

Comunicaciones Digitales

Práctico 5 Sistemas OFDM

Cada ejercicio comienza con un símbolo el cuál indica su dificultad de acuerdo a la siguiente escala: ♦ básica, ★ media, * avanzada, y * difícil.

★ Ejercicio 1

Durante este ejercicio repasaremos algunos aspectos teóricos fundamentales de los sistemas OFDM.

- (a) Obtener la mínima separación entre subportadoras de la forma

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{T_N}} e^{j2\pi f_k t}, k = 1, 2, \dots \right\},$$

para que formen una base ortonormal en el intervalo $[0, T_N]$.

- (b) Sea una señal OFDM, expresada en tiempo continuo, de la forma:

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{T_N}} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,l} e^{j \frac{2\pi k}{T_N} (t-lT_N)} \Pi \left(\frac{t - \frac{T_N}{2} - lT_N}{T_N} \right),$$

el símbolo l -ésimo tendrá la forma

$$s_l(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,l} e^{j \frac{2\pi k}{T_N} (t-lT_N)}.$$

Demostrar que tomar N muestras del símbolo l -ésimo es equivalente a computar la IFFT a los *constellation points* $x_{k,l}$.

- (c) ¿Qué valor debe tomar la frecuencia de muestreo de la IFFT en función del tiempo de símbolo activo (T_N) y la cantidad de subportadoras (N)? Justifique su respuesta.
- (d) Mostrar que la DFT de la convolución circular de dos secuencias $x[n]$ e $y[n]$ es $X[k]Y[k]$, es decir, el producto de las transformadas DFT de cada secuencia.
- (e) ¿Cómo deben relacionarse el *delay spread* del canal y la duración del prefijo cíclico de manera que no haya ISI en recepción? Enuncie y justifique el resultado, una demostración gráfica se verá en el siguiente ejercicio.
- (f) Realizar un diagrama de bloques de un sistema OFDM completo. Indicar en qué punto del diagrama aplica cada uno de los conceptos vistos a lo largo de este ejercicio.

★Ejercicio 2

El objetivo de este ejercicio es mostrar el rol del *prefijo cíclico (CP)* y su relación con el *delay spread*.

Al modelar los canales como sistemas lineales, es posible calcular la salida respecto a una entrada dada, realizando la convolución lineal entre la señal de entrada y la respuesta al impulso del canal. Sin embargo, como hemos visto en el ejercicio anterior, nos interesa que dicha convolución sea circular. Es para eso, entre otras cosas, que se agrega el prefijo cíclico en los sistemas OFDM.

Este ejercicio busca explicar cómo sucede eso, de manera numérica. Para tales fines utilizaremos código de *Octave*.

Primero crearemos dos vectores aleatorios $s[n]$ y $h[n]$, correspondientes a las muestras de un símbolo OFDM y los taps del canal respectivamente. La cantidad de puntos de la IFFT será $N = 8$ y la cantidad de taps del canal será $C = 3$.

```
N = 8; % La cantidad de puntos de la FFT
C = 3; % La cantidad de taps del canal
```

```
s = randn(1,N); % Las muestras a ser transmitidas
h = randn(1,C); % Los taps del canal
```

Lo siguiente es realizar la convolución lineal y circular, entre los vectores generados.

```
lin_s_h = conv(h,s); % Convolución lineal entre h y s
cir_s_h = cconv(h,s); % Convolución circular entre h y s
```

¿Los resultados son iguales? Puede graficar o imprimir ambos resultados para comparar más fácilmente. Luego agregaremos un prefijo cíclico a la señal $s[n]$, de tamaño $N_{CP} = 2$. Para esto se copiarán las últimas N_{CP} muestras de $s[n]$ y serán agregadas al principio.

```
Ncp = 2; % El tamaño del prefijo cíclico
scp = [s(end-Ncp+1:end) s]; % Agregaremos el prefijo cíclico
```

Supongamos ahora que se envía el símbolo OFDM con prefijo cíclico ($s_{CP}[n]$) a través del canal que realiza el filtrado lineal.

```
lin_scp_h = conv(h,scp); % Convolución lineal entre h y scp
```

Compare los resultados obtenidos al realizar la convolución circular entre $s[n]$ y $h[n]$, y al realizar la convolución circular entre $s_{CP}[n]$ y $h[n]$. Puede graficar o imprimir ambos resultados para comparar más fácilmente. ¿Qué observa?

En el receptor removeremos las primeras N_{CP} muestras correspondientes al prefijo cíclico y nos quedaremos con las siguientes N muestras. El vector resultante es el símbolo recibido $r[n]$:

```
r = lin_scp_h(Ncp+1:N+Ncp) % En el receptor se remueve el prefijo cíclico
```

Compare $r[n]$ con el resultado obtenido al realizar la convolución circular entre $s[n]$ y $h[n]$, ¿qué concluye? Repita el proceso para distintos valores de N_{CP} y C . ¿Qué relación tiene que haber entre ellos para que el efecto del canal sobre el símbolo enviado sea visto como una convolución cíclica?

★ Ejercicio 3

Se desea transmitir una señal OFDM a través de un canal de 3 MHz de ancho de banda, con un *delay spread* de 1 ms . El esquema de modulación utilizado será QPSK.

- (a) Calcule el mínimo tiempo de símbolo activo T_s si se quiere que la duración del prefijo cíclico T_{CP} no supere su 10% .
- (b) ¿Cuál será la separación entre portadoras adyacentes?
- (c) Calcule el número de portadoras activas a utilizar N_a y la frecuencia de muestreo de la IFFT f_{IFFT} de manera de obtener la mayor tasa de bits posible.
- (d) ¿Cuál es la mayor tasa de bits posible? Asuma que todas las portadoras activas son utilizadas para enviar datos.

★ Ejercicio 4

El estándar de WiFi 802.11a/g utiliza modulación OFDM con $N = 64$ subportadoras, de las cuales solo 48 se utilizan para transmitir datos. El tiempo de cada símbolo OFDM, incluyendo el prefijo cíclico, es $T_N = 4\mu\text{s}$. La corrección de errores se realiza con un código convolucional con tres valores posibles: $1/2$, $2/3$ y $3/4$. La modulación de cada subportadora puede ser BPSK, QPSK, 16-QAM, o 64-QAM.

- (a) Hallar la máxima tasa de capa física posible.
- (b) Hallar la tasa de capa física asumiendo que todas las subportadoras usan 16-QAM con codificación $3/4$.
- (c) Hallar la mínima tasa de capa física posible.