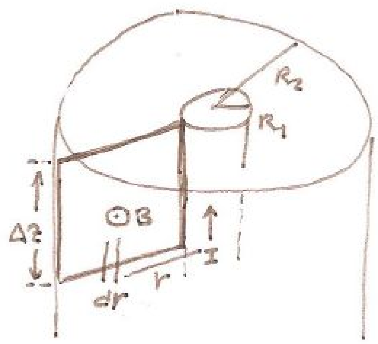
# SOLUCION EJERCICIO 1

$$B(r) = \frac{\mu I}{2\pi r} \quad (R_1 \le r \le R_2)$$

$$= \frac{\mu \alpha t}{2\pi r}$$




$$\Phi(t) = \int_{R_1}^{R_2} B(r,t)\, ds$$

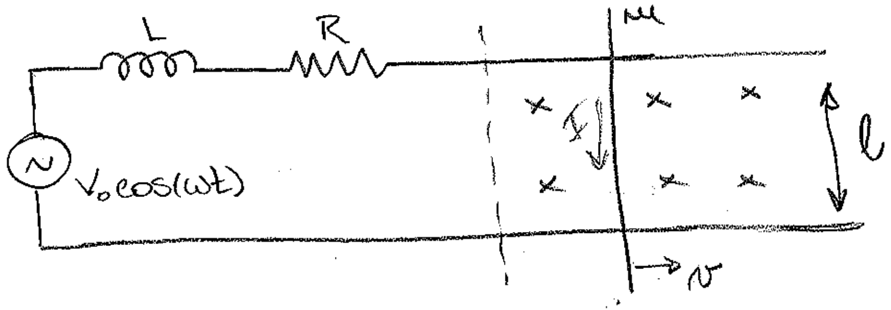
donde $ds = \Delta z\, dr$

$$\Rightarrow \Phi(t) = \frac{\mu \alpha t}{2\pi} \Delta z \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu \alpha t}{2\pi} \ln(R_2/R_1)\, \Delta z$$

$$\Rightarrow \text{FEM POR UNIDAD LONG.} = \frac{|\varepsilon|}{\Delta z} = \frac{|d\Phi/dt|}{\Delta z} = \frac{\mu \alpha}{2\pi} \ln(R_2/R_1)$$

---

EJERCICIO 2




En régimen sinusoidal: $(j^2=-1)$

$$\begin{cases} V(t) = \mathrm{Re}\left[V_0 e^{j\omega t}\right] \leftarrow \text{diferencia de potencial a través de la fuente.} \\ i(t) = \mathrm{Re}\left[\underset{\uparrow \text{complejo}}{\bar{I}}\, e^{j\omega t}\right] \leftarrow \text{corriente.} \\ v(t) = \mathrm{Re}\left[\underset{\uparrow \text{complejo}}{\bar{v}}\, e^{j\omega t}\right] \leftarrow \text{velocidad de la barra} \end{cases}$$

Malla:

$$V_0 - (j\omega L)\bar{I} - R\bar{I} - \underline{B\ell\bar{v}} = 0 \quad (1)$$

Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -B\ell v$$

2ª ley Newton:

$$m\frac{d\bar{v}}{dt} = B\ell\bar{I} \quad \longrightarrow m(j\omega\bar{v}) = B\ell\bar{I} \rightarrow \bar{I} = j\omega\left(\frac{m}{B\ell}\right)\bar{v} \quad (2)$$

$$(I\vec{\ell}\times\vec{B})$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$(R+j\omega L)\bar{I} + B\ell\bar{v} = V_0$$

$$(R+j\omega L)\left(j\omega\frac{m}{B\ell}\right)\bar{v} + B\ell\bar{v} = V_0$$

$$\bar{v}\left[\left(B\ell - \omega^2\frac{mL}{B\ell}\right) + j\omega\frac{mR}{B\ell}\right] = V_0$$

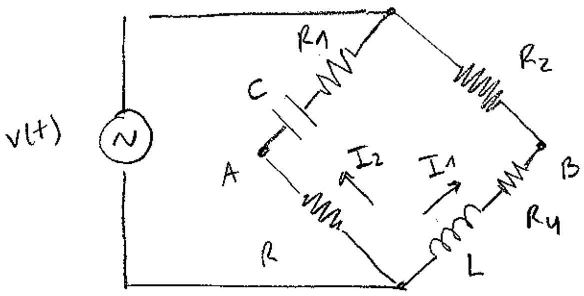
$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{V_0}{\left[\left(B\ell - \omega^2\frac{mL}{B\ell}\right) + j\omega\frac{mR}{B\ell}\right]}$$

$$\Rightarrow \boxed{|\bar{v}|} = \sqrt{\bar{v}\cdot\bar{v}^*} = \boxed{\frac{V_0}{\sqrt{\left(B\ell - \omega^2\frac{mL}{B\ell}\right)^2 + \omega^2\left(\frac{mR}{B\ell}\right)^2}}}$$

