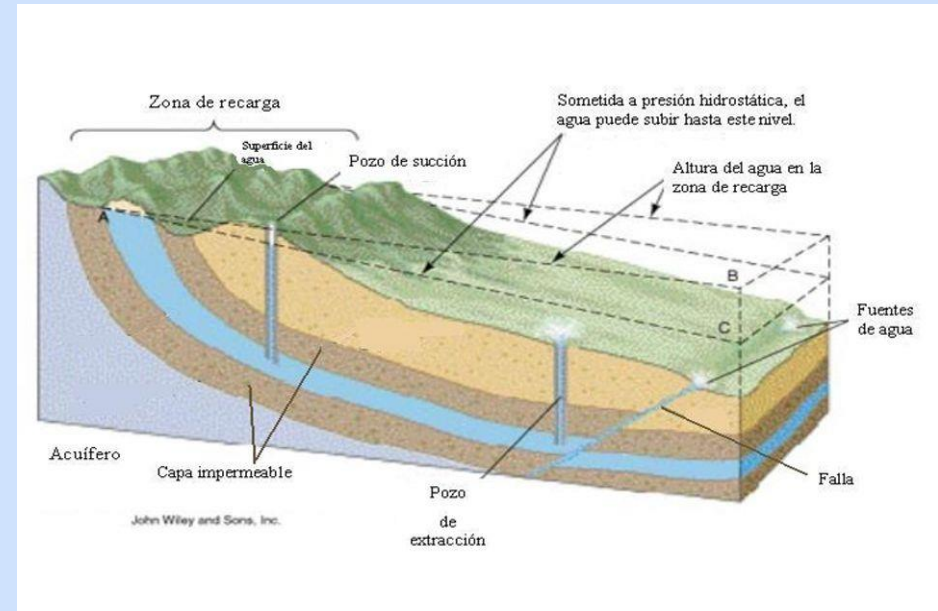
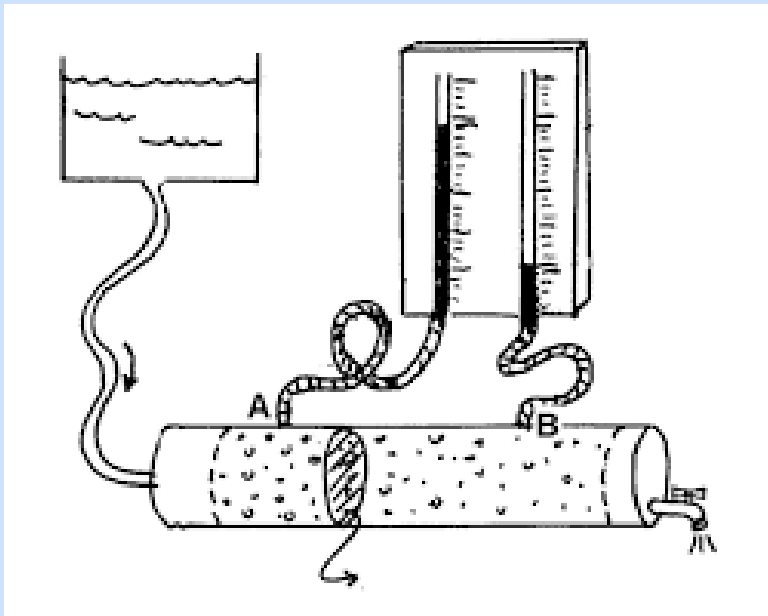


CLASE 2-MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS



Edición 2024
Agustín Menta

Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental (IMFIA)
Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay

amenta@fing.edu.uy

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Objetivos

- ❖ Energía de un fluido en un medio poroso
- ❖ Principios que rigen el movimiento del agua en medios porosos.
- ❖ Ley de Darcy
- ❖ Gradiente Hidráulico
- ❖ Conductividad hidráulica
- ❖ Definición de Parámetros Hidrogeológicos

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Energía de fluido en un medio poroso-Altura piezométrica

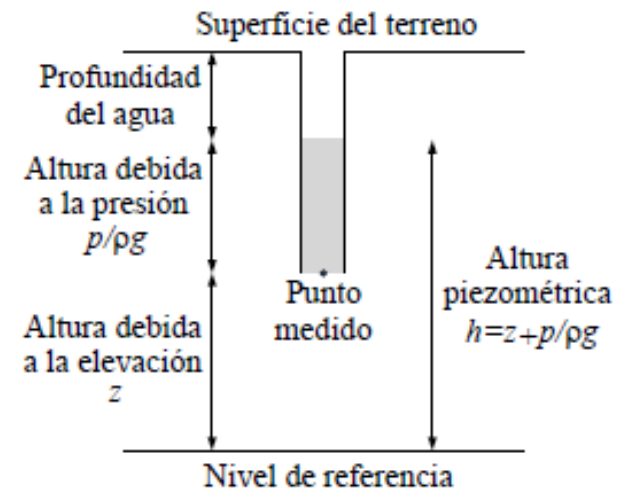
❖ Energía de un fluido:

Trinomio de Bernoulli: $h = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z$

En medios porosos la velocidad es despreciable respecto a los otros términos. Por lo tanto, se define la energía de un fluido en un medio poroso como:

