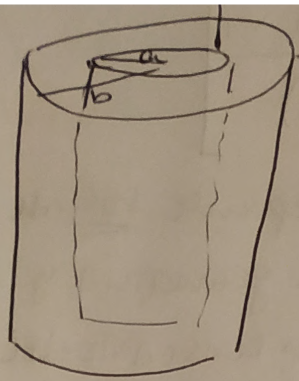
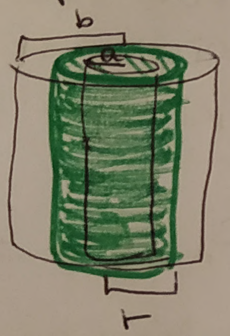


Capacitor con dieléctrico

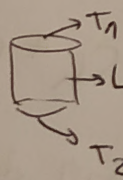
La presencia de un material dieléctrico aumenta la capacitancia del capacitor. Reemplazar ε_0 por $K\varepsilon_0$ en las ecuaciones refleja este efecto

a) Suponemos $d \gg b$ para despreciar efectos de borde en el campo. Para calcular el campo generado por la diferencia de potencial aprovechamos la simetría y usamos Gauss: elegimos como superficie cerrada un cilindro de radio r entre a y b y tapas sobre los extremos del capacitor

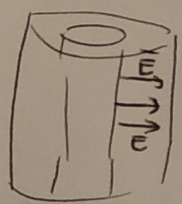


Ley de Gauss

$$\oint \bar{E}\, d\bar{A} = \frac{q_{\text{encerrada}}}{\varepsilon_0 k}$$



$$\Rightarrow \oint \bar{E}\, d\bar{A} = \underbrace{\int_{T_1} \bar{E}\, d\bar{A}}_{=0\ \bar{E}\perp\bar{A}} + \underbrace{\int_{T_2} \bar{E}\, d\bar{A}}_{=0\ \bar{E}\perp\bar{A}} + \int_L \bar{E}\, dA$$



$$= \int_L \bar{E}\, dA = E(r)\, 2\pi r\, d = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0 k}$$

$\bar{E} \parallel \bar{A}$ campo radial ~~saliente~~

Sólo depende de r, puedo sacar afuera de la integral porque para un dado r va a ser constante

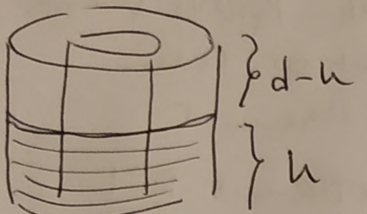
$$\Rightarrow \bar{E}(r) = \frac{Q}{2\pi r d \varepsilon_0 k}\, \hat{r} \text{ [dirección radial]}$$

$$|V| = \int_+^- \bar{E}\cdot d\bar{s} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 k d}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 k d}\left(\ln(b) - \ln(a)\right) = \frac{Q \ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi k \varepsilon_0 d}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 k d} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \Rightarrow \left[Q = \frac{2\pi \varepsilon_0 k d V_1}{\ln(b/a)} \right]$$

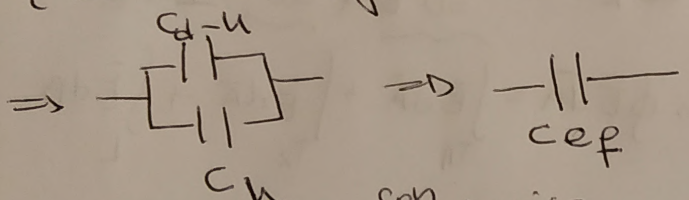
$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \left[C = \frac{Q}{V_1} = \frac{2\pi \varepsilon_0 k d}{\ln(b/a)} \right] \Rightarrow$$ depende solo de la geometría y de la constante del dieléctrico.

b) Se desconecta la batería y se pierde líquido:



$\Rightarrow$ se puede pensar como dos capacitores en paralelo (notar que si se conectara una diferencia de potencial nuevamente, entre las placas ambos capacitores tendrían la misma diferencia de potencial)

(Revisar ejercicios 6 y 7 del práctico 4)



$$C_{ef} = C_h + C_{d-h} =$$

con dieléctrico — sin dieléctrico

$$= \frac{2\pi h \varepsilon_0 k}{\ln(b/a)} + \frac{2\pi (d-h) \varepsilon_0}{\ln(b/a)}$$

Cómo la carga se conservó es la que calculamos en a) $Q = \dfrac{2\pi \varepsilon_0 k d V_1}{\ln(b/a)}$

$$V_2 = \frac{Q}{C_{eq}} = \frac{\left(\dfrac{2\pi \varepsilon_0 k d V_1}{\ln(b/a)}\right)}{\dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(b/a)}\left[hk + (d-h)\right]} = \frac{k d V_1}{hk + (d-h)}$$

C) LA CARGA SE DISTRIBUYE DISTINTO DONDE HAY DIELECTRICO Y DONDE NO.

$$Q_{d-h} = V_2 \cdot C_{d-h} = V_2 \frac{2\pi(d-h)\varepsilon_0}{\ln(b/a)} =$$

$$Q_h = V_2 C_h = V_2 \cdot \frac{2\pi h \varepsilon_0 K}{\ln(b/a)}$$

La densidad superficial de carga $\sigma = \frac{Q}{\text{AREA}}$

$$\left[\sigma_{d-h} = \frac{Q_{d-h}}{2\pi a(d-h)} = V_2 \cdot \frac{\varepsilon_0}{\ln(b/a)a} = \frac{\varepsilon_0 K d V_1}{a\ln\left(\frac{b}{a}\right)(hK+(d-h))} \right]$$

$$\left[\sigma_h = \frac{Q_h}{2\pi a h} = \frac{V_2 \varepsilon_0 K}{\ln\left(\frac{b}{a}\right) \cdot a} = \frac{\varepsilon_0 K^2 d V_1}{a\ln\left(\frac{b}{a}\right)(hK+(d-h))} \right]$$