—x—

EJERCICIO

3




$$I_1 = \frac{V_0 \cdot e^{i\omega t}}{i\omega L + R_4 + R_2}$$

$$I_2 = \frac{V_0 \cdot e^{i\omega t}}{\frac{-i}{\omega C} + R_1 + R_3}$$

$$V_{OB} = (i\omega L + R_4) \cdot \left( \frac{V_0 \cdot e^{i\omega t}}{i\omega L + R_4 + R_2} \right)$$

$$V_{OA} = R_3 \cdot \left( \frac{V_0 \cdot e^{i\omega t}}{\frac{-i}{\omega C} + R_1 + R_3} \right)$$

$$V_{OA} = V_{OB} \longrightarrow \frac{1}{V_{OA}} = \frac{1}{V_{OB}}$$

$$\longrightarrow \frac{i\omega L + R_4 + R_2}{i\omega L + R_4} = \frac{-i/\omega C + R_1 + R_3}{R_3} \longrightarrow \boxed{\frac{R_2}{i\omega L + R_4} = \frac{-i/\omega C + R_1}{R_3}}$$

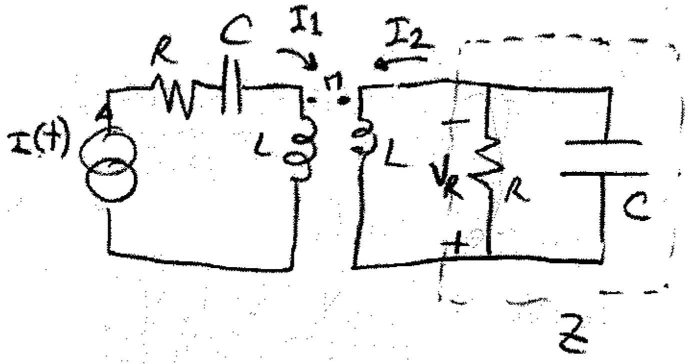
$$\rightarrow \frac{R_2 \cdot (-i\omega L + R_4)}{R_4^2 + (\omega L)^2} = \frac{R_1}{R_3} - \frac{i}{R_3 \omega C}$$

Real: $\dfrac{R_1}{R_3} = \dfrac{R_2 \cdot R_4}{R_4^2 + (\omega L)^2}$

Imaginaria: $\dfrac{-1}{R_3 \omega C} = \dfrac{-\omega L R_2}{R_4^2 + (\omega L)^2} = \dfrac{-L R_1 \omega}{R_3 \cdot R_4} \longrightarrow \omega C = \dfrac{R_4}{\omega L R_1}$

$$\longrightarrow \boxed{C = \frac{R_4}{\omega^2 L R_1}}$$

EJERCICIO




4) $Z = \dfrac{R}{1+j\omega RC}$

- Malla en el secundario:

$$j\omega L I_2 + j\omega M I_1 + I_2 \frac{R}{1+j\omega RC} = 0$$

$$\Rightarrow I_2 = -\frac{M}{L}(1+j\omega RC) I_1$$

$$\uparrow$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$V_R = I_2 Z = \frac{I_2 R}{1+j\omega RC} = -\frac{M}{L} R I_1$$

$$I_R = \frac{V_R}{R} = -\frac{M}{L} I_1$$

$$\Rightarrow \boxed{P = \mathrm{Re}(S) = \mathrm{Re}\left(\frac{V_R I_R^*}{2}\right) = \frac{I_1^2 M^2 R}{2L^2}}$$

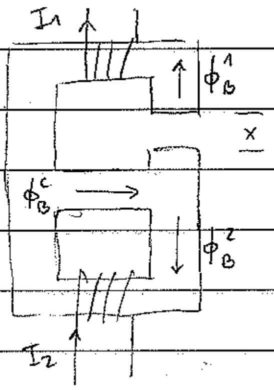
# SOLUCION EJERCICIO 5

$$V_{DE} = \frac{N_2}{N_1} V_{AB} \quad ; \quad I_{DE} = \frac{N_1}{N_2} I_{AB}$$

$$\frac{V_{DE}}{I_{DE}} = R \implies R_{EQUIVALENTE} = \frac{V_{AB}}{I_{AB}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{V_{DE}}{I_{DE}}$$

$$\implies R_{EQUIV.} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R$$

Ejercicio 6




Tenemos conservación del flujo: $\phi_B^c = \phi_B^1 + \phi_B^2$

Ley de Ampere:

