Práctico 4

Teoría de Lenguajes

- Parte 1:
  - Máquinas con Salidas
  - Autómatas de dos cintas
- Parte 2:
  - Prop. de lenguajes regulares
  - Pumping Lemma

Máquinas con Salidas

https://open.fing.edu.uy/courses/tl/12

Máquinas con salida - Definiciones

Sea M: $(Q, \Sigma, \Lambda, \delta, \lambda, q_0)$ tal que:

- Q - Conjuntos de estados.
- Σ - Alfabeto de entrada
- Λ - Alfabeto de salida
- δ - Función de transición
- λ - Función de salida
- q_0 - Estado inicial

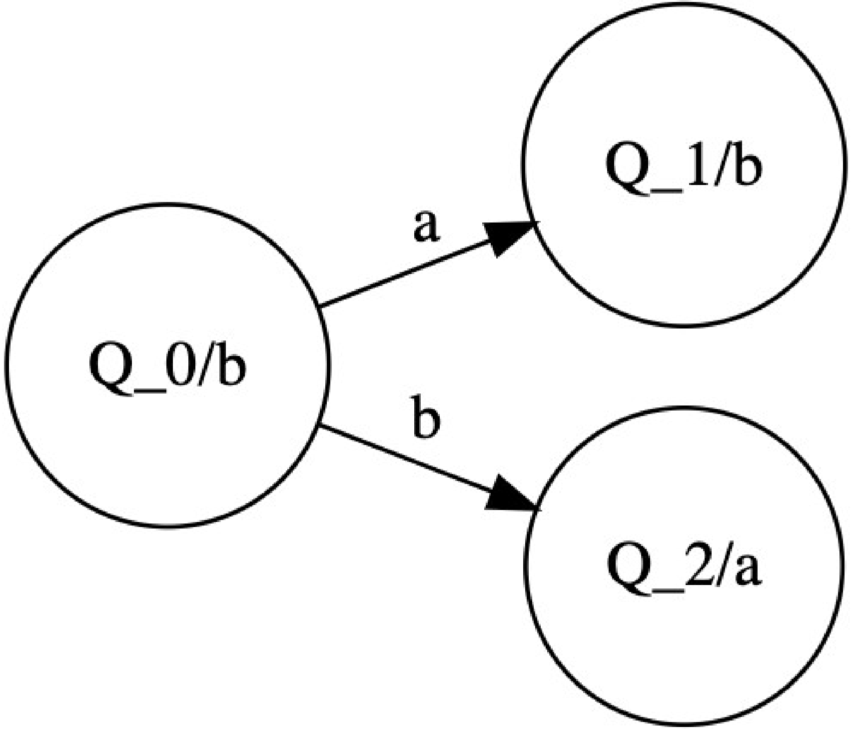
Máquinas con salida - Características

Sea M: $(Q, \Sigma, \Lambda, \delta, \lambda, q_0)$ donde:

- M se puede ver como un traductor de una entrada *x* a una salida *y.*
- No existe el concepto de reconocimiento por lo tanto **no hay estados finales**.
- M deberá ser determinista
- Existen dos modelos equivalentes para M:
  - Mealy
  - Moore

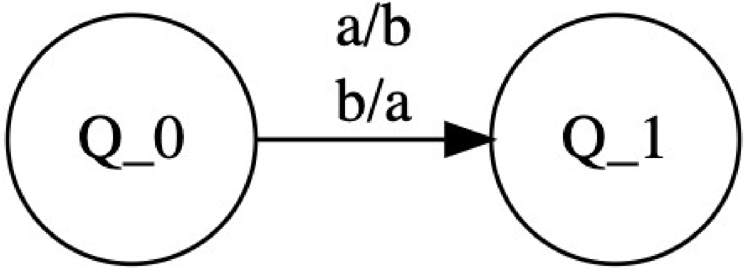
Máquinas con salida - Moore

- La salida se encuentra en el estado.



