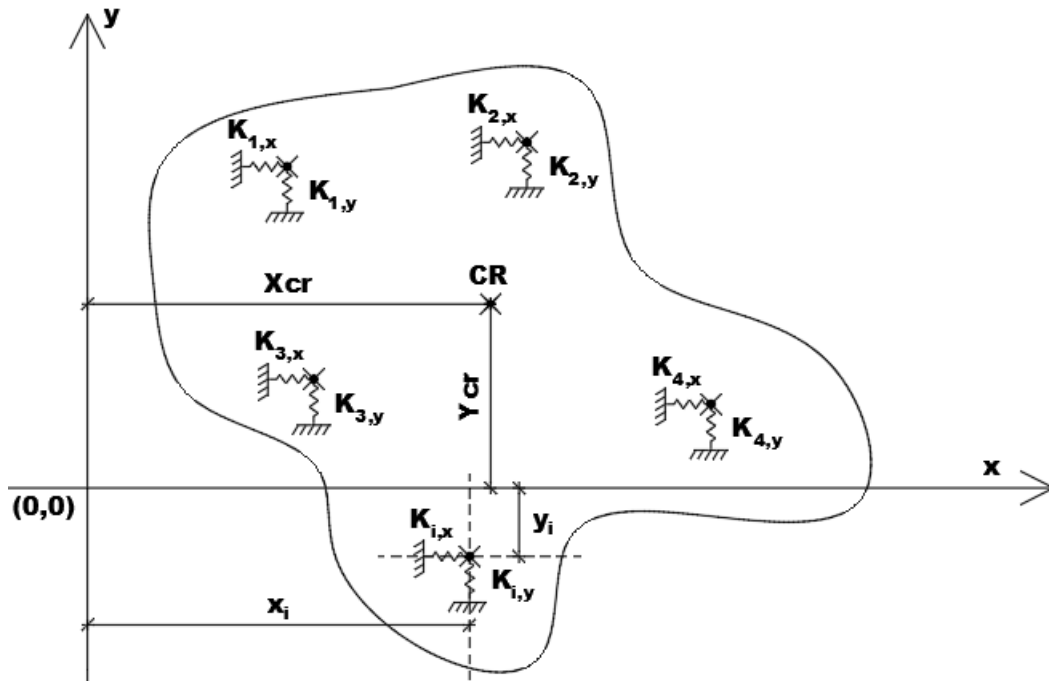
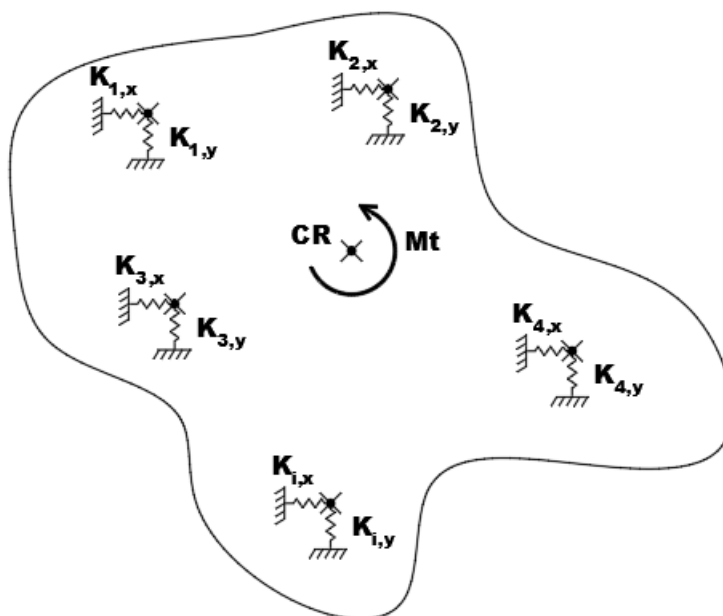