(Para una espira que pase por las dos bobinas y asociando una normal saliente)

$$\phi_B^{(1)} \cdot \left( \frac{3\ell - x}{\mu S} + \frac{x}{\mu_0 S} \right) - \phi_B^{(2)} \cdot \left( \frac{3\ell}{\mu S} \right) = N_1 . I_1 - N_2 \, I_2 \quad (I)$$

(Para una espira que pasa por $N_2$ y el centro y tiene normal entrante)

$$\phi_B^{(2)} \cdot \left( \frac{3\ell}{\mu S} \right) + \phi_B^{c} \cdot \left( \frac{\ell}{\mu S} \right) = N_2 . I_2$$

$$\phi_B^{(2)} \cdot \left( \frac{4\ell}{\mu S} \right) + \phi_B^{(1)} \cdot \left( \frac{\ell}{\mu S} \right) = N_2 \, I_2 \quad (II)$$

$$(I) + \frac{3}{4} . (II) : \quad \phi_B^{(1)} \cdot \left( \frac{15}{4} \frac{\ell}{\mu S} + \frac{x}{S} \cdot \left( \frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) \right) = N_1 \, I_1 - \frac{N_2 \, I_2}{4}$$

$$\rightarrow \phi_B^{(1)} = \frac{1}{\Delta} \cdot \left( N_1 I_1 - \frac{N_2 \, I_2}{4} \right)$$

$$M_{12} = N_1 . \frac{d \phi_B^{(1)}}{d I_2} = - \frac{N_1 N_2}{4 . \Delta}$$

# SOLUCION EJERCICIO 7

$$L\frac{dI_1}{dt} - |M_{12}|\frac{dI_2}{dt} + Q_1/C = 0 \qquad \text{I}$$

$$L\frac{dI_2}{dt} - |M_{12}|\frac{dI_1}{dt} + Q_2/C = 0 \qquad \text{II}$$

PARA $I, Q \sim e^{i\omega t}$ ;

$$i\omega L I_1 - i\omega |M_{12}| I_2 - \frac{i}{\omega C} I_1 = 0 \qquad \text{I}'$$

$$i\omega L I_2 - i\omega |M_{12}| I_1 - \frac{i}{\omega C} I_2 = 0 \qquad \text{II}'$$

Si $I_1 = I_2 \implies \omega^2 = \frac{1}{(L - |M_{12}|)C}$

Ejercicio 8

Suponiendo que x es pequeño y $\mu >> \mu_0$ entonces el flujo magnético se conserva en el sistema. Como la sección S es la misma entonces el campo magnético es el mismo, que llamaremos $\vec{B}$.

La energía del sistema es:

$$U(x) = S.\ell.\left(\frac{B^2}{\mu} + 3\vec{B}.\vec{H}\right) + \frac{S x. B^2}{\mu_0}$$

$\vec{H}$ es en el imán.

Suponiendo que el flujo magnético no cambia en el tiempo gracias a la bobina 2, tenemos que la fuerza magnética es:

$$F = \left.\frac{\partial U}{\partial x}\right|_{\phi_B} = \frac{S B^2}{\mu_0}$$

Igualando a la fuerza gravitatoria tenemos

$$mg = \frac{S B^2}{\mu_0} \longrightarrow B = \sqrt{\frac{\mu_0 m g}{S}}$$

Que es justo igual a Bo, entonces H es Ho. Para la curva de histéresis tenemos

$$H_0 = \left(\frac{7}{12\mu}\right) B_0$$

Usando la ley de Ampere tenemos:

$$2x.\frac{B}{\mu_0} + \ell\frac{B}{\mu} + 3\ell H = N_1 . I$$

$$I = \frac{1}{N}\left[\frac{2x \cdot B}{\mu_0} + \frac{\ell \cdot B}{\mu} + \frac{\cancel{3}\ell \cdot 7B}{\mu \, \cancel{3} \cdot 4}\right] = \frac{B}{N} \cdot \left[\frac{2x}{\mu_0} + \frac{\ell}{\mu} \cdot \frac{11}{4}\right]$$

$$I = \sqrt{\frac{\mu_0 m g}{S}} \cdot \frac{1}{N}\left[\frac{2x}{\mu_0} + \frac{\ell}{\mu} \cdot \frac{11}{4}\right]$$