:

- El pozo es totalmente penetrante y que los descensos son uniformes sobre el espesor del acuífero, la altura piezométrica es independiente del ángulo θ .

$$\longrightarrow \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = 0$$

- No existe recarga por lo que $N = 0$.



$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

AC CAUTIVO - RÉGIMEN TRANSITORIO

Ecuación de Theis:

Condiciones de Iniciales y de Contorno:

- Inicialmente los descensos son nulos en todo el acuífero

$$s(r, 0) = 0$$

- Los descensos son nulos a para valores de r tendiendo a infinito

$$s(\infty, t) = 0$$

- Cerca del pozo el flujo es igual al caudal bombeado

$$\lim_{r \rightarrow 0} 2 \times \pi \times r \times k \times \frac{\partial h}{\partial r} = Q$$

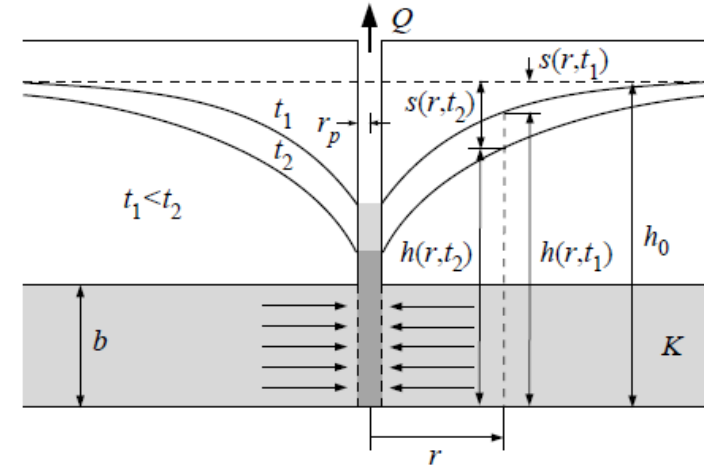
La solución. Se puede mostrar que la solución a la ecuación de flujo sujeta a la condición inicial y de contorno es:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$

Donde

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

$W(u)$ Se denomina “función de pozo”



AC CAUTIVO - RÉGIMEN TRANSITORIO

Ecuación de Theis:

La función $W(u)$ está tabulada para distintos valores de “u”

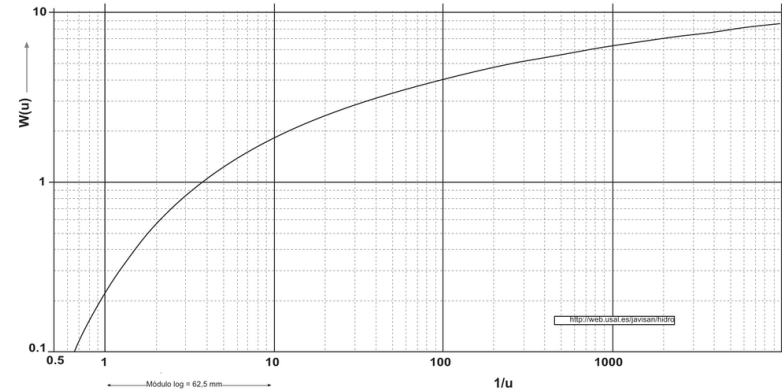
$W(u)$ está definida como:
$$W(u) = \int_u^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dy$$

Y puede expresarse como:

$$W(u) = -0.5772 - \ln(u) + u - \frac{u^2}{2.2!} + \frac{u^3}{3.3!} - \frac{u^4}{4.4!} + \dots$$

Función de pozo $W(u)$ para acuífero confinado (Curva de Theis)

Calculada con la siguiente expresión: $W(u) = -0.5772 - \ln u + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \frac{u^3}{3 \cdot 3!} - \frac{u^4}{4 \cdot 4!}$



Simplificación....

Cuando $u < 0.003$ (en la bibliografía puede variar el valor de u) se pueden despreciar los términos potenciales y $W(u)$ se aproxima como:

$$W(u) = -0.5772 - \ln(u)$$

$$u < 0.003$$

AC CAUTIVO - RÉGIMEN TRANSITORIO

Ecuación de Theis:

Utilizando dicha aproximación la fórmula de Theis se transforma en:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) = \frac{Q}{4\pi T} \left(-0.5772 - \text{Ln} \left(\frac{r^2 S}{4Tt} \right) \right)$$

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \text{Ln} \left(\frac{2.25Tt}{r^2 S} \right)$$

Si preferimos trabajar con log decimal:

$$s = 0.183 \frac{Q}{T} \text{Log} \left(\frac{2.25Tt}{r^2 S} \right)$$

Simplificación de Jacob de la fórmula de Theis

Ecuación de una recta en eje semi log!!!