Ejercicio 1

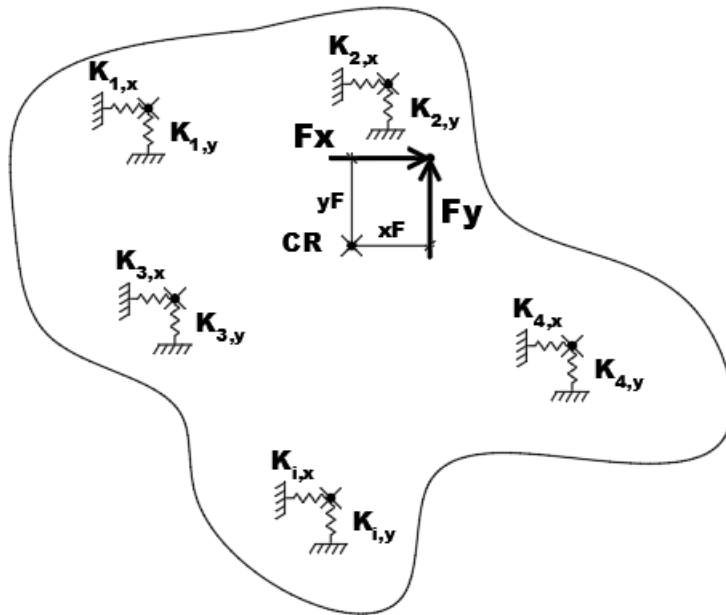
- 1) Halle las coordenadas (X_{cr}, Y_{cr}) del centro del centro de rigidez (CR) de una chapa rígida con n apoyos elásticos con resortes equivalentes $K_{i,x}$ y $K_{i,y}$ como se muestra en la figura siguiente.



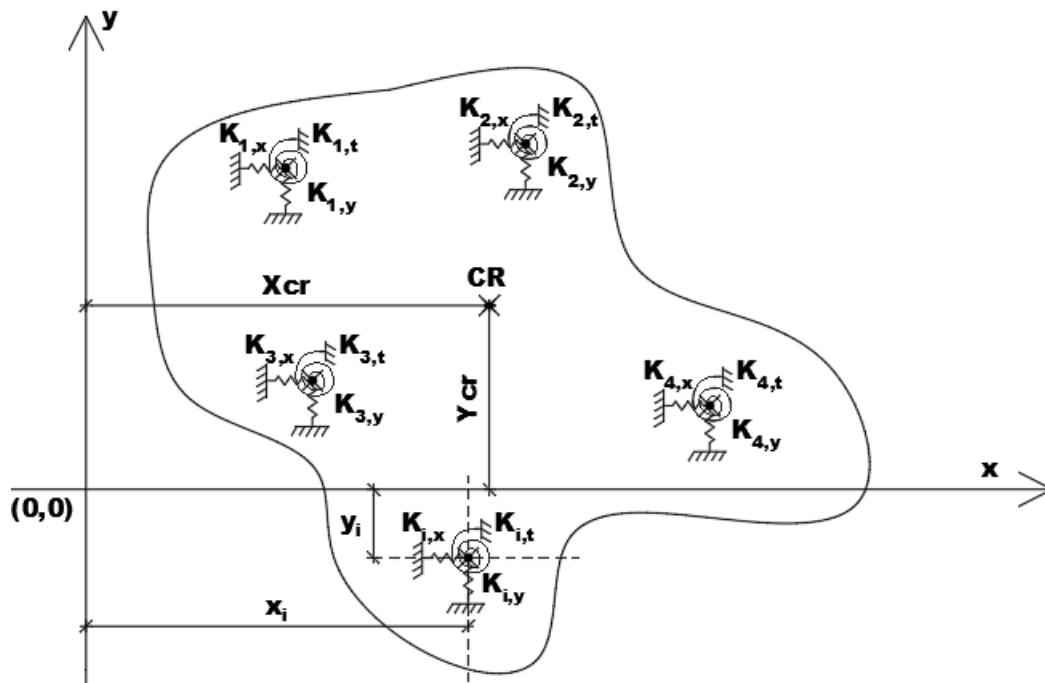
- 2) Halle el desplazamiento según x e y para fuerzas F_x y F_y respectivamente que pasan por el centro de rigidez.
- 3) Halle el ángulo de giro de la chapa rígida sometida a un momento M_t .



- 4) Halle el desplazamiento en X y en Y de cada punto bajo cargas F_x y F_y aplicadas en las coordenadas (x_F, y_F) . Traslade el origen de coordenadas al centro de rigidez. Encuentre la fuerza que lleva cada apoyo.