Máquinas con salida - Mealy

- La salida se encuentra en la transición.



*Por simplicidad, adoptaremos este modelo para los ejemplos pero ambos son válidos.

Máquinas con salida - Transición Épsilon

- $\hat{\delta}(q, \mathcal{E}) = q, \forall q \in Q$
  - Si leo $\mathcal{E}$ => no me muevo
- $\hat{\lambda}(q, \mathcal{E}) = \varepsilon, \forall q \in Q$
  - Si leo $\mathcal{E}$ => imprimo $\mathcal{E}$ (“no imprimo nada”)

Máquinas con salida - Ejemplo 1

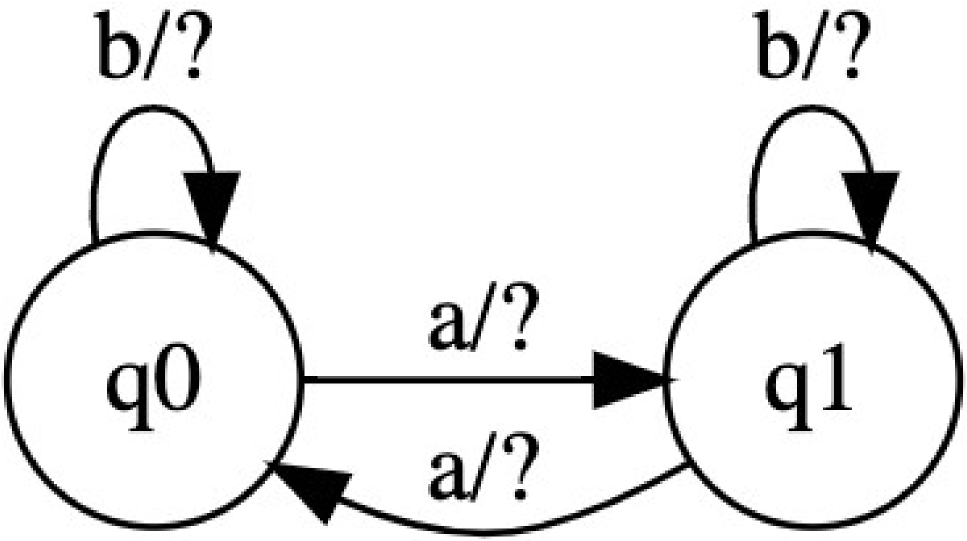
Construir un autómata con salida M: (Q,Σ, Λ, δ, λ, q0):

- Imprima P por cada símbolo de entrada mientras la cantidad de a’s es par.
- Imprima I por cada símbolo de entrada mientras la cantidad de a’s sea impar.

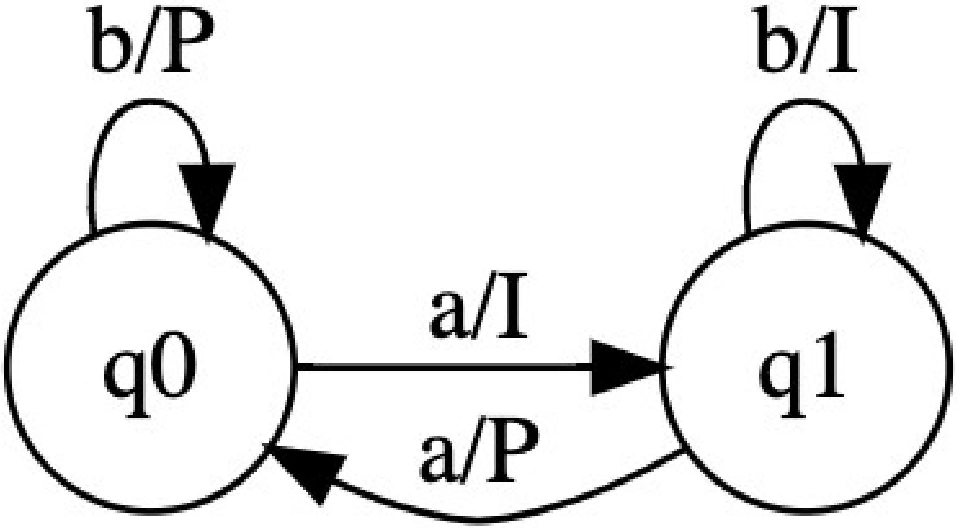
Entrada	**Salida**
abab	IIPP
bbbb	PPPP
baab	PIPP

