ELECTROMAGNETISMO (1128) - Curso 2022

Segundo Parcial: 1 de Diciembre de 2022.

Importante:

1. Fundamente sus respuestas.
2. La prueba es individual y sin material.
3. Antes de entregar asegúrese de que todas sus hojas están correctamente identificadas con su nombre, cédula de identidad y número de lista, así como numeradas secuencialmente.
4. Duración: 3 horas.

Ejercicio Nº 1 (20 puntos):

a.i) Considere la ley de Ampere diferencial en un material magnetizado: $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_T = \mu_0 \left(\vec{J}_L + \vec{J}_M \right)$, siendo $\vec{J}_T$, $\vec{J}_L$ y $\vec{J}_M$ las densidades de corriente volumétrica total, libre (debido a cargas libres) y de magnetización (debido a cargas ligadas que dan origen a corrientes de magnetización) respectivamente. Identifique $\vec{J}_L$ y $\vec{J}_M$ en función de $\vec{H}$ y $\vec{M}$.

a.ii) Utilizando que $\int_V \left(\nabla \times \vec{G} \right) dv = \oint_S \left(\hat{n} \times \vec{G} \right) da$, siendo $\vec{G}$ una función vectorial y $\hat{n}$ saliente a la superficie cerrada S que es el contorno del volumen V, verifique que $\int_V \vec{J}_M \, dv + \oint_S \vec{j}_M \, da = 0$, identificando claramente la densidad de corriente superficial $\vec{j}_M$ en función de $\vec{M}$.

b) Un conductor cilíndrico infinito lleva una corriente I uniformemente distribuida en su sección transversal de radio *a*. El conductor se encuentra rodeado de un material con permeabilidad μ hasta un radio *b*, que a su vez está inmerso en el vacío (ver **figura 1**).

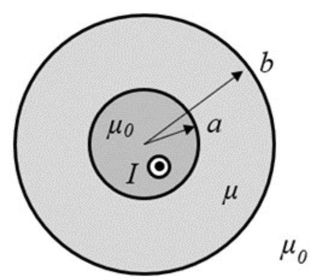

figura 1

b.i) Determine la intensidad magnética $\vec{H}$, la inducción magnética $\vec{B}$ y la magnetización $\vec{M}$ en todo el espacio.

b.ii) A partir de la magnetización $\vec{M}$ hallada en la parte anterior, calcule la densidad de corriente volumétrica de magnetización $\vec{J}_M$ y las densidades de corriente superficial de magnetización $\vec{j}_M$ para *r=a* y para *r=b* y verifique explícitamente que la corriente superficial de magnetización para *r=b* resulta de igual magnitud pero en sentido opuesto a la corriente superficial de magnetización para *r=a*.

Ejercicio Nº 2 (20 puntos):

El circuito magnético de la **figura 2** está conformado por un núcleo de material lineal de permeabilidad μ y sección transversal uniforme S. El circuito tiene 3 enrollados. Los enrollados A y B tienen N vueltas cada uno y llevan corrientes i_A e i_B respectivamente mientras que el enrollado C tiene N_C vueltas y lleva una corriente i_C (ver **figura 2**). La rama central (donde está el enrollado C) tiene largo medio l y las ramas izquierda (donde está el enrollado A) y derecha (donde está el enrollado B) tienen largo medio $3l$ cada una.

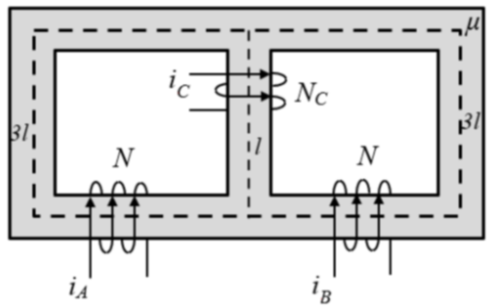

figura 2

a.i) Determine las reluctancias R_A, R_B y R_C y los flujos ϕ_A, ϕ_B y ϕ_C por cada rama.

a.ii) Halle las autoinductancias L_A, L_B, L_C y las inductancias mutuas entre los tres pares de enrollados M_{AB}, M_{AC}, y M_{BC}.

b) Plantee la contribución al voltaje inducido en el enrollado C debido a la variación temporal de las corrientes i_A(t) e i_B(t) en los enrollados A y B respectivamente y verifique que, si esas corrientes son iguales, la contribución de la variación de ellas al voltaje inducido en el enrollado C es nula.

Ejercicio Nº 3 (20 puntos):

El circuito de la **figura 3** se encuentra en régimen estacionario, alimentado por una fuente de voltaje alterno $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$.

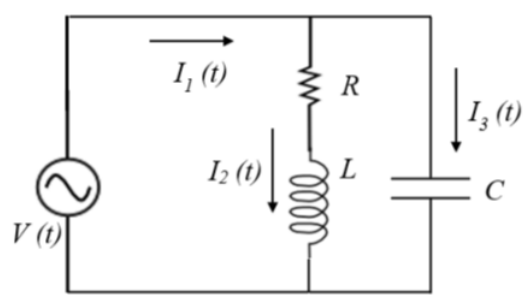

figura 3

a) Halle la impedancia equivalente del circuito Z (explicitando parte real e imaginaria) y las corrientes (módulo y fase) por cada rama del circuito I_1, I_2 *e* I_3 (ver figura).

b) Determine la frecuencia ω_0 (no nula) del circuito, tal que la corriente I_1 que sale de la fuente esté en fase con el voltaje de la fuente y exprese el valor del módulo de dicha corriente en función de ω_0.