- 5) Repita el ejercicio considerando que en cada punto de apoyo existe, además de los resortes según x e y , un resorte de torsión $k_{i,t}$

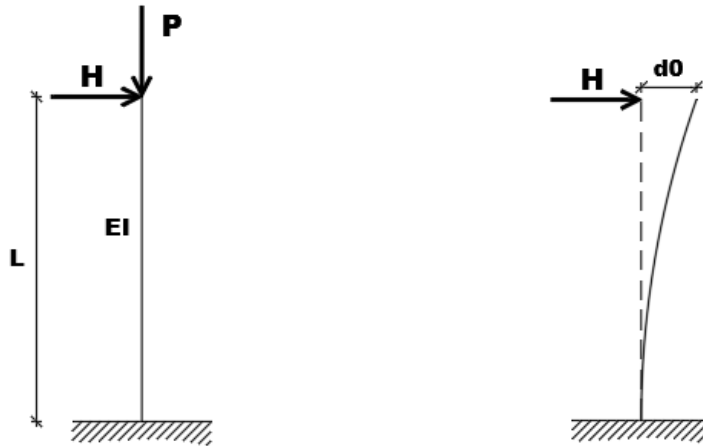


- 6) Genere una planilla de cálculo para resolver chapas rígidas con n apoyos elásticos, considere tanto rigidez de traslación en cada sentido x e y como rigidez de torsión k_t en cada apoyo.

Ejercicio 2

Parte 1

En este ejercicio se estudiará el caso de una ménsula bajo una carga horizontal y vertical de compresión en su extremo superior.



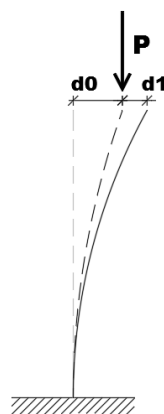
En primer lugar se estudian la deformada de primer orden, es decir el desplazamiento máximo de la ménsula considerando que solamente actúa la fuerza horizontal. Para esto llamaremos d_0 al desplazamiento del punto superior considerando una curva sinusoidal. Llamaremos configuración **0** a esta configuración (carga H y deformada con valor máximo en punto superior igual a d_0 , $P=0$.) Compruebe si se verifica el equilibrio igualando el momento externo al interno.

Se estudiarán los efectos de segundo orden en forma iterativa:

Paso 1

1. Halle el momento en la base de la ménsula considerando la carga P actuando sobre la deformada de la configuración **0**.
2. Llamamos configuración **1** a esta nueva configuración.
3. Suponga que la deformada de la configuración **1** es sinusoidal con desplazamiento máximo en el punto superior igual a d_1 . Halle el momento en la base para esta deformada a partir de la curvatura.
4. Halle una expresión para d_1 utilizando las expresiones determinadas en **1** y **2**.

d_1 es el desplazamiento del punto superior debido a la deformada que produce la carga P actuando sobre la estructura con deformada de la configuración **0**. El desplazamiento total será d_0+d_1 .



Paso 2

1. Halle el momento en la base de la ménsula considerando la carga P actuando sobre la deformada de la configuración **1**.
2. Llamamos configuración **2** a esta nueva configuración.
3. Suponga que la deformada de la configuración **2** es sinusoidal con desplazamiento máximo en el punto superior igual a d_2 . Halle el momento en la base para esta deformada a partir de la curvatura.
4. Halle una expresión para d_2 utilizando las expresiones determinadas en 1 y 2.
5. Escriba la ecuación hallada en 4 en función de d_0 utilizando la expresión hallada en el punto 4 del paso 1.

d_2 es el desplazamiento del punto superior debido a la deformada que produce la carga P actuando sobre la estructura deformada según la configuración **1**. El desplazamiento total será $d_0+d_1+d_2$.

Paso n

1. Halle el momento en la base de la ménsula considerando la carga P actuando sobre la deformada de la configuración **n-1**.
2. Llamamos configuración **n** a esta nueva configuración.
3. Suponga que la deformada de la configuración **n** es sinusoidal con desplazamiento máximo en el punto superior igual a d_n . Halle el momento en la base para esta deformada a partir de la curvatura.
4. Halle una expresión para d_n utilizando las expresiones determinadas en 1 y 2.
5. Escriba la ecuación hallada en 4 en función de d_0 utilizando la expresión hallada en el punto 5 del paso **n-1**.

d_n es el desplazamiento del punto superior debido a la deformada que produce la carga P actuando sobre la estructura deformada según la configuración **n**. El desplazamiento total será $d_0+d_1+...+d_n$.