**Se contabiliza el símbolo que se está procesando para determinar la salida.*

Máquinas con salida - Ejemplo 1



Máquinas con salida - Ejemplo 1



Máquinas con salida - Extensión Épsilon

- Se permite utilizar ε tanto para la entrada como para la salida:
  - Se puede leer ε y a partir de ahí tener una salida
  - Se puede imprimir ε

- Las máquinas deben continuar siendo determinista:
  - Si existe una transición epsilon en Q_x entonces no deberıa existir otra transición en Q_x

Máquinas con salida - Ejemplo 2

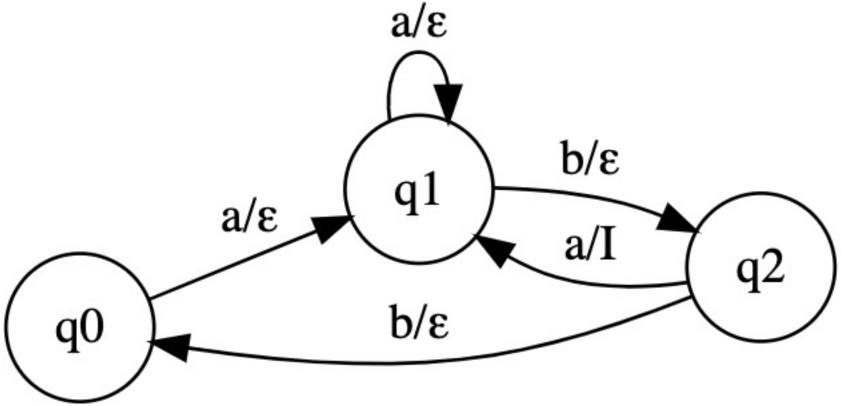
Construir un autómata con salida M: (Q,Σ, Λ, δ, λ, q0):

- Por cada secuencia aba imprima I
- Por cada secuencia bb imprima R

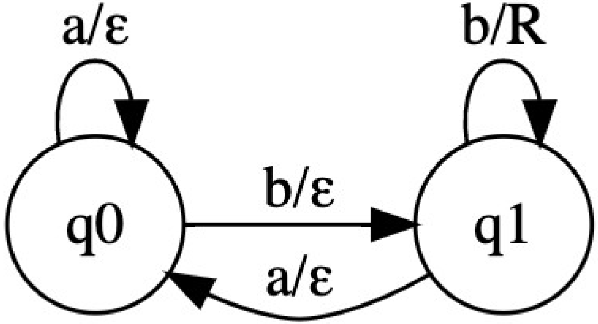
Entrada	**Salida**
aababaabbba	IIRR
bbbbaaab	RRR
baaabbab	R
baaaab	ε
babababab	III