$$h = \frac{p}{\rho g} + z$$

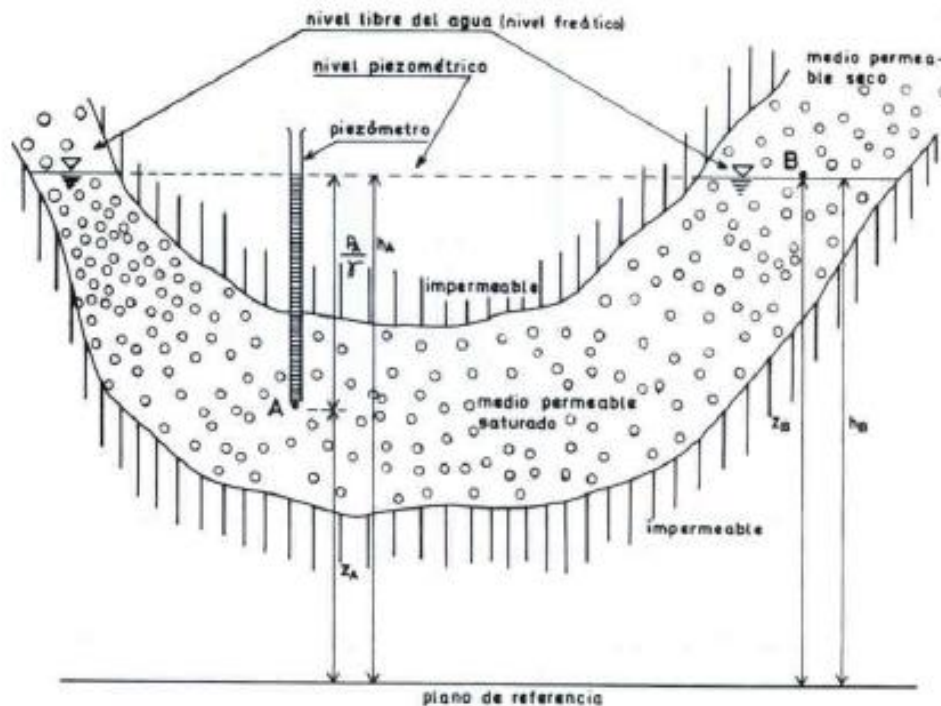
h se denomina altura piezométrica



MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Energía de fluido en un medio poroso-Altura piezométrica

- ❖ En un medio poroso saturado y si tenemos un **fluido estático**, el valor de la altura piezométrica es constante



Extraído de Custodio y Llamas (1983)

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

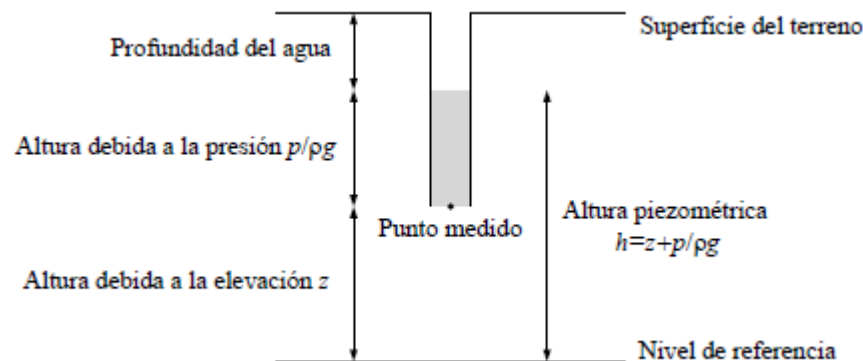
Energía de fluido en un medio poroso-Altura piezométrica

En un piezómetro ubicado en un punto de la superficie del terreno a 234m sobre el **nivel del mar**, la profundidad del agua es de 16m, la profundidad total del piezómetro es de 43m, y el agua tiene una densidad ρ de 1000 kg/m³. Calcular:

- La altura piezométrica en el punto de medida
- La altura de presión.
- La presión.

Rta:

- $h=218\text{m}$
- $p=27\text{m}$
- $P=264600\text{ Pa}$

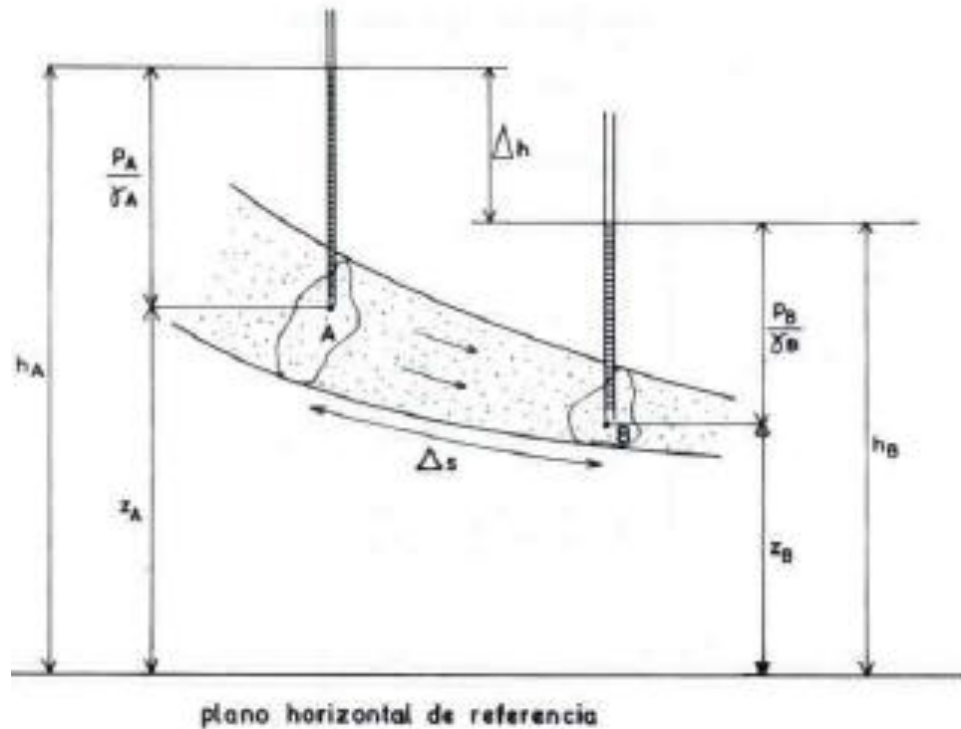


MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Movimiento del fluido

Si consideramos el movimiento del fluido en un medio poroso entre dos puntos, tenemos:

$$\frac{p_A}{\rho g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + z_B + \Delta h$$



Extraído de Custodio y Llamas (1983)

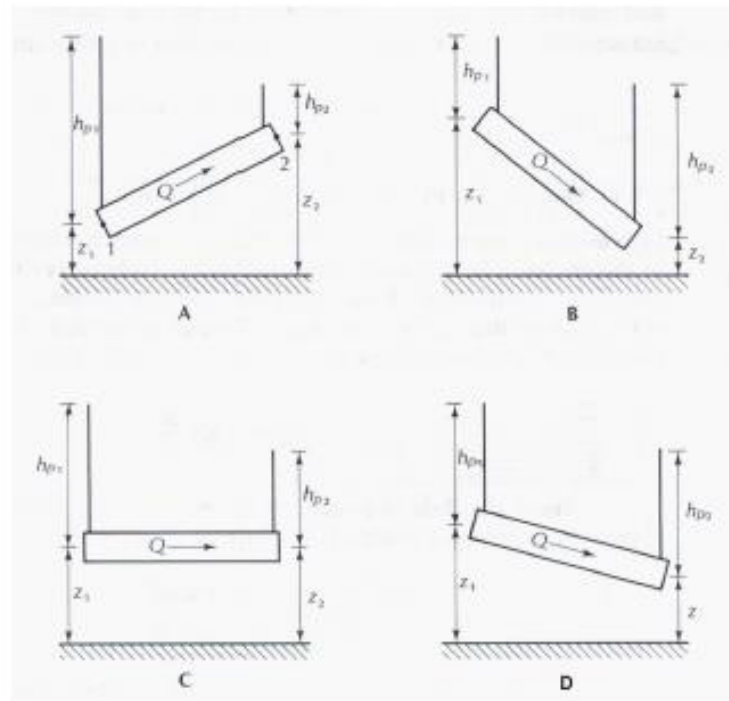
MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Movimiento del fluido