Halle el menor valor de P tal que $dt=d_0+d_1+...+d_n$ es un valor finito. Llamaremos P_{cr} a este valor de P .

Recuerde la siguiente expresión de límite de convergencia de una serie geométrica:

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} r^n = \frac{1}{1-r} \quad \text{si } |r| < 1$$

Halle una expresión de dt y del momento total en la base Mt de la ménsula en función de P_{cr} .

Halle cual sería la carga H^* que produce la misma deformada dt en el punto superior.

Halle el momento Mt en la base, para ello sume en forma iterativa los momentos incrementales $mt=m_0+m_1+...+m_n$, tomando los m_i como el momento de la etapa i que sale de considerar la ley de la elástica.

Parte 2

Resuelva el mismo ejercicio de la parte 1 pero asumiendo en cada paso **n** que el momento producido por la carga **P** en la configuración deformada del paso anterior **n-1** es igual a la deformada resultante de aplicar una carga horizontal **F_{h,n}** que produce el mismo momento en la base de la ménsula. Esto es asumir, al contrario de lo que se hizo en la parte 1 donde se supuso una ley sinusoidal, que en cada paso la deformada es según la ley cubica ya conocida de deformada de una ménsula con carga en su extremo:

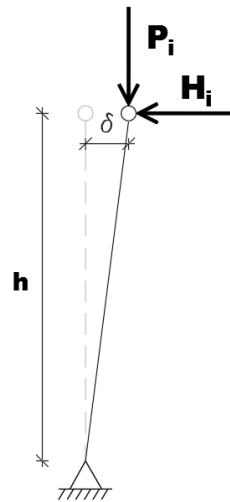
$$y = \frac{-Hx^2}{6EI} (3L - x)$$

Parte 3

Compare lo resultados con las ecuaciones de la sección H.2 del EN1992-1-1.

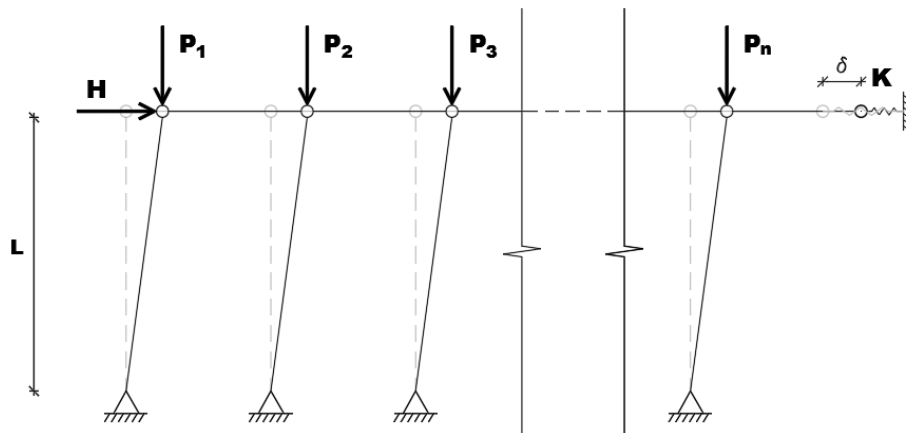
Ejercicio 3

- 1) Cuál es la carga H_i que equilibra la biela inclinada de la siguiente figura para δ infinitesimal?



2)