Máquinas con salida - Ejemplo 2 - C/Caso

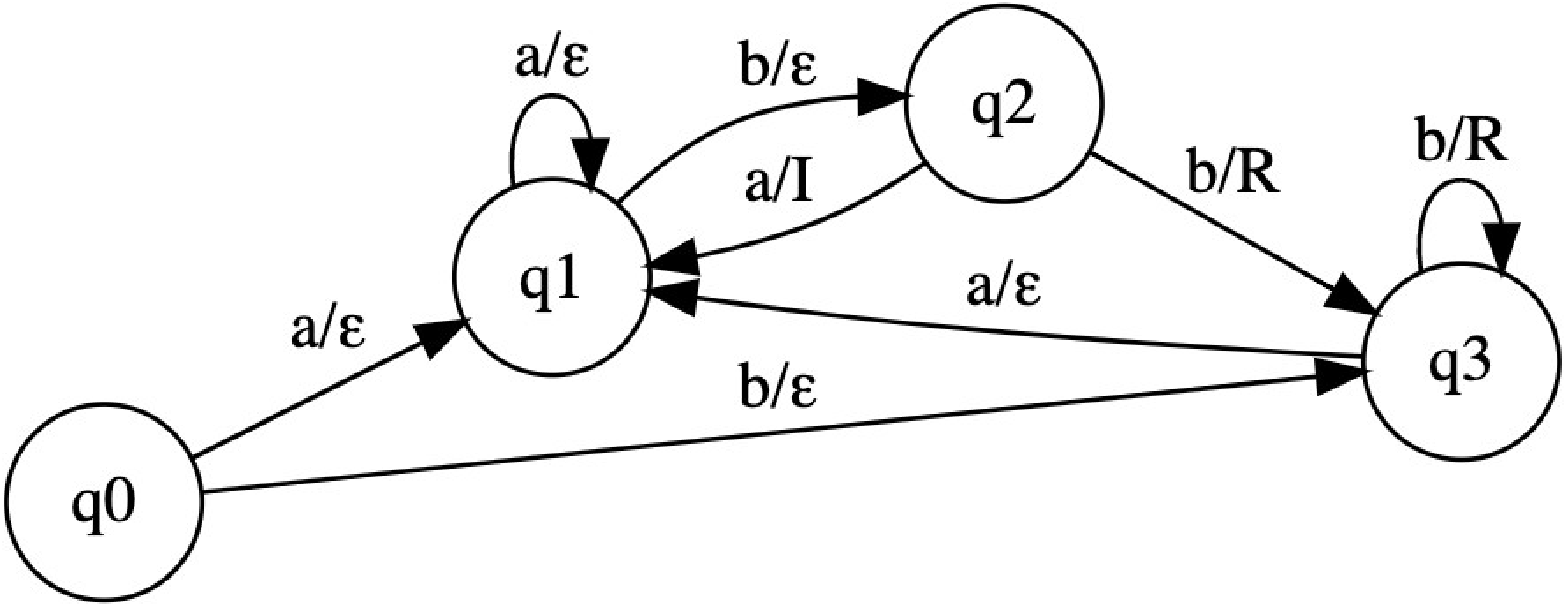
Por cada secuencia aba imprima I



Por cada secuencia bb imprima R



Máquinas con salida - Ejemplo 2 - Uniéndolos



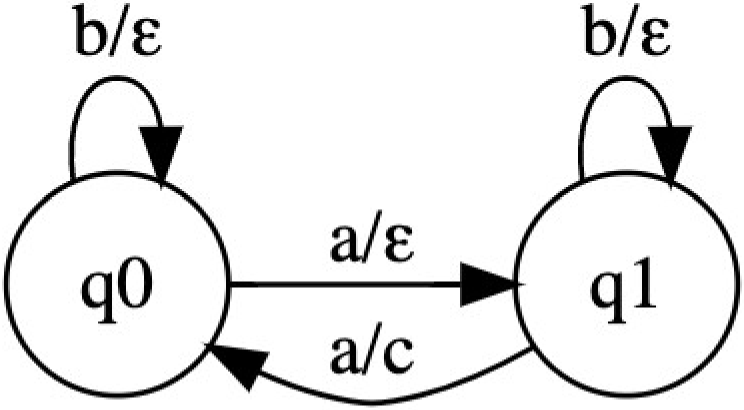
Máquinas con salida - Ejemplo 3

Construya una máquina con salida que dada una entrada x sobre el alfabeto {a, b} emita una salida y sobre el alfabeto {c, d} que verifique:

