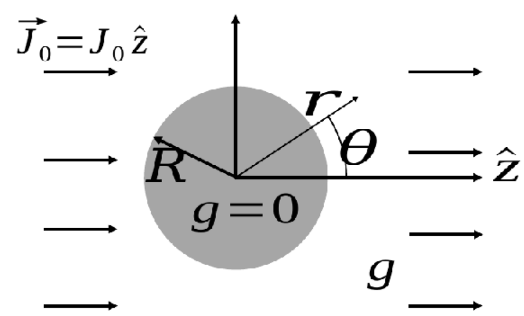
Electromagnetismo

Examen, 10 de febrero de 2025

- Se deberá comunicar claramente los razonamientos realizados. Las respuestas correctas que no incluyan una correcta justificación, serán consideradas como incompletas.
- Se debe poner el nombre y documento en todas las hojas.
- Se recuerda que la prueba es individual.

Problema 1

Considere una esfera aislante de radio R que se encuentra inmersa en un un medio óhmico, homogéneo e isotrópico de conductividad g. En dicha región existía una densidad de corriente uniforme en ausencia de la esfera ($\vec{J}_0 = J_0\hat{z}$), como se muestra en la figura. Suponga que el sistema está en estado estacionario.



a. Demuestre que el potencial eléctrico para $r > R$: $\phi(r,\theta)$ satisface la ecuación de Laplace.

b. Determine las condiciones de frontera muy lejos de la esfera y sobre la superficie de la misma.

Considere soluciones a la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas :

$$\phi(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty}\left[r^n A_n + \frac{B_n}{r^{n+1}}\right]P_n(\cos\theta),$$

dónde los $P_n(\cos\theta)$ son los polinomios de Legrendre.
Recordatorio: Los primeros polinomios de Legendre son $P_0(\cos\theta) = 1$, $P_1(\cos\theta) = \cos\theta$, $P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)$.

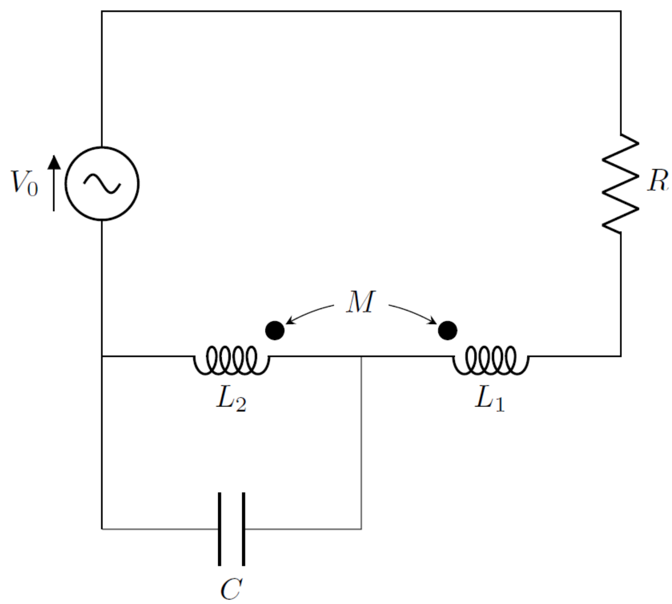
c. Justifique bajo qué condiciones se pueden considerar soluciones de la forma planteada.

d. Halle el potencial eléctrico para $r > R$.

e. Deduzca el campo densidad de corriente $\vec{J}$ también para $r > R$.

Problema 2

El circuito de la figura consiste de una fuente de voltaje sinusoidal $V_0 \cos(\omega t)$, una resistencia R, dos inductancias L_1 y L_2 con una mutua entre ellas M y finalmente un condensador C.



a. Halle el fasor asociado a la corriente que pasa por la fuente (I_1), la que pasa por la inductancia L_2 (I_2) y la que pasa por el capacitor (I_C). Especifique las convenciones de signo que adopte para corrientes y voltajes.

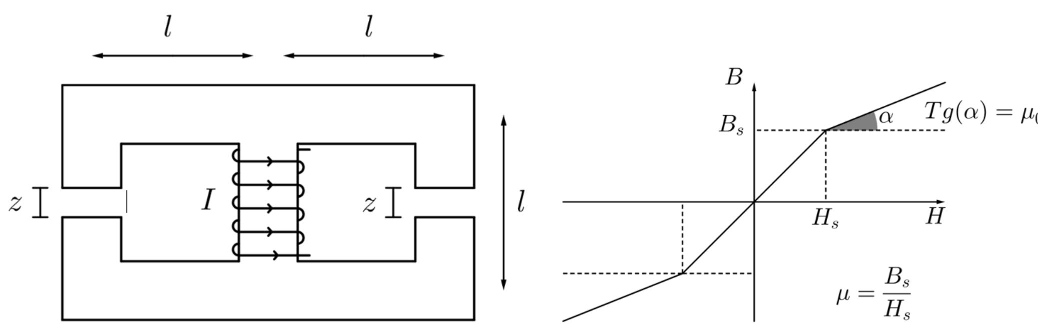
b. Determine el valor de ω que llamaremos ω_1 tal que se anula la corriente que circula por la fuente. Halle las otras corrientes para ese valor de ω.

c. Determine el valor de ω que llamaremos ω_2 tal que se anula la corriente que pasa por L_2. Halle las otras corrientes para ese valor de ω.

d. Ahora asumimos que $L_1 = L_2 = L$ y que no hay pérdidas en el acople entre las bobinas. Halle las tres corrientes en este caso.

Problema 3

Se considera el circuito magnético de la figura. El mismo está construido con un material lineal saturable de sección S, cuya curva de magnetización se muestra en la figura a su derecha. Además, este presenta un bobinado de N vueltas en la rama central el cual transporta una corriente I y dos entre-hierros de ancho $z \ll l$ en las ramas laterales.



a. Escriba las ecuaciones de Kirchhoff para el circuito magnético considerado justificando todas las aproximaciones necesarias para modelar el sistema.

b. Asumiendo que el material trabaja en la zona lineal, determine los campos magnéticos en todas las ramas.

c. Halle el menor valor de z para que el material no sature en ningún punto del circuito.