El fluido se mueve de los puntos de **mayor carga h** a los de **menor carga h**

- A) $z_1 < z_2$ y $h_{p1} > h_{p2}$; $h_1 > h_2$
- B) $z_1 > z_2$ y $h_{p1} < h_{p2}$; $h_1 > h_2$
- C) $z_1 = z_2$ y $h_{p1} > h_{p2}$; $h_1 > h_2$
- D) $z_1 > z_2$ y $h_{p1} = h_{p2}$; $h_1 > h_2$

h_p es el término de presión

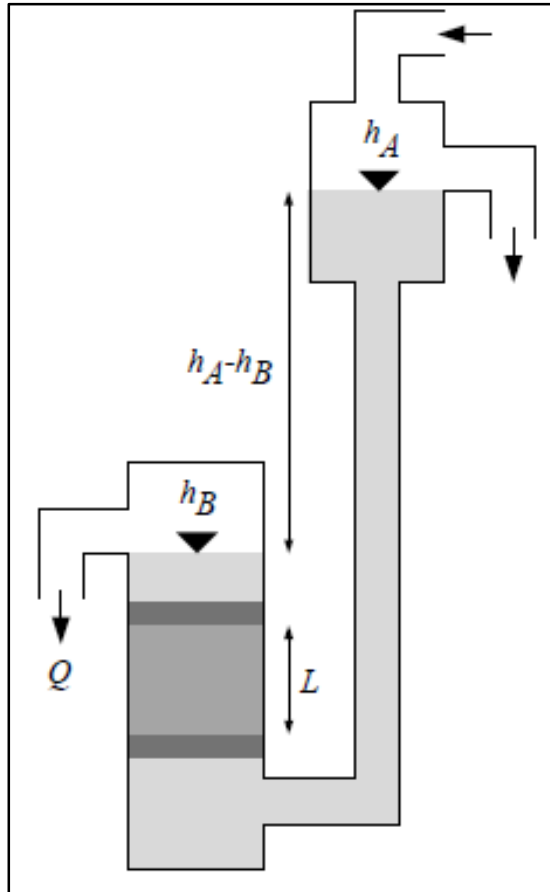


Extraído de Fetter, C. W. (2018)

¿Cuánto fluido va de un punto a otro?

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Ley de Darcy



- ❖ Darcy en 1865 al hacer circular un fluido por medios porosos llegó a la conclusión de que el caudal circulante es:

- ❑ $Q \propto h_A - h_B$
- ❑ $Q \propto 1/L$
- ❑ $Q \propto A$

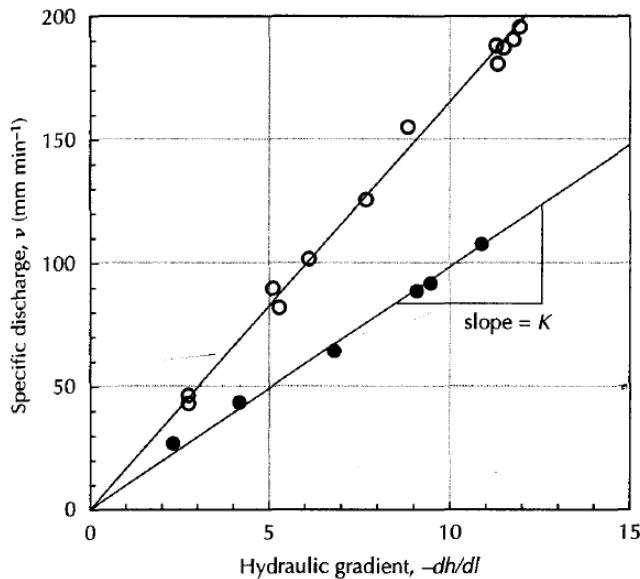
- ❖ Por lo tanto: $Q = kA \left(\frac{h_A - h_B}{L} \right) = -kA \left(\frac{\Delta h}{L} \right)$

$$\frac{Q}{A} = v = -k \left(\frac{\Delta h}{L} \right)$$

- ❖ **k es una constante de proporcionalidad**

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Ley de Darcy



$$\frac{Q}{A} = v = -k \left(\frac{\Delta h}{L} \right)$$

La Ley de Darcy es una ley macroscópica y **NO** describe el comportamiento del agua dentro de cada poro

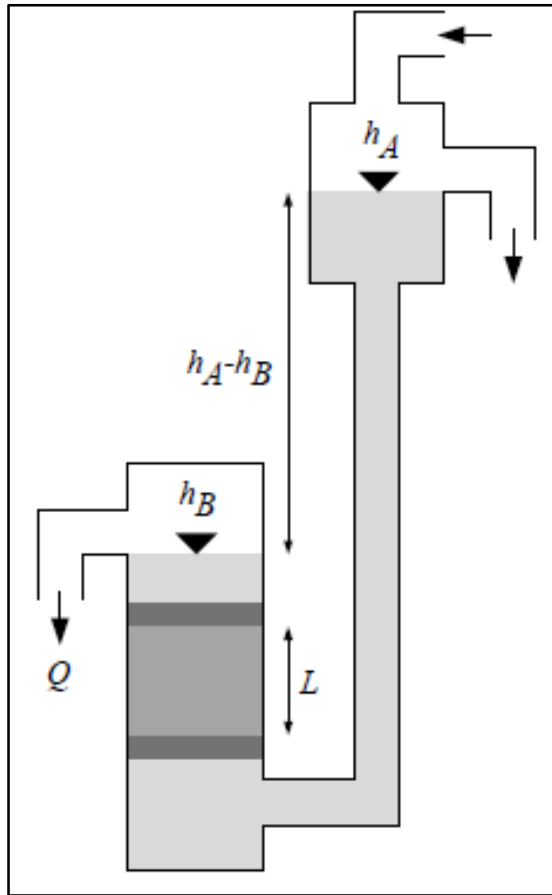
$$v = -k * \frac{dh}{dl} = -k * i$$

- ❖ v es la velocidad de Darcy
- ❖ i gradiente hidráulico ($i=dh/dl$)(sentido opuesto al de la velocidad)
- ❖ k conductividad hidráulica
- ❖ dh pérdida de carga
- ❖ dl recorrido del agua

Extraído de Fetter, C. W. (2018). Datos originales del experimento de Darcy.