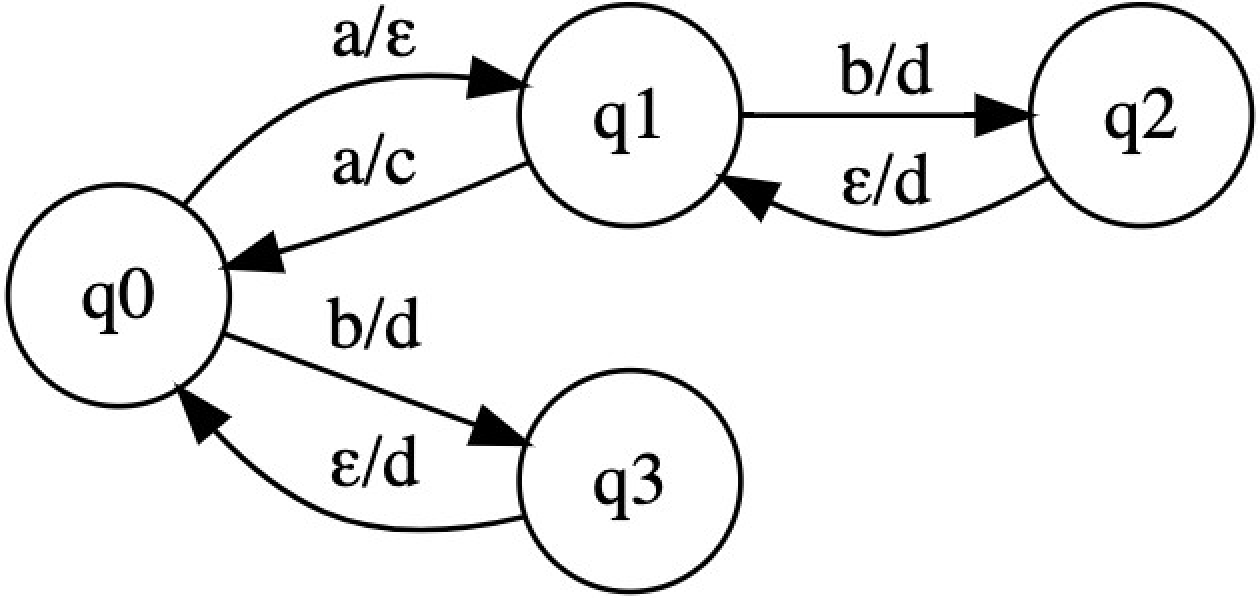
- $cant_c(y) = \lfloor cant_a(x)/2 \rfloor$
- $cant_d(y) = 2 \times cant_b(x)$

Entrada	**Salida**
aab	cdd
abaa	ddc
bbb	dddddd

Máquinas con salida - Ejemplo 3



Máquinas con salida - Ejemplo 3



Preguntas??

Autómatas de dos cintas

AF 2 cintas - Definiciones

Sea $M:(Q_1, Q_2, \Sigma, \delta, F, q_0)$ dónde:

- $q_0 \in (Q_1 \cup Q_2)$
- $F \subseteq (Q_1 \cup Q_2)$
- $\delta:(Q_1 \cup Q_2) \times \Sigma \to (Q_1 \cup Q_2)$
- $\delta':(Q_1 \cup Q_2) \times \Sigma^* \times \Sigma^* \to (Q_1 \cup Q_2)$
- $\delta'(q_i, ax, y) = \delta'(\delta(q_i,a), x, y)$ si $q_i \in Q_1$
- $\delta'(q_i, x, ay) = \delta'(\delta(q_i,a), x, y)$ si $q_i \in Q_2$
- $\delta'(q_i, \varepsilon, \varepsilon) = q_i$

