Comunicaciones Digitales

Práctico 3
Interferencia Intersimbólica y Pulsos de Nyquist

Cada ejercicio comienza con un símbolo el cuál indica su dificultad de acuerdo a la siguiente escala: ✦ básica, ★ media, ✷ avanzada, y ✹ difícil.

★ Ejercicio 1

Al muestrear una señal $x(t)$ de banda limitada W se generan muestras a una tasa de r muestras/s, las cuales se quieren trasmitir por un canal de ancho de banda B_T. Para esto las muestras se conforman con pulsos $p(t)$ antes de introducirlas al canal.

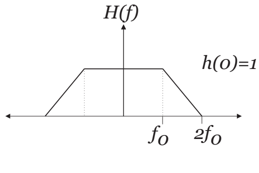
(a) Indicar entre qué valores puede variar r para que se pueda transmitir y posteriormente reconstruir la señal analógica original.

(b) Expresar la forma de la señal recibida en función de $x(t)$ y r, sabiendo que se para la transmisión se utilizan pulsos de Nyquist, y la recepción se realiza con pulso apareado.

(c) ¿Cómo deben ser los pulsos p(t) para que no exista interferencia intersimbólica (ISI)?

★ Ejercicio 2

Una señal discreta con tiempo entre muestras T_s, es introducida en un conformador $p(t)$, la cual es recibida con un pulso apareado $p(-t)$, teniendo como respuesta $H(f) = |P(f)|^2$.



Hallar la frecuencia f_o para que la señal conformada no posea interferencia intersimbólica. Justificar.

✷ Ejercicio 3

Una señal $x(t)$ se muestrea a frecuencia $r = \frac{1}{T}$. Cada muestra se codifica con cuatro bits, mapeados en 16 niveles distintos. La secuencia obtenida a_k será conformada con un pulso que definiremos más adelante.

(a) Dibujar la constelación utilizada y calcular las probabilidades de error de símbolo (P_e) y bit (P_{eb}) si la transmisión se realiza por un canal de atenuación L y que agrega ruido AWGN de densidad espectral de potencia $\frac{\eta}{2}$. El filtro de recepción es un pulso apareado.

(b) Si el pulso conformador se trata de un pasabajos ideal:

$$P(f) = \sqrt{T}.\pi\left(\frac{f}{2f_0}\right),$$

dar la frecuencia de corte f_0 de manera que no haya interferencia intersimbólica.

(c) Un pasabajos ideal es difícilmente aproximable. Normalmente se usan filtros de transición gradual. ¿Qué condiciones debe cumplir tal filtro para que la interferencia intersimbólica sea nula?

Un pulso conformador muy utilizado es el "Square Root Raised Cosine" (SRRC), cuyas expresiones analíticas en frecuencia y tiempo respectivamente son las siguientes:

$$P(f) = \begin{cases} \sqrt{T} & 0 \leq |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ \sqrt{T}cos\left(\frac{\pi|f|T}{2\alpha} - \frac{\pi(1-\alpha)}{4\alpha}\right) & \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & |f| > \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases}$$

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \frac{sin\left(\pi(1-\alpha)\frac{t}{T}\right) + \frac{4\alpha t}{T}cos\left(\pi(1+\alpha)\frac{t}{T}\right)}{\frac{\pi t}{T}\left[1 - \left(\frac{4\alpha t}{T}\right)^2\right]}$$

(d) Bosquejar $R_p(f) = |P(f)|^2$ para distitnos valores de α.

(e) Evalúe $p(t)$ para $t = kT$. Analice el resultado.

✶ Ejercicio 4

Una forma más general del teorema de señalización de Nyquist establece que un pulso $r_p(t)$ con transformada de Fourier $R_p(f)$ no presenta ISI al ser muestreado con frecuencia $r = \frac{1}{T}$ si y sólo si

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} R_p(f - nr) = \frac{1}{r} \qquad -\infty < f < \infty.$$

(a) Demostrar este teorema aplicando la transformada de Fourier en ambos lados de

$$r_p(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r_p(nT)\delta(t - nT)$$

y utilizando la formula de Poisson.

(b) Demostrar el teorema de simetría vestigial de Nyquist aplicando el teorema anterior a pulsos $r_p(t)$ reales y con ancho de banda menor o igual a r (esto es, $R_p(f) = 0$ para $|f| > r$).