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Ley de Darcy



Validez de la Ley de Darcy:

- ❖ Válido si sólo actúan fuerzas viscosas
- ❖ Para valores de Re de 1 a 10 en función del material y en general es menor a 4.

$$Re = \frac{v * d * \rho}{\mu}$$

- v velocidad de flujo
 - d tamaño medio de las partículas (medios fisurados, $d=2*e$, ancho de la fisura).
 - ρ densidad del fluido
 - μ viscosidad dinámica
- ❖ En la mayoría de los casos se cumple Darcy. No se cumple en sitios kársticos o en zonas de elevado gradiente hidráulico como en las cercanías de los pozos

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

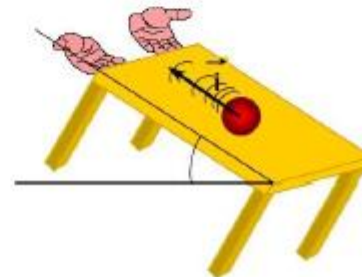
Gradiente Hidráulico



Superficie plana: el
gradiente es nulo.



Superficie poco inclinada:
gradiente menor

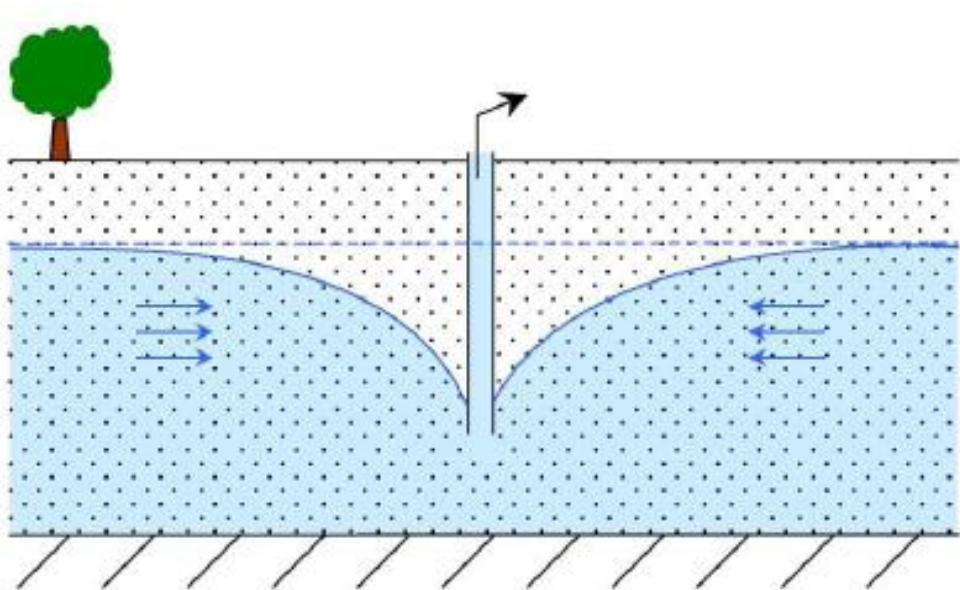


Superficie muy inclinada:
gradiente mayor

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Gradiente Hidráulico

Al extraer un líquido de un punto, en sus inmediaciones se crea una disminución de presión que genera un **gradiente negativo** hacia el punto, de modo tal que el nivel piezométrico forma un cono hacia abajo.



Este gradiente genera que el agua se mueva desde la zona de mayor altura piezométrica a la de menor altura piezométrica.

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros-Conductividad Hidráulica

Darcy definió la velocidad del flujo v o caudal específico q como: $v = -k \cdot i$.

La conductividad hidráulica es una relación entre el caudal por unidad de área y el gradiente hidráulico.

La conductividad hidráulica k , depende de:

- la naturaleza del terreno
- la densidad y viscosidad del fluido, (T,P)

$$K = (Cd^2) \left(\frac{\rho g}{\mu} \right)$$

Las dimensiones de $k = [L]/[T]$.

El producto Cd^2 se define como la permeabilidad intrínseca o específica k_o [m^2] y solo depende de las propiedades del medio. Por lo tanto:

$$K = k_o \left(\frac{\rho g}{\mu} \right)$$

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros-Conductividad Hidráulica Permeabilidad Intrínseca