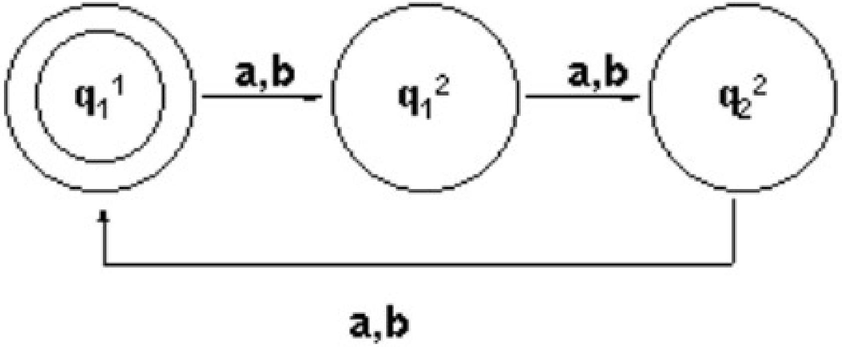
AF 2 cintas - Características

- Autómata determinista que reconoce pares de tiras <x,y> donde $x,y \in \Sigma^*$

- Condición de aceptación (se debe cumplir que):
  - El procesamiento termina en un estado final.
  - No queda tira por procesar en ninguno de los pares.

AF 2 Cintas - Ejemplo

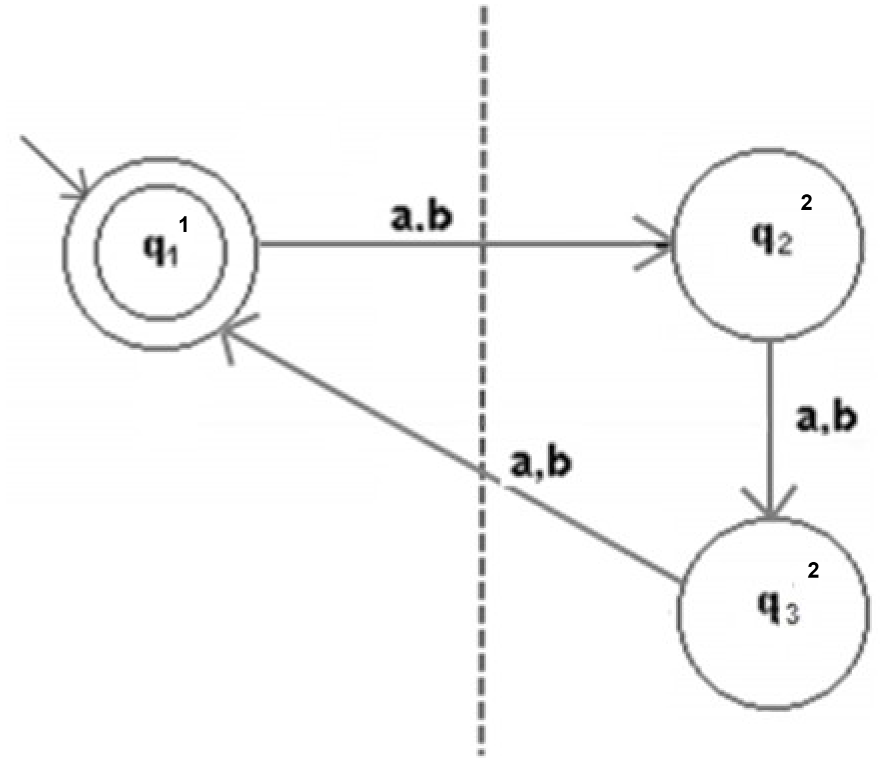
$$(\boldsymbol{w_1}, \boldsymbol{w_2}) \in \{a,b\}^* \times \{a,b\}^* \ / \ 2\,|\boldsymbol{w_1}| = |\boldsymbol{w_2}|$$



estado inicial : $q_1^{\,1}$

estados finales : $\{q_1^{\,1}\}$

AF 2 Cintas - Sugerencia del equipo docente



AF 2 Cintas - Ejemplo 1

Construya el autómata de 2 cintas para el lenguaje:

