ELECTROMAGNETISMO (1128)

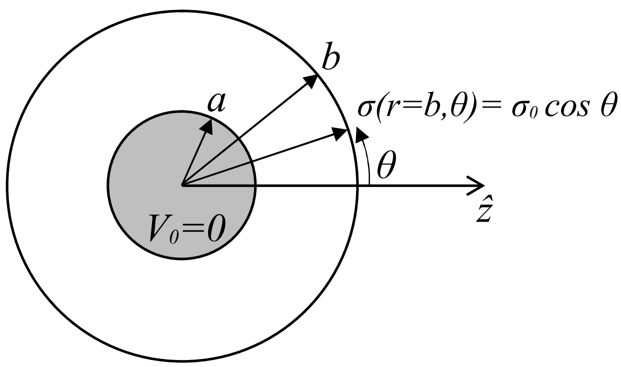
Primer Parcial: 30 de Setiembre de 2022.

Importante:

1. Fundamente sus respuestas.
2. La prueba es individual y sin material.
3. Antes de entregar asegúrese de que todas sus hojas están correctamente identificadas con su nombre, cédula de identidad y número de lista, así como numeradas secuencialmente.
4. Duración: 2 horas y media.

Ejercicio Nº 1 (20 puntos):

Una esfera conductora de radio a, a potencial $V_0=0$, que se encuentra en el vacío, está rodeada por un cascarón esférico concéntrico de radio b, cuya densidad superficial de carga está dada por $\sigma_b\left(r=b,\theta\right)=\sigma_0\cos\theta$, donde σ_0 es una constante, r es la distancia al origen en el centro de la esfera y θ es la coordenada polar en esféricas (ángulo con el eje $\hat{z}$).



a) Plantee las condiciones de frontera que debe verificar el potencial electrostático (o su derivada) en las regiones $a<r<b$ y $r>b$.

b) Determine el potencial eléctrostático en las regiones (1) $a<r<b$ y (2) $r>b$. ***Sugerencia:** considere soluciones de la forma:

$$\phi\left(r,\theta\right)=\left(Ar+\frac{B}{r^2}\right)\cos\theta$$

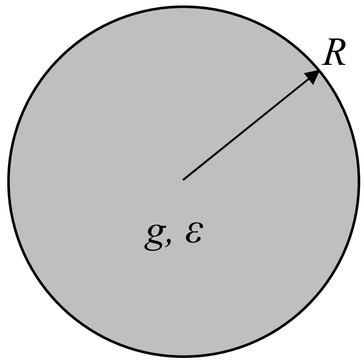
¿Por qué es posible justificar la validez del resultado final a partir de la sugerencia (*) sin haber usado la solución general a la ecuación de Laplace en todos los órdenes (n=0,1,2,3,…)?

c) Halle la densidad superficial de carga inducida en el conductor, $\sigma_a\left(r=a,\theta\right)$.

d) A partir de la expresión hallada en (b) para el potencial electrostático en la región $r>b$, identifique los valores correspondientes a la carga neta, Q, y al momento dipolar eléctrico de la distribución de carga, $\vec{p}$, de todo el sistema.

Ejercicio Nº 2 (20 puntos):

Una esfera de radio R, de un material óhmico con conductividad g y permitividad ε, que se encuentra en el vacío, tiene inicialmente una densidad volumétrica de carga libre $\rho(\vec{r}, t=0) = \rho_0 \frac{r}{R}$, estando el origen de coordenadas en el centro de la esfera.



a) Halle en todo instante la densidad volumétrica de carga, $\rho(\vec{r}, t)$ y el tiempo de relajación, τ, del material.

b) Calcule la densidad de corriente, $\vec{J}(\vec{r}, t)$ y el campo eléctrico, $\vec{E}(\vec{r}, t)$ en todo el espacio (dentro y fuera de la esfera).

c) Determine la densidad superficial de carga libre, $\sigma_R(r = R, t)$, en la superficie de la esfera.

d) Verifique explícitamente a partir de los resultados hallados en (a) y (c) que el valor de la carga libre total en la esfera permanece constante para todo tiempo.