1 darcy = $9.869233 \times 10^{-13} \text{ m}^2$

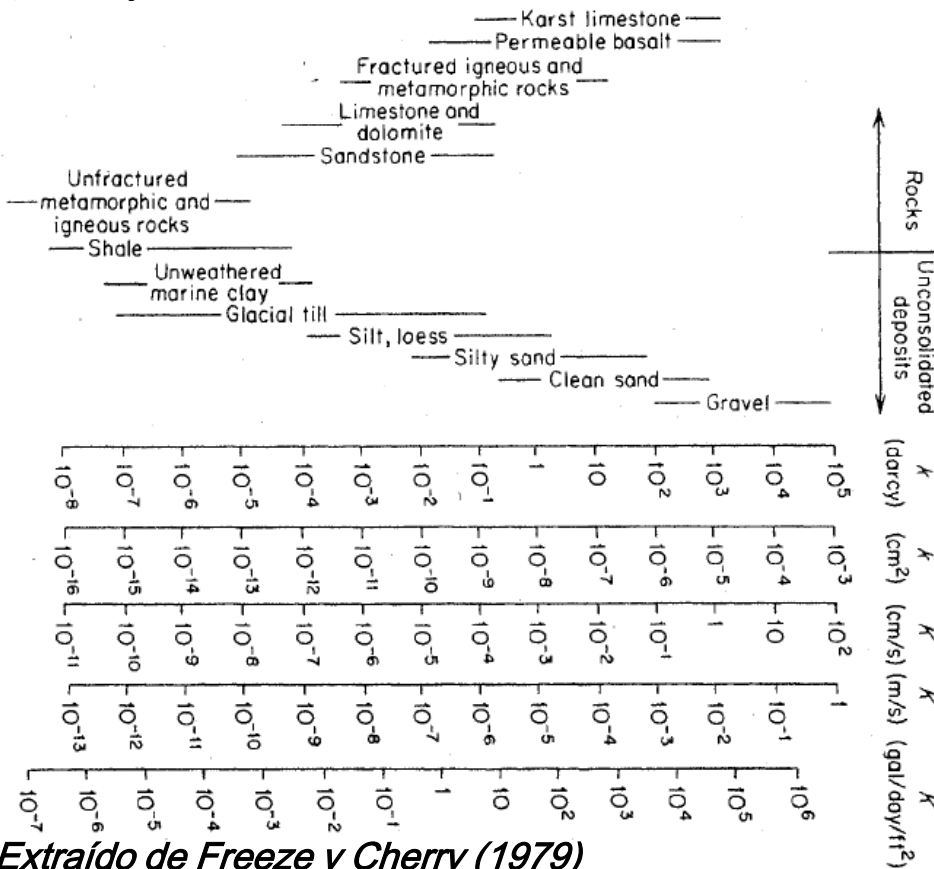


TABLE 3.1 Representative Values of Hydraulic Conductivity (after Morris and Johnson⁴⁵)

Material	Hydraulic Conductivity, m/day	Type of Measurement ^a
Gravel, coarse	150	R
Gravel, medium	270	R
Gravel, fine	450	R
Sand, coarse	45	R
Sand, medium	12	R
Sand, fine	2.5	R
Silt	0.08	H
Clay	0.0002	H
Sandstone, fine-grained	0.2	V
Sandstone, medium-grained	3.1	V
Limestone	0.94	V
Dolomite	0.001	V
Dune sand	20	V
Loess	0.08	V
Peat	5.7	V
Schist	0.2	V
Slate	0.00008	V
Till, predominantly sand	0.49	R
Till, predominantly gravel	30	R
Tuff	0.2	V
Basalt	0.01	V
Gabbro, weathered	0.2	V
Granite, weathered	1.4	V

Tipo de medida:

R: Valor obtenido de una muestra

H: Conductividad Hidráulica Horizontal

V: Conductividad Hidráulica Vertical

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros-Conductividad Hidráulica

Determinación de la Conductividad hidráulica:

- ❖ Fórmulas que relacionan permeabilidad intrínseca k_0 con datos de la curva granulométrica y/o porosidad.

- ❖ Determinación en campo
 - ❑ **Ensayos de bombeo** (en realidad se calcula T)
 - ❑ **Ensayo de descenso en piezómetro** (extracción o inyección de pequeñas cantidades de agua y observar variaciones de niveles)
 - ❑ **Trazadores** (determinación de velocidad real del flujo siguiendo un trazador entre dos puntos, requiere conocer gradiente hidráulico y porosidad)

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros-Conductividad Hidráulica

Determinación de la Conductividad hidráulica:

- ❖ En laboratorio
 - Permeámetro de carga constante (materiales permeables)

$$K = \frac{V * l}{A * \Delta h * t}$$

- Permeámetro de carga variable (materiales poco permeables)

$$K = \frac{a * l}{A * t} * \ln\left(\frac{h_0}{h}\right)$$

K conductividad hidráulica

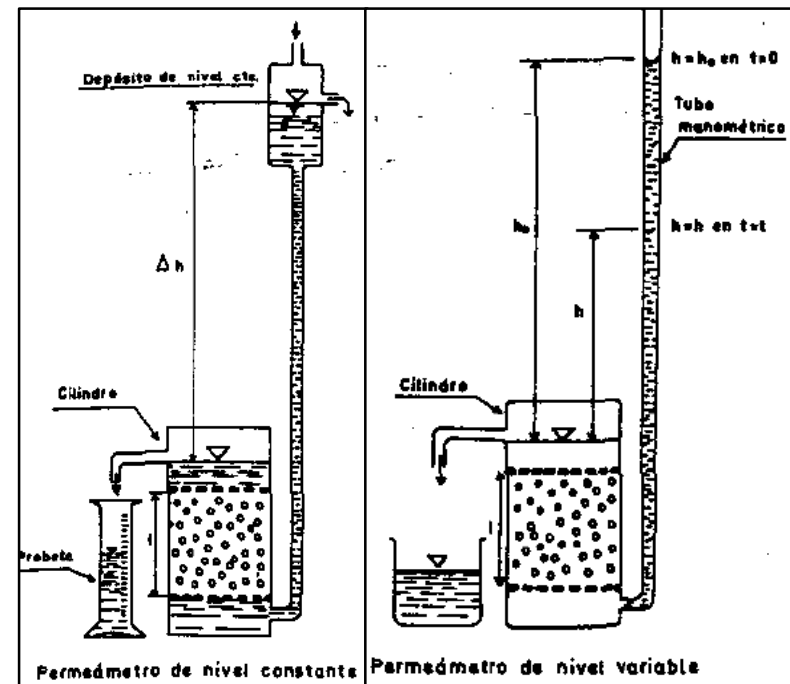
V volumen de agua que ha pasado en un tiempo t

A sección de la muestra

Δh carga hidráulica aplicada

l longitud de la muestra

a sección del tubo piezométrico



Extraído de Custodio y Llamas (1983)

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros-Conductividad Hidráulica

Anisotropía y Heterogeneidad

La conductividad hidráulica de un terreno suele variar según la dirección en que se observe. Una de las causas de esta anisotropía es la estratificación o lentejones (intercalaciones de materiales poco permeables). En terrenos con estas características la conductividad hidráulica vertical puede ser muy inferior a la horizontal.