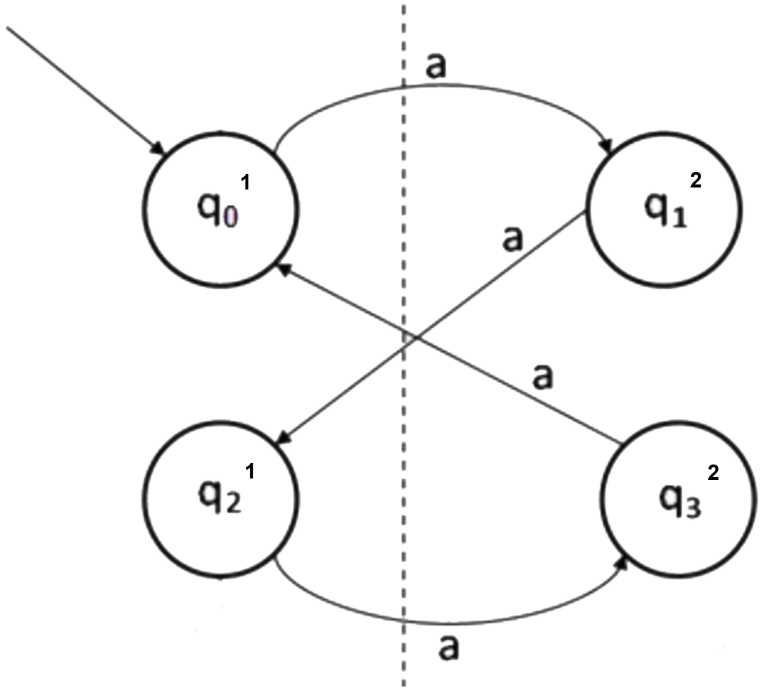
$$L1 = \{ (a^n c b^{(n \bmod 2)}, a^m c) \ / \ m \geq n \geq 0 \}.$$

AF 2 Cintas - Ejemplo 1 - Analizando

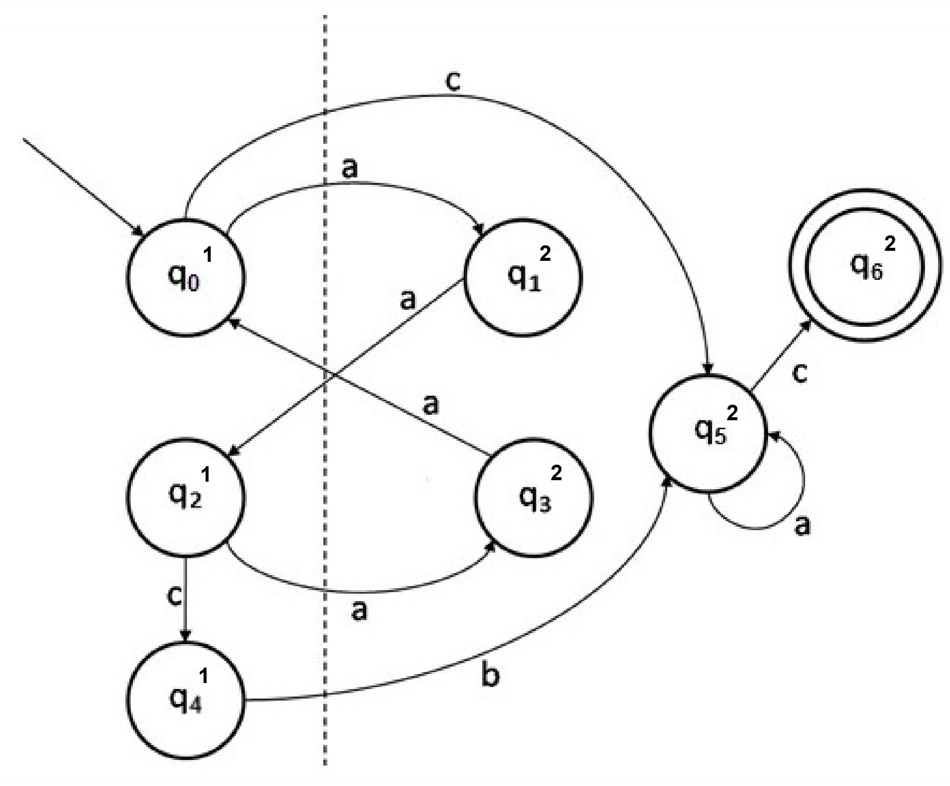
L1 ={ $(a^n c b^{(n \bmod 2)}, a^m c)$ / $m \geq n \geq 0$ }:

