ELECTROMAGNETISMO (1128)

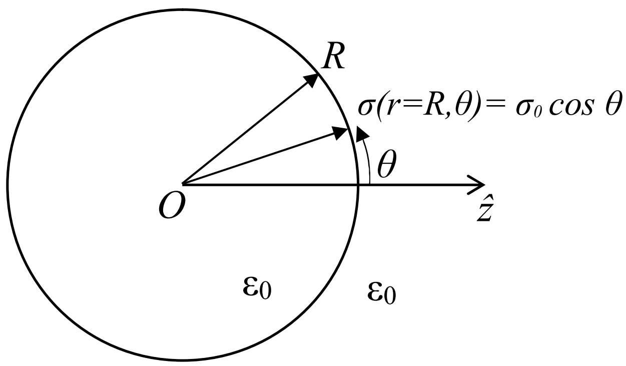
Primer Parcial: 27 de Setiembre de 2023.

Importante:

1. Fundamente sus respuestas.
2. La prueba es individual y sin material.
3. Antes de entregar asegúrese de que todas sus hojas están correctamente identificadas con su nombre, cédula de identidad y número de lista, así como numeradas secuencialmente.
4. Duración: 3 horas.

Ejercicio Nº 1 (20 puntos):

Un cascarón esférico aislado, de radio R, tiene depositada una densidad superficial de carga $\sigma_R\left(r=R,\theta\right)=\sigma_0\cos\theta$, donde σ_0 es una constante, *r* es la distancia al origen en el centro de la esfera y θ es la coordenada polar en esféricas (ángulo con el eje $\hat{z}$). Ver figura.



a) Demostrar que se cumple la ecuación de Laplace dentro (región (1): $r<R$) y fuera del cascarón (región (2): $r>R$).

b) Plantee las condiciones de frontera que debe verificar el potencial electrostático (o su derivada) en las regiones (1) y (2).

c) i) Determine el potencial electrostático en las regiones (1) y (2).

***Sugerencia:** considere soluciones de la forma:

$$\phi\left(r,\theta\right)=A_0+\frac{B_0}{r}+\left(A_1r+\frac{B_1}{r^2}\right)\cos\theta$$

¿Por qué es posible justificar la validez del resultado final a partir de la sugerencia (*) sin haber usado la solución general a la ecuación de Laplace en todos los órdenes (n=0,1,2,3,…)?

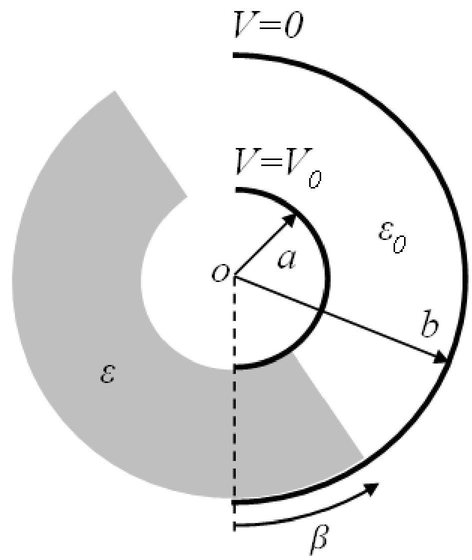
ii) Identifique, a partir del resultado obtenido en **c.i)**, el momento dipolar eléctrico de la distribución de carga, $\vec{p}$, visto desde fuera de la esfera.

d) Calcule el campo eléctrico en todo el espacio.

Ejercicio Nº 2 (20 puntos):

Considere un condensador formado por dos superficies conductoras, semicilindricas coaxiales, de longitud L, con radio interno a y radio externo b, sometido a una diferencia de potencial V_0, como se muestra en la figura.

Un material dieléctrico, lineal, de permitividad $\varepsilon = k\varepsilon_0$, tiene forma de sector cilíndrico de radios a y b y largo L, de forma que, el dieléctrico está dentro del condensador un ángulo β. Desprecie efectos de borde, suponga <u>campos radiales</u>: $\vec{E}(r,\theta,z) = E(r)\,\hat{e}_r$, donde r es la distancia perpendicular al eje coaxial y θ es el ángulo azimutal con respecto a ese eje, medido desde la línea punteada, en la misma dirección que β (ver figura).



a) i) Halle $\vec{E}$, $\vec{D}$ y $\vec{P}$ en todo el espacio entre los conductores.

ii) Calcule las densidades de carga libre y de polarización.

b) Halle la capacidad del sistema, C, en función del ángulo β

c) Calcule la energía almacenada en el sistema en función del ángulo β,

d) Halle el momento ejercido por las fuerzas electrostáticas, $\vec{\tau}_o$, sobre el material dieléctrico.