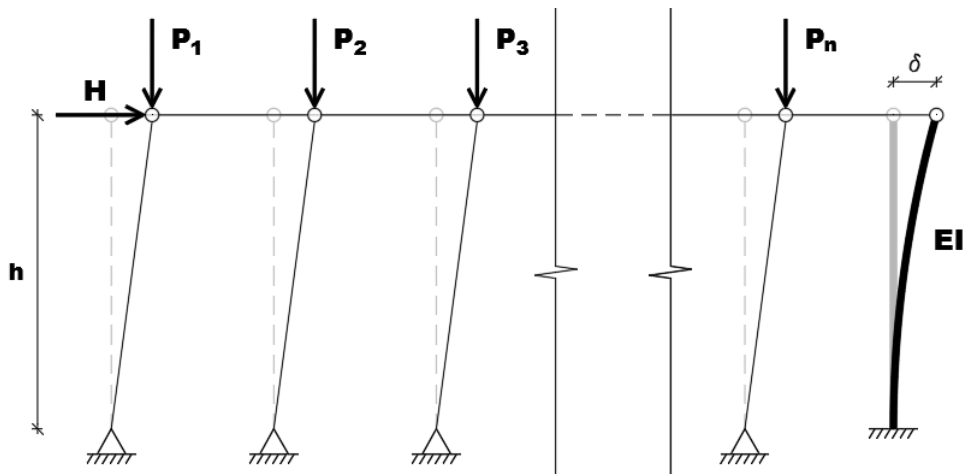
- a) Halle la ecuación de equilibrio en la posición deformada de la siguiente estructura utilizando el resultado de la parte 1)



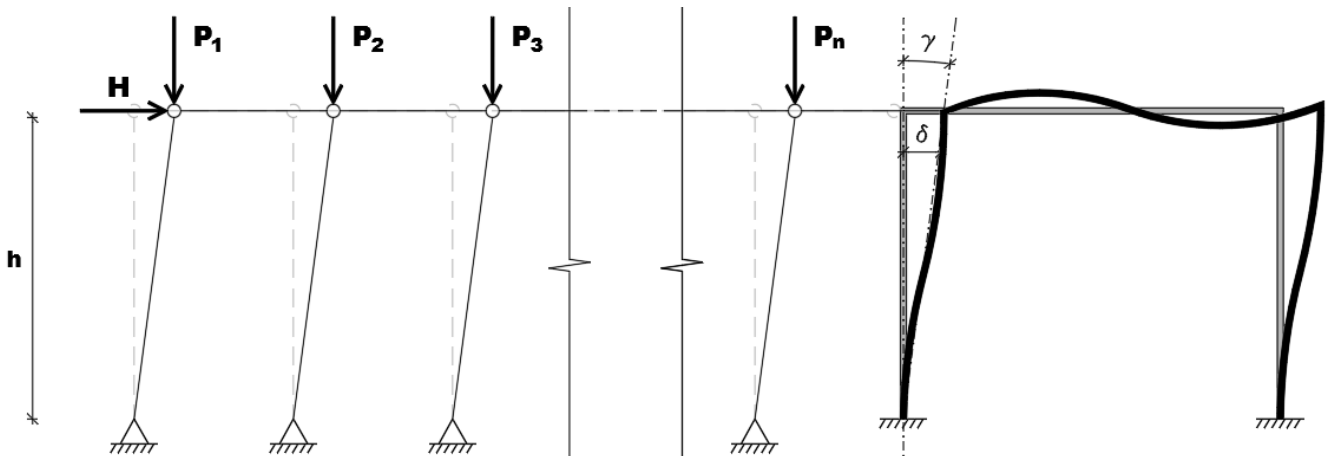
- b) Determine el desplazamiento total δ en función del desplazamiento de primer orden δ_0
- c) Para que carga se vuelve inestable la estructura?
- d) Escriba la ecuación de la parte b) en función de la carga crítica determinada en c)
- e) A partir de la ecuación anterior determine la carga H_T que produce la misma deformada total δ .
- f) Compare la ecuación obtenida con la ecuación (H.7) del anexo H del EN1992-1-1.

3)

a) Sustituya el resorte de la parte 2) por una ménsula y determine el valor de la carga crítica



b) Considere que el resorte de la parte a) se sustituye por un pórtico tal que al aplicarle una fuerza H el mismo se desplace $\delta = H/K$ siendo k la constante del resorte, es decir con la misma rigidez lateral que el resorte. Llamamos γ a la distorsión: δ/h y S a H/γ . Escriba la carga crítica en función de S .



c) Halle la carga crítica de la parte a) utilizando la expresión (H.2) del EN1992-1-1 Anexo H. Desprecie la disminución de rigidez por fisuración de la sección H.1.2 (3)

d) Compare la carga crítica del caso b) con la carga crítica dada en la sección H.1.3 del Anexo H del EN1992-1-1.