- Debemos controlar la paridad de las a’s de la tira de la izq:
  - Si n es par, entonces no vamos a tener b’s
  - Si n es impar, entonces tendremos una unica b.
- A su vez dichas a’s deben cumplir $m \geq n \geq 0$:
  - O lo que es lo mismo: $m \geq n \Rightarrow m = n + k \geq n$, $k \geq 0$
- Por cual lado arrancar?

AF 2 Cintas - Ejemplo 1



AF 2 Cintas - Ejemplo 1



AF 2 Cintas - Ejemplo 2

Construya el autómata de 2 cintas para el lenguaje:

$$L2 = \{(a^k b^{p+q}, c^{2q+k} d^{p+1}) \ / \ k, p, q \geq 0\}$$

AF 2 Cintas - Ejemplo 2 - Analizando

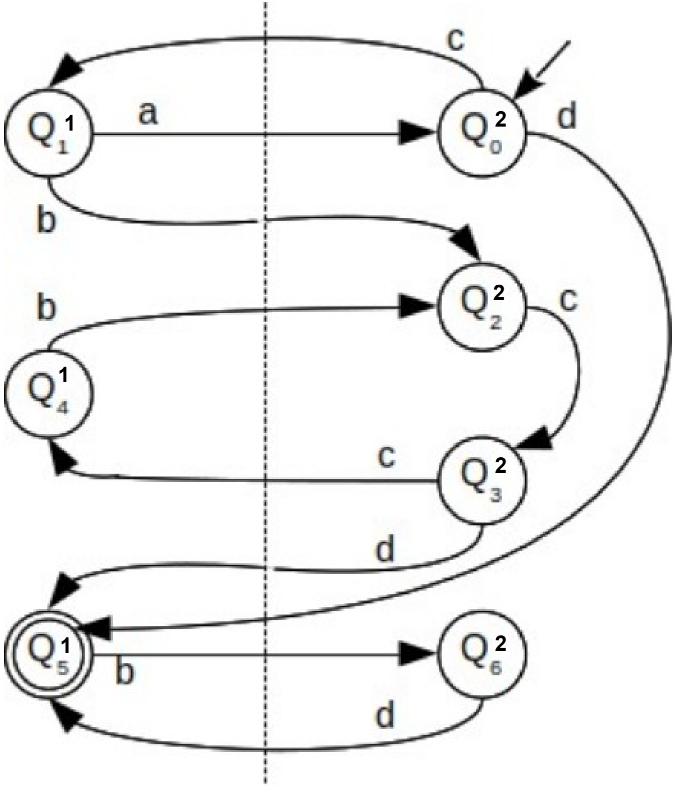
$L2 = \{(a^k b^{p+q}, c^{2q+k} d^{p+1}) \ / \ k, p, q \geq 0\}$:

- Podemos re-escribir la definición para que quede simple:
    - $b^{p+q} = b^p b^q = b^q b^p$
    - $c^{2q+k} = c^{2q} c^k = c^k c^{2q}$

  $L2 = \{(a^k b^q b^p, c^k c^{2q} d^{p+1}) \ / \ k, p, q \geq 0\}$

- Por cual lado arrancar? Que pasa si k=p=q=0?

AF 2 Cintas - Ejemplo 2



Preguntas??