$$k_v \ll k_H$$

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

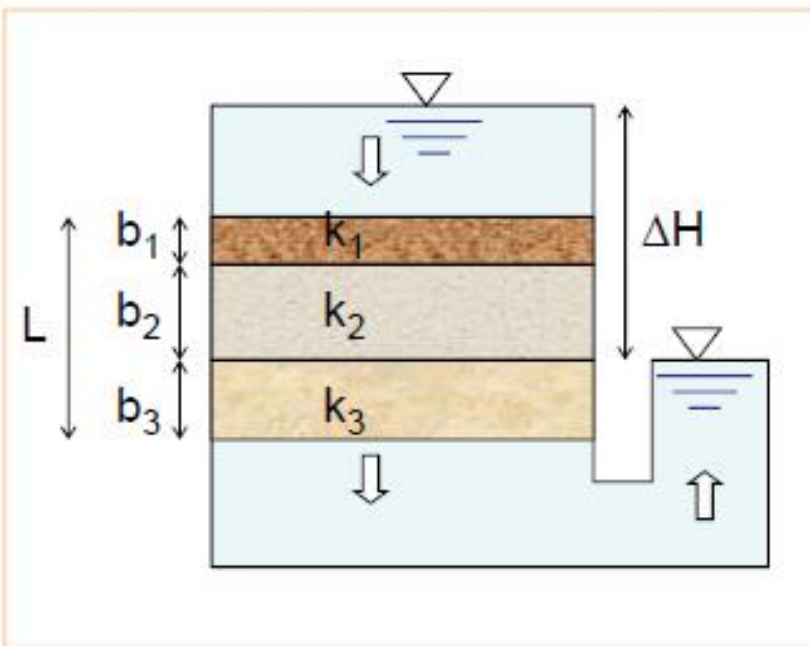
Parámetros-Conductividad Hidráulica

Anisotropía y Heterogeneidad

En un sistema estratificado puede definirse una conductividad global equivalente.

Si se considera un **flujo perpendicular**, entonces:

- El caudal que circula por unidad de área es el mismo a través de todos los estratos. (1)
- $\Delta H = \sum \Delta H_i$ de cada espesor b_i y permeabilidad perpendicular K_i . (2)



$$(1) q = k_v \frac{\Delta H}{L} = k_i \frac{\Delta H_i}{b_i}$$

$$\Rightarrow \Delta H_i = k_v \frac{\Delta H}{L} \frac{b_i}{k_i}$$

$$(2) \sum \Delta H_i = \cancel{\Delta H} = k_v \frac{\cancel{\Delta H}}{L} \sum \frac{b_i}{k_i}$$

$$\frac{1}{k_v} = \frac{1}{L} \sum \frac{b_i}{k_i} \Rightarrow k_v = \frac{L}{\sum \frac{b_i}{k_i}}$$

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

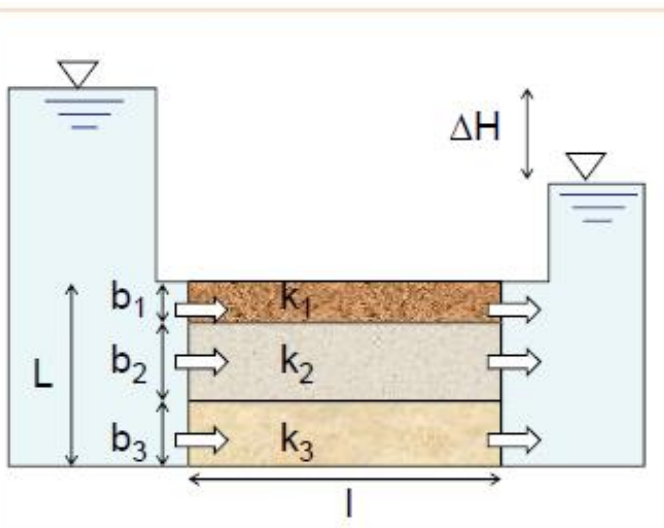
Parámetros-Conductividad Hidráulica

Anisotropía y Heterogeneidad

En un sistema estratificado puede definirse una conductividad global equivalente.

Si se considera un **flujo paralelo**, entonces:

- El flujo en cada capa de espesor b_i y permeabilidad paralela k_i corresponde a la misma ΔH . (1)
- El caudal total que circula por unidad de ancho es la suma del caudal que circula en cada estrato q_i . (2)



$$(1) q_i = b_i k_i \frac{\Delta H}{l}$$

$$(2) \sum q_i = q = \frac{\Delta H}{l} \sum k_i b_i$$

$$q \text{ total: } q = L k_H \frac{\Delta H}{l}$$

$$k_H = \frac{1}{L} \sum b_i k_i$$

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros-Conductividad Hidráulica

Anisotropía y Heterogeneidad

- Se puede demostrar que $k_H > k_V$ si las conductividades de cada estrato son iguales en las dos direcciones
- Para otras direcciones se puede emplear:

$$\frac{1}{k_\beta} = \frac{\cos^2 \beta}{k_H} + \frac{\sin^2 \beta}{k_V}$$

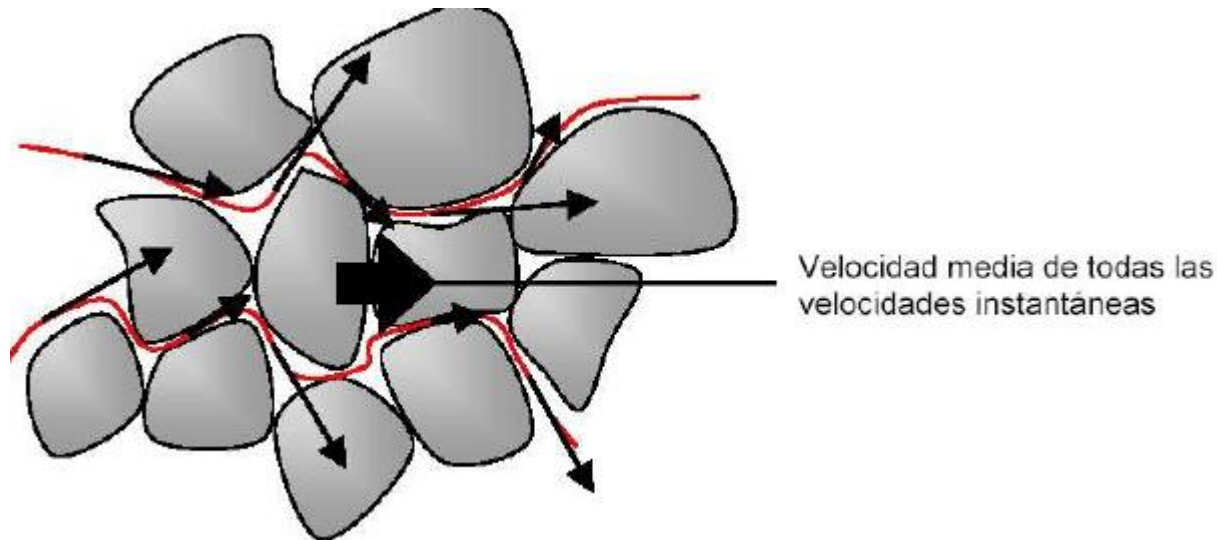
Donde β es el ángulo con la dirección paralela a la estratificación.

