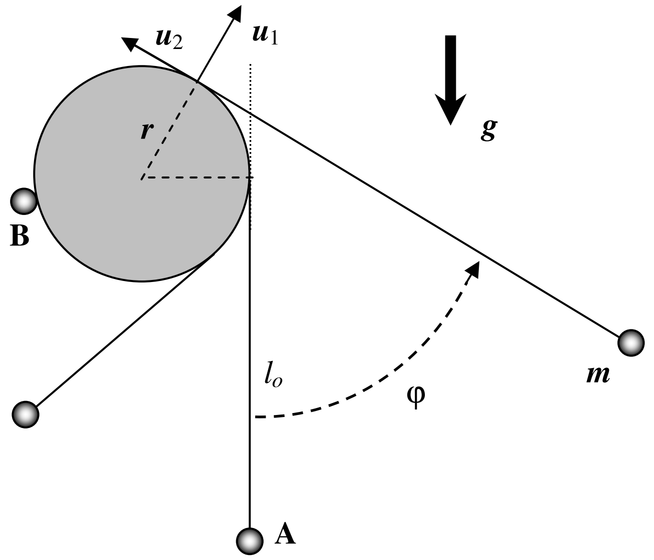
MECÁNICA NEWTONIANA

Examen de Febrero de 2002.

Ejercicio Nº 1:

Una masa m puntual está unida a un hilo flexible, inextensible y sin peso, el cual se encuentra enrollado en torno a un cilindro fijo de radio r. Estando la masa en la posición **A** (hilo vertical, ver figura), el trozo de hilo desenrollado tiene largo l_o. Se definen dos versores móviles $\boldsymbol{u}_1$ y $\boldsymbol{u}_2$ perpendicular y paralelo al hilo respectivamente, y φ el ángulo del hilo con la vertical (ver figura). En todo el movimiento se supondrá que actúa el peso y que el hilo no desliza sobre el cilindro.



a) Escriba expresiones para los vectores velocidad y aceleración de la partícula en función de φ (y sus derivadas temporales) en la base $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$.

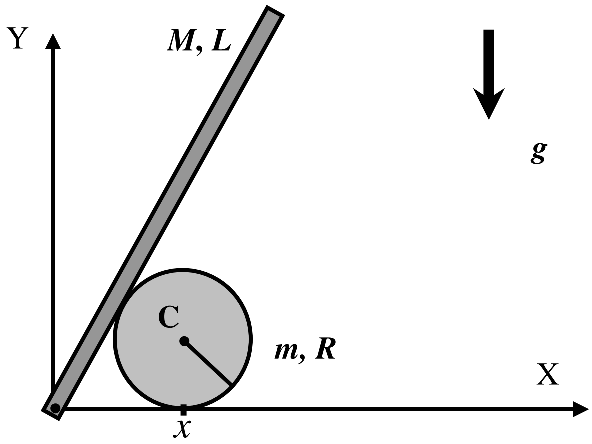
b) Encuentre la ecuación del movimiento de la partícula.

c) Verifique que la tensión del hilo es de potencia nula.

d) Si se deja caer la partícula con velocidad nula desde la superficie del cilindro (por ejemplo **B**), ¿desde qué posición debe dejarse caer para que el hilo nunca deje de estar tenso y l_o sea lo más grande posible?.

Ejercicio Nº 2:

Una barra uniforme de masa M, largo L y dimensiones transversales despreciables, está articulada en un extremo que se encuentra en el origen de coordenadas (articulación cilíndrica lisa). La barra se encuentra contenida en el plano vertical XY y apoya sobre un cilindro de radio R y masa m que puede rodar *sin deslizar* sobre el plano Y = 0 en la dirección del eje X. Suponga que el contacto entre la barra y el cilindro es liso.



a) Determine la posición de equilibrio para este sistema. ¿Es estable o inestable?

b) Halle una ecuación diferencial que verifica la coordenada $x(t)$ del centro de masa del cilindro al caer la barra sobre éste.

c) En el instante inicial la barra se encuentra en reposo y casi vertical, con una muy pequeña (despreciable) inclinación hacia el lado del cilindro, que está en reposo. Determine la velocidad del centro de masa C del cilindro cuando $x = L$.

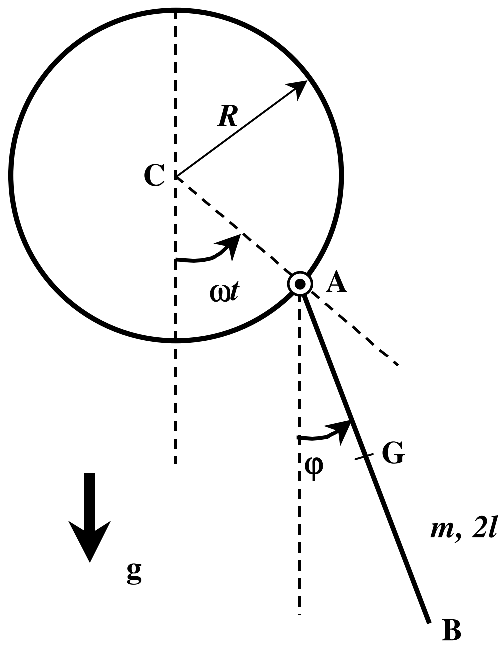
DATOS: El momento de inercia de una barra uniforme de largo L y masa M, respecto a un eje perpendicular pasando por el centro de masa es: $\frac{ML^2}{12}$ y el momento de inercia de un cilindro homogéneo de radio R y masa m respecto al eje de simetría es: $\frac{mR^2}{2}$.

Otras fórmulas que pueden resultar útiles:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{2\,\operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1+\operatorname{tg}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \qquad \cos\theta = \frac{1-\operatorname{tg}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1+\operatorname{tg}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

Ejercicio N° 3:

Una barra homogénea AB de masa m y largo $2l$, gira libremente en torno a su extremo A (articulación cilíndrica lisa). Este extremo está obligado a moverse sobre una circunferencia de radio R y centro C fijo. El movimiento de A en torno a C tiene velocidad angular ω constante e impuesta. La circunferencia y la barra se encuentran siempre contenidas en un mismo plano vertical.



Llamémosle φ al ángulo que forma la barra con la vertical; y consideremos que el instante inicial ($t = 0$) es cuando el punto A está en la posición inferior de la circunferencia.

a) Halle la ecuación de movimiento de la barra.

b) Halle las componentes (longitudinal y perpendicular a la barra) de la fuerza que actúa sobre la barra en el punto A. Expresarlas en función del tiempo t, el ángulo φ y su derivada $\dot{\varphi}$ (además de otros parámetros del sistema).

c) Si inicialmente ($t = 0$) la barra se encuentra vertical, moviéndose con $\dot{\varphi}(0) = \Omega$, ¿cuánto vale la aceleración angular de la barra y ambas componentes de la fuerza en A en ese mismo instante ($t = 0$)?

d) Partiendo de la condición inicial anterior: ¿es posible que la barra se mueva con velocidad angular constante? ¿Qué condiciones deben cumplir los parámetros del sistema para que esto suceda?