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Velocidad real-Velocidad de Darcy

La velocidad media vectorial de todas las velocidades intersticiales de una zona se llama **velocidad real de flujo**.

No es la velocidad real de ninguna de las partículas de agua en particular pero **SI es representativa del desplazamiento del conjunto del fluido a través del terreno.**

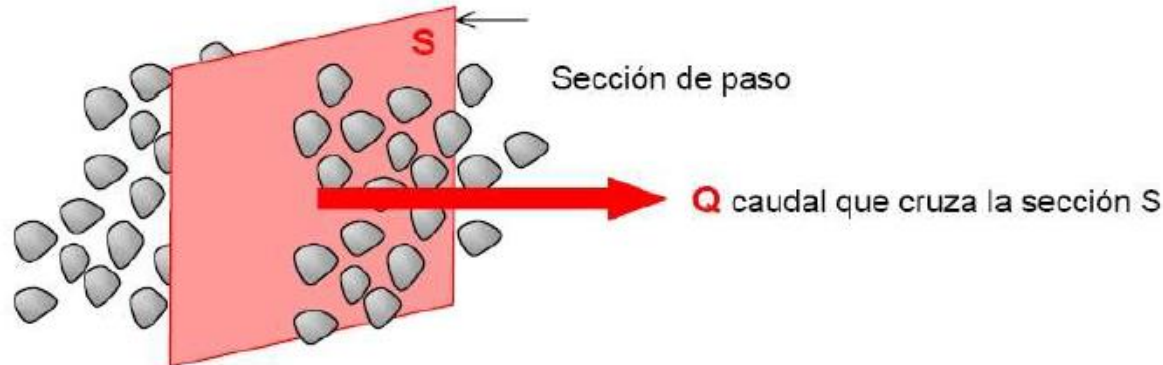


MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Velocidad real-Velocidad de Darcy

Darcy definió el Q que pasa por una sección de área S , como:

$$Q = v * S$$



El agua que circula puede darse a través de los intersticios o poros, mientras que la velocidad de Darcy refleja el caudal por unidad de superficie total de terreno.

$$v_{Darcy} S = v_{real} S_e$$

$$v_{Darcy} = v_{real} * \frac{S_e}{S} = v_{real} m_e$$

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Velocidad real-Velocidad de Darcy

Ejemplo:

Sea un terreno con $m_e=10\%$ y velocidad de Darcy de 1m/d.

Aguas arriba, en unos pozos, se ha producido una contaminación a 1 km de distancia del punto de extracción.

¿Cuánto tiempo transcurrirá, hasta que la contaminación aparezca en los pozos?

$$v_{real} = \frac{v_{Darcy}}{m_e} = \frac{1m/d}{0.1} = 10m/d$$

$$t = \frac{1000m}{10 m/d} = 100 d, \text{ aprox 3 meses}$$

¿Cuanto hubiese dado si se consideraba la v_{Darcy} ?

HIDRÁULICA DE ACUÍFEROS

Ejercicio Examen Febrero 2020

Un nido de piezómetros ubicado en un acuífero dispone de tres piezómetros a diferentes profundidades. La información que se ha registrado es la siguiente:

Para cada punto calcular

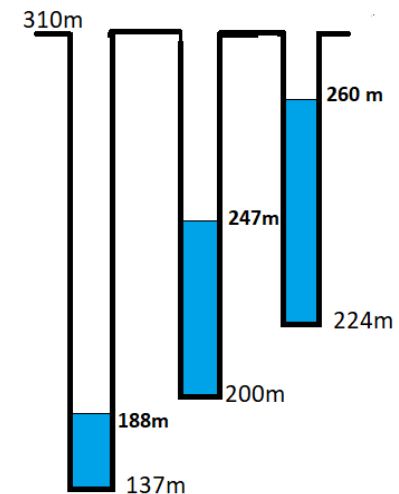
- la carga piezométrica,
- la altura de presión,
- el gradiente hidráulico vertical entre piezómetros.

Piezómetro	A	B	C
Cota de la superficie (metros s.n.m)	310	310	310
Profundidad del piezómetro (metros)	173	110	86
Profundidad del agua (metros debajo de la superficie)	122	63	50

- Si el material de la formación donde están emplazados los dos piezómetros superiores se puede considerar que son gravas. Determine el caudal por unidad de área que fluye entre los piezómetros

Rta:

Piezómetro	A	B	C
Cota superficie (m)	310	310	310
Profundidad piezómetro (m)	173	110	86
Profundidad del agua (m)	122	63	50
a) Altura Piezométrica (m)	188	247	260
a) Presión (m)	51	47	36
a) Gradiente hidráulico	0.94	0.54	0.83

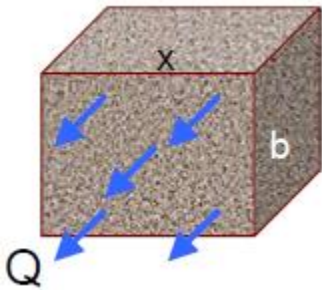


$$d) q = k * i = 10^{-2} \left(\frac{m}{s} \right) * 0.54 = 0.0054 \frac{m}{s} = 466 m/d$$

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros-Transmisividad

La transmisividad la podemos definir como: $T=k*b$ [L^2]/[T], donde b es el espesor del acuífero.



$$Q = vA = kiA = kibx = Tix$$

La transmisividad es el caudal que circula por unidad de ancho del acuífero, para un gradiente hidráulico unitario

HIDRÁULICA DE ACUÍFEROS

Ejemplo

En una sección de un acuífero aluvial, formado por gravas y arenas limpias, se sabe que su ancho es de unos 2000 m, su espesor o potencia total de 30 m y su espesor saturado es prácticamente de 25 m en toda la sección. A través del inventario de pozos, se ha determinado que la transmisividad es de unos $1000 \text{ m}^2/\text{día}$, que el gradiente hidráulico puede tomarse como 5×10^{-3} , y su porosidad total y eficaz es 0.3 y 0.2 respectivamente.

- a) Calcule el caudal que circula por dicha sección.
- b) Calcule el volumen total de agua almacenada en el sistema acuífero si el largo total es 10km.
- c) Si por encima del acuífero se encuentran 50 metros de material arcilloso recientes ¿Cuál es la cantidad total de agua en el conjunto? Considerar $m_{\text{arcillas}}=0.4$
- d) ¿Es aprovechable el agua contenida en los limos y arcillas?

HIDRÁULICA DE ACUÍFEROS

Ejemplo

Rta:

$$a) \quad Q = K * i * S = \frac{T}{b} * i * (\text{ancho} * \text{bsat}) = 10000 \frac{m^3}{d} = 416.7 \frac{m^3}{h}$$

$$b) \quad \text{Vtotal} = \text{Volac} * m_t = \text{Area} * 10000 * 0.3 = 150 \text{ hm}^3$$

$$c) \quad \text{Vtotal} = \text{Volac} + \text{Volarc} = 150 \text{ hm}^3 + 10000 * 2000 * 50 * 0.4 = 550 \text{ hm}^3$$

d) No en el corto plazo, básicamente por el bajo valor de porosidad eficaz (aproximadamente 5% para arcillas).

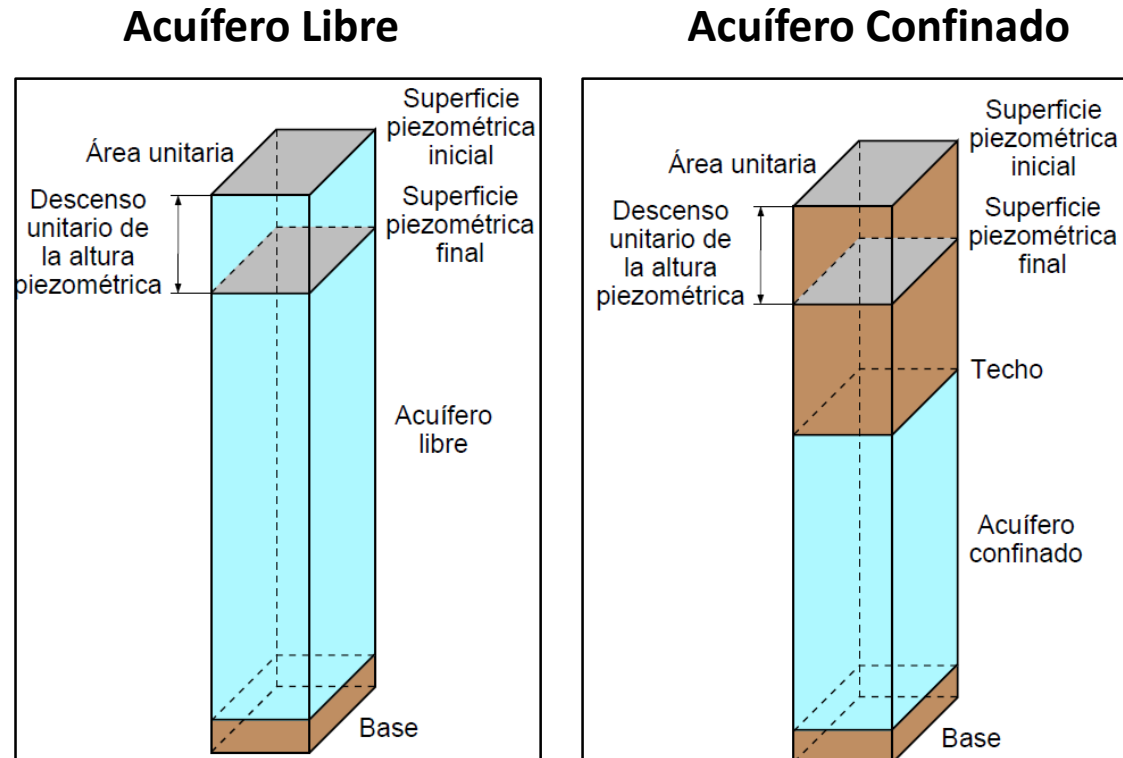
MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros-Coeficiente de Almacenamiento

El coeficiente de almacenamiento de un acuífero es el volumen de agua cedida o tomada del almacenamiento del mismo, por unidad de área superficial cuando se produce un cambio unitario de carga.

Se distinguen dos casos:

- Acuíferos Libres
- Acuíferos Cautivos



MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros-Coeficiente de Almacenamiento

- ❖ En los **acuíferos libres** el Coef. De Almacenamiento (S) equivale al rendimiento específico del material desecado durante el bombeo.

$$S \approx m_e$$

- ❖ En los acuíferos cautivos el Coef. De Almacenamiento (S) es el resultado de **dos efectos elásticos**:
 - Compresión del material granular de la formación acuífera
 - Expansión del agua contenida en el material granular

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros-Coeficiente de Almacenamiento

En los **acuíferos cautivos** el Coef. De Almacenamiento (S) es el resultado de dos efectos elásticos:

- La compactación de la formación acuífero por incremento de la tensión efectiva σ_{ef} ; este fenómeno es controlado por la compresibilidad del medio poroso α [$1/(N/m^2)$].
- La expansión del agua causado por el decrecimiento de p ; este fenómeno es controlado por la compresibilidad del fluido β [$1/(N/m^2)$].

El coeficiente de almacenamiento para un acuífero cautivo se define como:

$$S = bS_s = b\rho g(\alpha + \beta m_e) \text{ [adimensional] (Cooper 1966)}$$

- S_s es el coeficiente de almacenamiento específico
- g gravedad
- α compresibilidad de la matriz sólida
- b espesor del acuífero
- ρ densidad del agua
- β compresibilidad del agua

MOVIMIENTO DEL AGUA EN MEDIOS POROSOS

Parámetros-Coeficiente de Almacenamiento

Valores de Coeficiente de almacenamiento:

- Ac. Libre varían desde 0.01 hasta 0.35
- Ac. Cautivo varían desde 0.00001 hasta 0.001

BIBLIOGRAFÍA

- ❖ Custodio, E., & Llamas, M. R. (1983). Hidrogeología subterránea. Ed. *Omega*, 2.
- ❖ Escuder, R., Fraile, J., Jordana, S., Ribera, F., Sánchez-Vila, X., & Vázquez-Suñé, E. (2009). Hidrogeología. *Conceptos básicos de Hidrología Subterránea. Publicado por la Fundación Internacional de Hidrología Subterránea (FCIHS), Barcelona, España. Editor: Comisión Docente Curso Internacional de Hidrología Subterránea, 768.*
- ❖ Fetter, C. W. (2018). *Applied hydrogeology*. Waveland Press.
- ❖ Freeze, R. A., & Cherry, J. A. (1979). *Groundwater* (No. 629.1 F7).